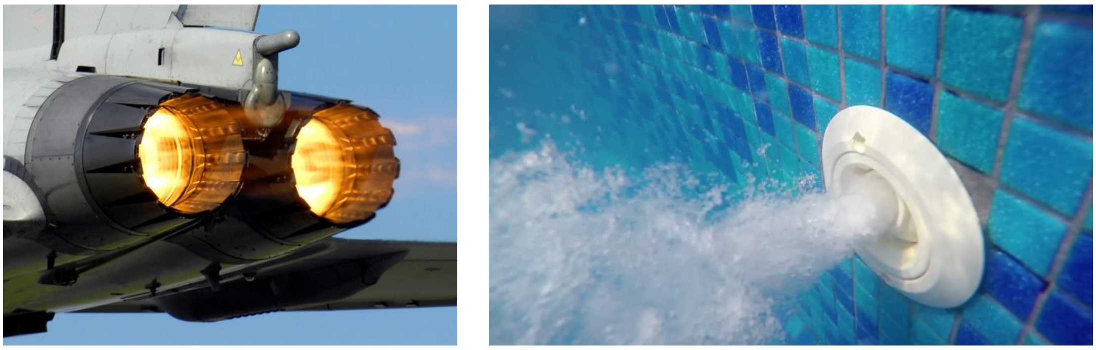
M02
SZABADSUGÁR VIZSGÁLATA

1. A szabadsugár

Szabadsugárnak nevezzük az olyan áramlást, amely résen vagy nyíláson keresztül nyugvó térbe fúj, és ahol a sugarat környező tér méretéhez képest a sugár által elfoglalt tér nagysága elhanyagolható. Szabadsugarakkal számos mérnöki és ipari alkalmazásban találkozhatunk (pl. szellőzéstechnika, uszodatechnika, hűtés, sugárhajtású gépek, stb., lásd 1. ábra). A szabadsugár jellemzéséhez szükséges elméleti ismeretek elsajátításához olvassa el az Áramlástan alapjai tankönyv 7.5-ös leckéjét [1], vagy Pope könyvének 5. fejezetét [2]!



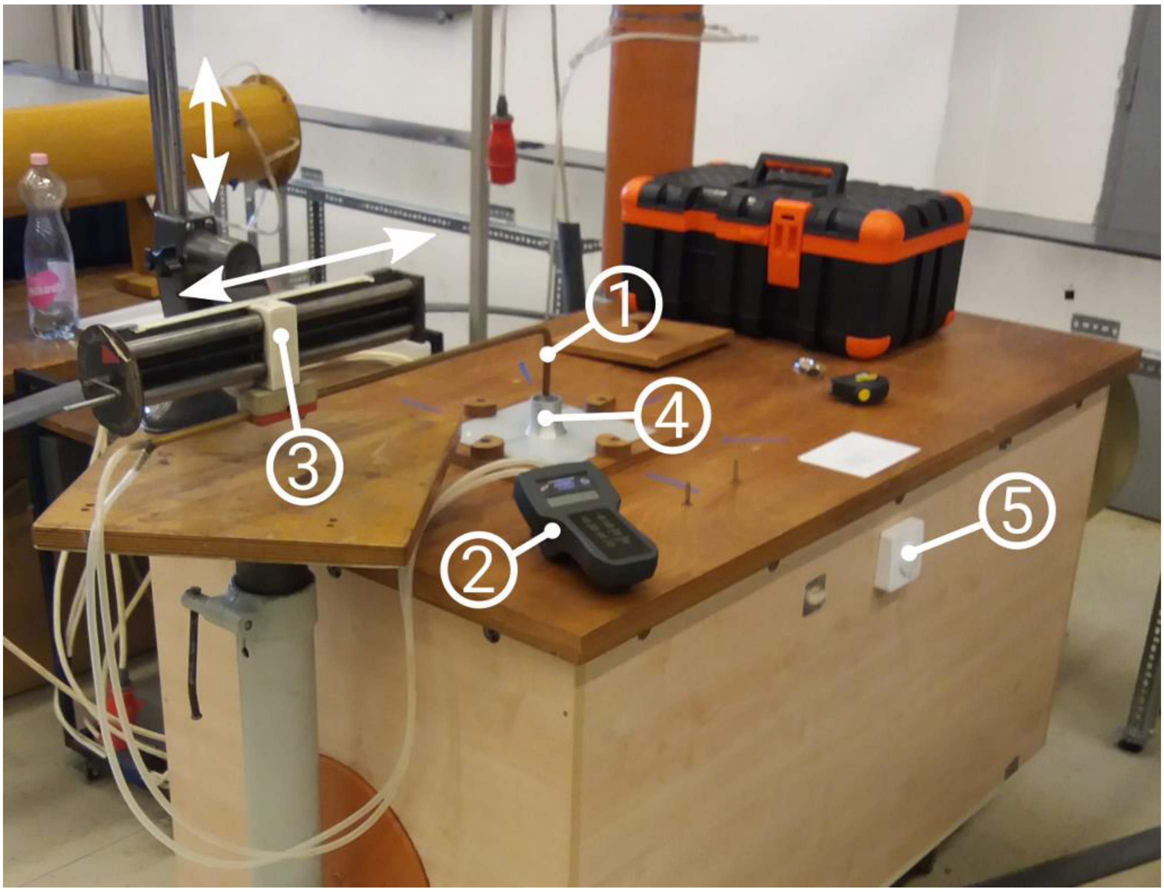
1. ábra. Példák a szabadsugár gyakorlati alkalmazására (balra: Eurofighter Typhoon F2 vadászgép hajtóművének gázsugara, jobbra: uszodai vízsugár befúvás)

