

Alkalmazott áramlástan és akusztika

(önálló felkészülést segítő tananyag az akusztika részhez)

Összeállította: Dr. Koscsó Gábor c. egyetemi docens (BME Áramlástan Tanszék)

6. előadás

Tartalom:

6.1. Egyszerű expanziós dob hangtompító (előadásvázlat)

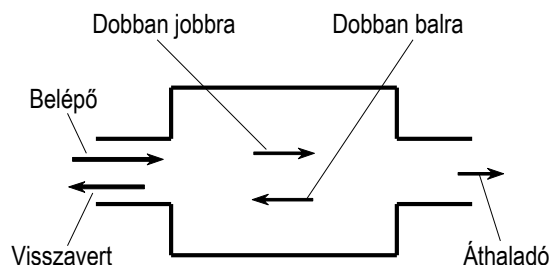
6.2. Gyakorló feladatok

A csatornahangtompítók a gépészmérnöki zajvédelem fontos eszközei. A hangtompítók fontos jellemzője a kis hidraulikai és nagy akusztikai ellenállás. A két legfontosabb alaptípus az abszorberes és a reaktív hangtompító. Az abszorberes hangtompító hangterjedést akadályozó hatását a benne elhelyezett disszipatív veszteséget okozó porózus szerkezetű hangelnyelő anyag (pl.: kőzetgyapot, üveggyapot) okozza. A reaktív hangtompítóban a hangterjedési veszteséget a kialakuló visszaverődések és kioltási interferenciák okozzák.

Hirtelen csatornakeresztmetszet növekedés vagy szűkülés jelenlétében a beeső hanghullám tovább halad és visszavert összetevőkre válik szét. Ennek részleteit az előző előadás során mutattuk be. Felvetődik a kérdés, ha csatornában egymás után rövid szakaszt követően két keresztmetszet változást építünk be (pl.: keresztmetszet növekedés majd szűkítés), az első keresztmetszetugráson áthaladó, majd a másodikról visszaverődő hullámok milyen körülmények között hajlandók kioltási interferenciát és így fokozott hangterjedést akadályozó hatást létrehozni. Az egyelőre még csak elképzelésünkben létező reaktív hangtompító változat megismerése érdekében matematikai modellt készítünk. A levezetés alapvető megfontolásai hasonlóak, mint amelyeket az egyszerű keresztmetszetugrás vizsgálatánál alkalmaztunk. Lineáris akusztikai modell, megmaradási elvek alkalmazása a keresztmetszetugrásokra. Esetünkben bonyolítja a helyzetet, hogy a hangtompítóban kialakuló interferencia nagy jelentőséggel bír, amely miatt a jelenség leírása során a frekvenciafüggést is figyelembe kell venni.

6.1. Egyszerű expanziós dob hangtompító

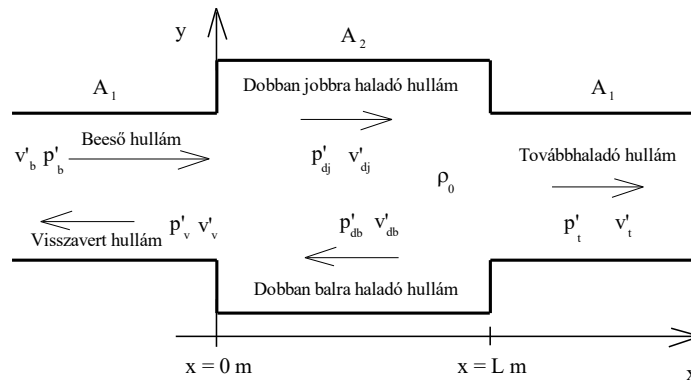
Az egyszerű expanziós dob hangtompító egy olyan csatornaszakasz, amelynél a csatorna belső keresztmetszete ugrásszerűen megnő, majd véges hosszúságú szakaszt követően ugrásszerűen visszaszűkül az eredeti keresztmetszetre.



Egyszerű expanziós dob vázlatos rajza a működés szempontjából fontos hanghullám összetevőkkel

Célunk az expanziós dob hangtompító hangterjedést akadályozó hatását kifejező hanggátlás (R_{ed}) meghatározása. A matematikai modell levezetésénél az áramlástan alapegyenletei és a lineáris akusztikában alkalmazott egyszerűsítő feltételek érvényesek. Továbbá feltételezzük, hogy a megváltozó keresztmetszetek lényegesen nem térnek el egymástól, a keresztmetszetviszony $m = A_2/A_1 \leq 100$, és a csatornában síkhullám

hangterjedés alakul ki. A matematikai modell felépítésénél a frekvencia függés bevezetése érdekében a levezetést egy (ω) szögfrekvenciájú harmonikus összetevőre végezzük el. Az $x=0\text{m}$ és $x=L\text{m}$ távolságban kialakított keresztmetszetugrásokon kialakuló beeső, visszavert és tovább haladó hullámösszetevőket és az alkalmazott jelöléseket a következő ábra mutatja.