2. A mérés célja

A mérés célja egy levegő-levegő szabadsugár áramlási jellemzőinek vizsgálata. Az ilyen szabadsugaraknál a nyugvó tér és a befúvott sugár közege is levegő, jelen esetben a labor levegője. A mérés során feltérképezendő a szabadsugár térbeli szerkezete, azaz a különböző keresztmetszetekben kialakuló sebességmegoszlás, illetve meghatározandó a szabadsugár által szállított levegő mennyisége a kifúvónyílástól való távolság függvényében.

3. A mérőberendezés leírása

A mérési elrendezést a 2. ábra szemlélteti. A levegőáramot, amely egy kör keresztmetszetű kifúvónyíláson (4) keresztül kiáramolva szabadsugarat hoz létre, mérőkocsival állítjuk elő. A kocsiból kilépő levegő egyenletes sebességét a kilépőnyílás előtt elhelyezett áramlásegyenletesítő rács, és az azt követő konfúzor biztosítja. A térfogatáram, azaz a kifúvási sebesség változtatását – mérőkocsitól függően – a ventilátor fordulatszámának elektronikus szabályzásával (5), vagy a ventilátor szívóoldali fojtásával végezhetjük. A sugár alakját elsősorban a fúvóka geometriája és a beállított térfogatáram határozza meg. A sugárra jellemző sebességmegoszlást, illetve az ahhoz tartozó dinamikus nyomásmegoszlást Prandtl cső (1) segítségével mérhetjük, amelyet mozgatóállványra (3) rögzítettünk. A mozgatóállvány segítségével a Prandtl cső függőlegesen és vízszintesen is pozícionálható. A Prandtl csövet szilikon cső segítségével digitális manométerhez (2) csatlakoztatjuk, amelyről leolvasható a dinamikus nyomás, abból pedig kiszámítható az áramló közeg sebessége.



2. ábra. A mérési elrendezés

4. A mérés menete

4.1) Végezze el a digitális manométer kalibrációját a műszer Betz-manométerrel való összehasonlításával!

Amennyiben a mérés során több digitális manométert is használnak, akkor a kalibrációt mindegyik műszerrel végezzék el!

4.2) Állítsa be az egyéni mérési feladatának megfelelő kifúvási sebességet!

Pozícionálja a Prandtl csövet közvetlenül a kifúvónyílás fölé, és mérje meg a maximális kifúvási sebességhez tartozó dinamikus nyomást!

Számítsa ki az egyéni feladatban megadott sebességhez tartozó dinamikus nyomást, és állítsa be a ventilátor fordulatszámának elektronikus szabályozásával!

4.3) Térképezze fel a szabadsugár térbeli szerkezetét!

Mérje le a kiáramló levegő p_{din} dinamikus nyomását a mérési feladatban megadott z magasságokban a hozzájuk tartozó Δr lépésközökkel! A mérési pontok helyét a Prandtl-cső skáláján mért x pozícióval és z magassággal adja meg, a szabadsugár tengelyének meghatározása a kiértékelés során történjen meg!

Fontos: Egy adott magasságban a mérést nyugvó térben ($p_{\text{din}} \leq 0$) kezdje és fejezze be, állandó lépésközzel dolgozva és áthaladva a szabadsugár közepén!

Mérje le a mérési feladatban megadott magasságban a kiáramló levegő dinamikus nyomásának síkbeli eloszlását! A mérési pontokat az adott magassághoz tartozó Δr oldalhosszú négyzethálón vegye fel!

4.4) Készítse el az ellenőrző diagramot!

Ábrázolja a mérési feladatban vagy a mérésvezető oktató által megadott magasságban a szabadsugár sebességprofilját!

5. A mérés kiértékelése

5.1) Korrigálja a mért dinamikus nyomásértékeket a digitális manométer kalibrációja alapján!

Készítse el a digitális manométer kalibrációs diagramját, illesszen lineáris trendvonalat a mért értékekre! Tüntesse fel a trendvonal egyenletét

$$p_{\text{digitális}} = a \cdot p_{\text{Betz}} + b \tag{1}$$

alakban, és adja meg az illesztés korrelációs együtthatóját (R^2)!

A trendvonal egyenletének felhasználásával korrigálja az összes digitális manométerrel mért nyomásértéket:

$$p_{\text{korr}} = M \cdot p_{\text{mért}} + p_{\text{null}},$$

ahol p_{korr} [Pa] a korrigált nyomásérték, $p_{\text{mért}}$ [Pa] a mért dinamikus nyomás, p_{null} [Pa] a műszer nullponthibája, $M = 1/a$ [$-$] pedig a $p_{\text{Betz}}(p_{\text{digitális}})$ adatsorra illesztett egyenes meredeksége.

Fontos: Ha a mérés előtt nullázta a műszert, akkor $p_{\text{null}} = 0$.

Amennyiben a mérés során több digitális manométert is használnak, egyértelműen jelezzék, hogy az egyes manométerekhez mely mérési pontok tartoznak! A fent leírt korrekciós lépést minden nyomásértéknél a megfelelő manométer kalibrációja alapján végezze!

5.2) Határozza meg a szabadsugár sebességprofilját az egyes magasságokban!

A sebesség az ismert képlet alapján:

$$v = \sqrt{\frac{2}{\rho} p_{\mathrm{din}}}, \tag{2}$$

ahol v [m/s] az adott pontbeli sebesség, p_{din} [Pa] az adott pontbeli korrigált dinamikus nyomás, ρ [kg/m^3] a levegő sűrűsége:

$$\rho = \frac{p_0}{RT_0}, \tag{3}$$

itt p_0 [Pa] a légköri nyomás, T_0 [K] a környezeti hőmérséklet, $R = 287$ [J/(kg $\cdot$ K)] pedig a levegő specifikus gázállandója.

5.3) Határozza meg a szabadsugár tengelyének pozícióját!

Egy adott z magasságban jelölje x_i az i-edik mérési pontot, v_i a hozzá tartozó sebességet, ahol $i \in \{1, \ldots, n\}$, n pedig a mérési pontok száma. Jelölje x_0 a szabadsugár tengelyének pozícióját a z magasságban.

Feltételezve, hogy két mérési pont között a sebességprofil lineárisan változik (lineáris interpoláció), a profil közelítése az x_i és x_{i+1} ($i \in \{1, \ldots, n-1\}$) pontok között:

$$u_i(x) = \begin{cases} \dfrac{v_{i+1} - v_i}{\Delta r} x + \dfrac{v_i x_{i+1} - v_{i+1} x_i}{\Delta r}, & \text{ha } x \in [x_i, x_{i+1}), \\ 0, & \text{egyébként.} \end{cases} \tag{4}$$

Így definiálhatjuk az elsőfokú spline-nal közelített sebességprofilt:

$$u(x) := \sum_{i=1}^{n-1} u_i(x) \tag{5}$$

Könnyű belátni, hogy az $u(x)$ profilt egy $\tilde{x}$ tengelyre tükrözve az $u(2\tilde{x} - x)$ függvényt kapjuk, ezt szemlélteti a 3. ábra. Az eredeti és a tükrözött profil közötti különbség legyen

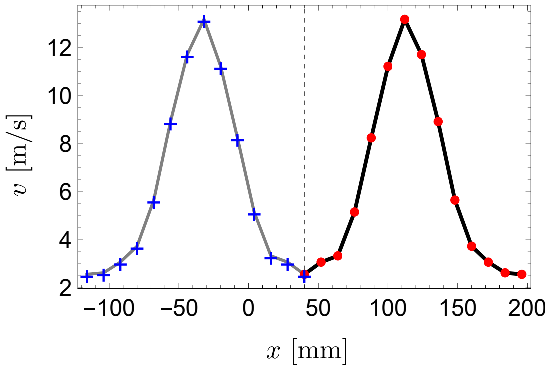
$$Q(\tilde{x}) := \int_{-\infty}^{\infty} \left| u(x) - u(2\tilde{x} - x) \right|^2 \mathrm{d}x. \tag{6}$$

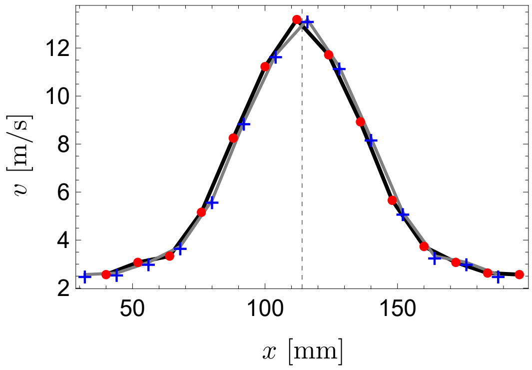
(Megjegyzés: A négyzetes kitevő célja, hogy nagyobb súllyal vegye figyelembe azon pontokat, ahol a két profil különbsége nagyobb. A gyakorlatban – alkalmazási területtől függően – bármilyen $q \geq 1$ kitevő használható. Érdeklődőknek: $Q(\tilde{x})$ pont a két profil L^2 távolságának négyzete.)

A szabadsugár tengelye azon x_0 tengely, amelyre az $u(x)$ profilt tükrözve $Q(x_0)$ minimális, vagyis

$$Q(x_0) = \min \{ Q(\tilde{x}) : \tilde{x} \in \mathbb{R} \}. \tag{7}$$

Határozza meg a tengely x_0 pozícióját 0,5 [mm] pontossággal minden z mérési magasságban! A továbbiakban az (x_i, v_i) adatsorok helyett (r_i, v_i) adatsorokkal dolgozzon, ahol $r_i = x_i - x_0$!





3. ábra. Az $u(x)$ (fekete) és a tükrözött $u(2\tilde{x}-x)$ (szürke) sebességprofilok. A mérési adatokat és a $\tilde{x}$ tengelyre tükrözött adatokat piros pontok, illetve kék keresztek jelölik. A bal oldali ábrán $\tilde{x} = 40$ [mm], a jobb oldalin $\tilde{x} = 114$ [mm] $\approx x_0$, ezek pozícióját függőleges szaggatott vonalak mutatják.

5.4) Ábrázolja a különböző z magasságokban mért $v(r)$ sebességprofilokat közös koordináta-rendszerben, hibasávokkal ellátva!

A hibaszámítás részleteit a 6. szakaszban találja.

5.5) Ábrázolja a megadott z magasságban a sebesség síkbeli eloszlását contour ploton!

5.6) Ábrázolja az egyes z magasságokban mért sebességprofilok maximális sebességét a kifúvástól mért távolság függvényében: $v_{\max}(z)$

5.7) Határozza meg a szabadsugár magtávolságát!

A z_{mag} magtávolság definíció szerint

$$v_{\max}(z_{\text{mag}}) = 0{,}95 v_{\max}(0), \tag{8}$$

vagyis azon távolság, ahol a profilra jellemző maximális sebesség a kifúvási sebesség 95%-ára csökken. Kiszámításához használja a $v_{\max}(z)$ pontok lineáris interpolációját!

Fejezze ki a magtávolságot a D_0 kifúvási átmérővel! Hasonlítsa össze a kapott konstans szorzót szakirodalmi értékekkel!

5.8) Ábrázolja a különböző z magasságokban mért $v'(r')$ dimenziótlan sebességprofilokat közös koordináta-rendszerben!

Adott z magasságban a v áramlási sebesség dimenziótlanítását az adott profilra jellemző $v_{\max}(z)$ maximális sebességgel végezze, a tengelytől mért r távolság dimenziótlanítását pedig a maximális sebesség feléhez tartozó $r_{1/2}$ értékkel végezze el!

Vagyis:

$$v' := v/v_{\max}, \qquad r' := r/r_{1/2} \tag{9}$$

Az $r_{1/2}$ érték pontos kiszámításához használjon lineáris interpolációt a mérési pontok között!

Fontos: A maximális sebesség feléhez tartozó távolságot a szabadsugár tengelyének mindkét oldalán keresse meg ($r_{1/2+}$, $r_{1/2-}$), és ezek átlagát használja a dimenziótlanításhoz:

$$r_{1/2} = \frac{|r_{1/2+}| + |r_{1/2-}|}{2} \tag{10}$$

Hasonlítsa össze egymással a magtávolság utáni dimenziótlan sebességprofilokat!

5.9) Határozza meg és ábrázolja a q_v térfogatáramot a magasság függvényében!

Egy adott z magasságban a $v(x, y)$ sebességprofil tökéletes ismerete esetén meghatározható lenne a q_v térfogatáram egyszerű integrálással:

$$q_v = \iint_{\mathbb{R}^2} v(x, y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{11}$$

Ennek hiányában numerikus integrálásra van szükség, amihez két közelítéssel élünk. Mivel a mérést csak egy függőleges síkban kellett elvégezni, ezért feltételezzük, hogy a v sebességprofil konstans a mérési sík által felezett félkörökön, így csak az $r = x - x_0$ koordináta függvénye:

$$v(x, y) = \tilde{v}(r, \varphi) = \tilde{v}(r) \tag{12}$$

(Megjegyzés: Vegyük észre, hogy itt nem a megszokott polárkoordináta-rendszerről van szó, hiszen az x_0-val való eltolás eredményeként r negatív is lehet. Ez konzisztens azzal a megfigyeléssel, hogy $Q(x_0) \neq 0$, vagyis a mérési eredmények nem tökéletesen szimmetrikusak az x_0 tengelyre.)

A második feltételezésünk, hogy

$$\tilde{v}(r) = v_i, \quad \text{ha } r \in \left[r_i - \frac{\Delta r}{2}, r_i + \frac{\Delta r}{2}\right), \tag{13}$$

vagyis a mérési síkban a sebesség konstans a mérési pont Δr széles környezetében (téglalapszabály). Így a térfogatáramra adódó numerikus integrál:

$$q_v = \sum_{i=1}^{n} v_i A_i, \tag{14}$$

ahol A_i azon terület, amin a feltételezéseink szerint $v(x, y) = v_i$ konstans. A feltételezéseinkből adódó A_i területeket mutatja be a 4. ábra, ahol j az x_0 tengelyhez legközelebbi mérési pont indexe, vagyis

$$0 \in \left[r_j - \frac{\Delta r}{2}, r_j + \frac{\Delta r}{2}\right). \tag{15}$$

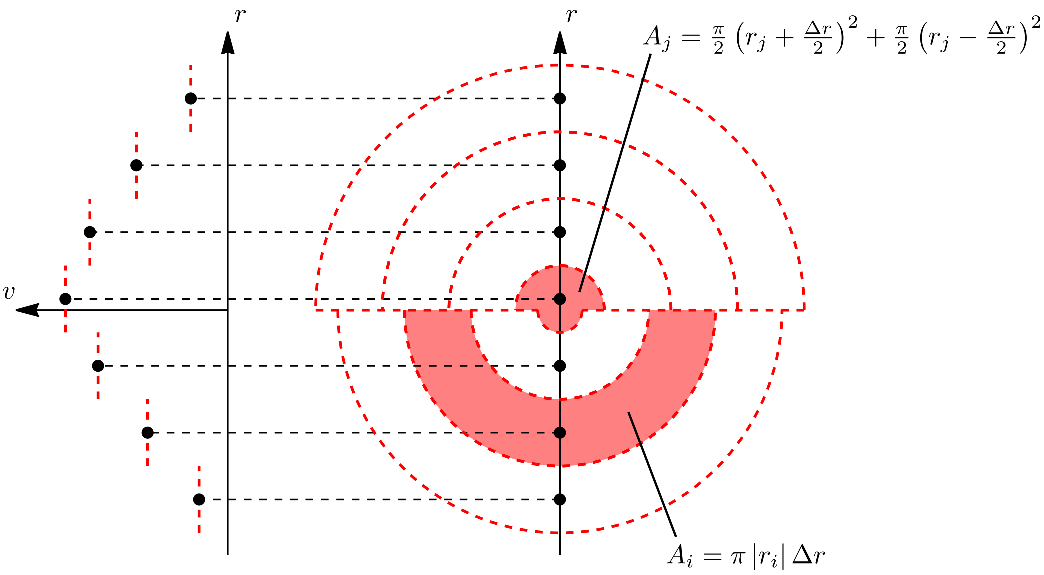
Ezek alapján látható, hogy

$$\begin{aligned} A_i &= \pi \left|r_i\right| \Delta r, \quad i \neq j, \\ A_j &= \frac{\pi}{2}\left(r_j + \frac{\Delta r}{2}\right)^2 + \frac{\pi}{2}\left(r_j - \frac{\Delta r}{2}\right)^2 = \pi r_j^2 + \frac{\pi}{4}\Delta r^2. \end{aligned} \tag{16}$$

Végezze el a numerikus integrálást minden z magasságban, és ábrázolja a kapott $q_v(z)$ függvényt! Illesszen lineáris trendvonalat az adatsorra, és adja meg annak egyenletét az illesztés korrelációs együtthatójával együtt!

5.10) Ábrázolja a $q_v'(z')$ <u>dimenziótlan</u> térfogatáramot!

A térfogatáram dimenziótlanítását a kifúvásnál mért $q_v(0)$ térfogatárammal, a magasság dimenziótlanítását a D_0 kifúvási átmérővel végezze!



4. ábra. Egyenközű Δr beosztás esetén a mért $\tilde{v}(r)$ függvény (bal oldal) és a mérési pontokhoz tartozó területek (jobb oldal). A mérési pontokat fekete pontok jelölik.

6. Hibaszámítás

A hibaszámítást minden sebességprofil mérési pontjaira el kell végezni a Gauss-féle hibaterjedés alapján. Eszerint egy $X_1, \ldots, X_k$ mennyiségektől függő R mennyiség δR mérési bizonytalansága a következőképp számítható:

$$\delta R = \sqrt{\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{\partial R}{\partial X_j}\cdot \delta X_j\right)^2} \tag{17}$$

Jelen feladatban a hibaszámítást a mérési pontokban kapott sebességekre kell elvégezni, így $R = v_i$. A mérés során hibával terhelt mennyiségek (X_j) és mérési bizonytalanságuk (δX_j):

1) Prandlt-csővel mért dinamikus nyomás: $X_1 = p_{\mathrm{din},i}$ $\quad \delta X_1 = \delta p_{\mathrm{din},i} = 2$ [Pa]
2) Légköri nyomás: $X_2 = p_0$ $\quad \delta X_2 = \delta p_0 = 100$ [Pa]
3) Környezeti hőmérséklet: $X_3 = T_0$ $\quad \delta X_3 = \delta T_0 = 1$ [K]

6.1) Fejezze ki a v_i pontbeli sebességet úgy, hogy a kapott kifejezésben kizárólag az Ön által mért mennyiségek és ismert értékű konstansok maradjanak!

6.2) Határozza meg a $\partial v_i/\partial X_j$ parciális deriváltakat!

6.3) Számítsa ki a sebesség abszolút (δv_i) és relatív ($\delta v_i/v_i$) hibáját minden mérési pontban a Gauss-féle hibaterjedési képlet felhasználásával!

Tüntesse fel a kapott abszolút hibákat hibasávként a sebességprofilok közös koordinátarendszerben történő ábrázolásakor (lsd. **5.4)** feladat)!

Megjegyzések

A mérés során ne feledkezzen meg a következőkről:

- A mérőberendezés bekapcsolása előtt, illetve általában a mérőberendezés üzeme során mindig meg kell győződni a balesetmentes használat feltételeinek teljesüléséről. A bekapcsolásról, illetve a mérés közben végrehajtott változtatásokról a berendezés környezetében dolgozókat figyelmeztetni kell.
- Minden mérési alkalommal a légköri nyomás és teremhőmérséklet feljegyzéséről!
- A felhasznált mérőműszerekről leolvasott értékek mértékegységének és a rájuk vonatkozó egyéb tényezők feljegyzéséről.
- A felhasznált mérőműszerek típusának, gyártási számának és a benne lévő mérőfolyadék sűrűségének feljegyzéséről!
- A mérőműszerről leolvasott mennyiségek és a további számításoknál felhasznált mennyiségek mértékegységének egyeztetéséről.
- A digitális nyomásmérő kalibrációjáról!
- A nyomásmérő bekötésénél figyelmesen kell eljárni a csatlakozók "+" illetve "-" ágának és a méréshatár kiválasztásánál. Figyelni kell arra, hogy a nyomásmérő csatlakozó csonkjaira a gumicsövet óvatosan kell felhelyezni.
- A nyomásközlő gumi, vagy szilikon csöveket mérés előtt, esetleg közben is célszerű ellenőrizni, nehogy repedés, szakadás legyen rajtuk, mert lyukas mérőcső esetén az összes addigi mérési eredmény kárba vész. Kritikus pontok a műszerekre ill. a nyomáskivezetésekre történő csatlakoztatás helyei.

A jegyzőkönyv leadása előtt ellenőrizze, hogy a dokumentum megfelel-e a Mérési jegyzőkönyvek követelményei-ben megadott tartalmi és formai követelményeknek! Kérdés, probléma felmerülése esetén ajánlott a konzultációs lehetőség igénybevétele a dokumentáció leadása előtt.

Ügyeljen arra, hogy a mérési jegyzőkönyvvel kapcsolatban a plágium gyanúja se merüljön fel! A más forrásból – beleértve ezen mérésleírást is – változtatással vagy anélkül átvett képi vagy szöveges anyagoknál hivatkozzon az eredeti forrásra!

Hivatkozások

[1] Lajos Tamás, Áramlástan alapjai, Műegyetemi Kiadó, 2015

[2] Stephen B. Pope, Turbulent Flows, Cambridge University Press, 2000