Az expanziós dobban a hullám összetevőket leíró változók jelölései

A hangtompítóban az egyes összetevőkre a részecskesebességet leíró hullámfüggvények,

$$v'_{b}(x, t) = \hat{v}_b e^{i(\omega t - kx)} \quad , \quad v'_{v}(x, t) = \hat{v}_v e^{i(\omega t + kx)}$$

$$v'_{dj}(x, t) = \hat{v}_{dj} e^{i(\omega t - kx)} \quad , \quad v'_{db}(x, t) = \hat{v}_{db} e^{i(\omega t + kx)}$$

$$v'_{t}(x, t) = \hat{v}_t e^{i(\omega t - kx)}$$

A kontinuitás egyenlet az $x=0\text{m}$ keresztmetszetben,

$$q_{m1} = q_{m2}$$

$$\rho_0 A_1 v'_1 = \rho_0 A_2 v'_2$$

$$A_1 v'_b - A_1 v'_v = A_2 v'_{dj} - A_2 v'_{db}$$

$$A_1 \hat{v}_b e^{i(\omega t - k0)} - A_1 \hat{v}_v e^{i(\omega t + k0)} = A_2 \hat{v}_{dj} e^{i(\omega t - k0)} - A_2 \hat{v}_{db} e^{i(\omega t + k0)}$$

$$A_1 \hat{v}_b - A_1 \hat{v}_v = A_2 \hat{v}_{dj} - A_2 \hat{v}_{db} \tag{1}$$

A kontinuitás egyenlet az $x=L\text{m}$ keresztmetszetben,

$$q_{m3} = q_{m4}$$

$$\rho_0 A_2 v'_3 = \rho_0 A_1 v'_4$$

$$A_2 v'_{dj} - A_2 v'_{db} = A_1 v'_t$$

$$A_2 \hat{v}_{dj} e^{i(\omega t - kL)} - A_2 \hat{v}_{db} e^{i(\omega t + kL)} = A_1 \hat{v}_t e^{i(\omega t - kL)}$$

$$A_2 \hat{v}_{dj} - A_2 \hat{v}_{db} e^{i2kL} = A_1 \hat{v}_t \tag{2}$$

A hangtompítóban az egyes összetevőkre a hangnyomást leíró hullámfüggvények,

$$p'_b(x, t) = \hat{p}_b e^{i(\omega t - kx)}, \quad p'_v(x, t) = \hat{p}_v e^{i(\omega t + kx)}$$

$$p'_{dj}(x, t) = \hat{p}_{dj} e^{i(\omega t - kx)}, \quad p'_{db}(x, t) = \hat{p}_{db} e^{i(\omega t + kx)}$$

$$p'_t(x, t) = \hat{p}_t e^{i(\omega t - kx)}$$

Az energia egyenlet az $x=0$ m keresztmetszetben:

$$P'_1 = P'_2$$

$$I'_1 A_1 = I'_2 A_2$$

$$p'_1 A_1 v'_1 = p'_2 A_2 v'_2$$

A térfogatáramok egyenlősége alapján, az akusztikai hangnyomás folytonosság,

$$p'_1 = p'_2$$

$$p'_b + p'_v = p'_{dj} + p'_{db}$$

Behelyettesítést követően,

$$\hat{p}_b e^{i(\omega t - k0)} + \hat{p}_v e^{i(\omega t + k0)} = \hat{p}_{dj} e^{i(\omega t - k0)} + \hat{p}_{db} e^{i(\omega t + k0)}$$

$$\hat{p}_b + \hat{p}_v = \hat{p}_{dj} + \hat{p}_{db} \quad (3)$$

Az energia egyenlet az $x=L$ m keresztmetszetben:

$$P'_3 = P'_4$$

$$I'_3 A_2 = I'_4 A_1$$

$$p'_3 A_2 v'_3 = p'_4 A_1 v'_4$$

A térfogatáramok egyenlősége alapján, az akusztikai hangnyomás folytonosság,

$$p'_3 = p'_4$$

$$p'_{dj} + p'_{db} = p'_t$$

Behelyettesítést követően,

$$\hat{p}_{dj} e^{i(\omega t - kL)} + \hat{p}_{db} e^{i(\omega t + kL)} = \hat{p}_t e^{i(\omega t - kL)}$$

$$\hat{p}_{dj} + \hat{p}_{db} e^{i2kL} = \hat{p}_t \quad (4)$$

A lineáris akusztikai mozgásegyenletek az egyes hullám összetevőkre,

$$\hat{p}_b = \rho_0 a \hat{v}_b \quad (5)$$

$$\hat{p}_v = \rho_0 a \hat{v}_v \quad (6)$$

$$\hat{p}_{aj} = \rho_0 a \hat{v}_{aj} \quad (7)$$

$$\hat{p}_{ab} = \rho_0 a \hat{v}_{ab} \quad (8)$$

$$\hat{p}_t = \rho_0 a \hat{v}_t \quad (9)$$

A hangátvezetési tényező a tovább haladó és a beeső hangteljesítmények hányadosa,

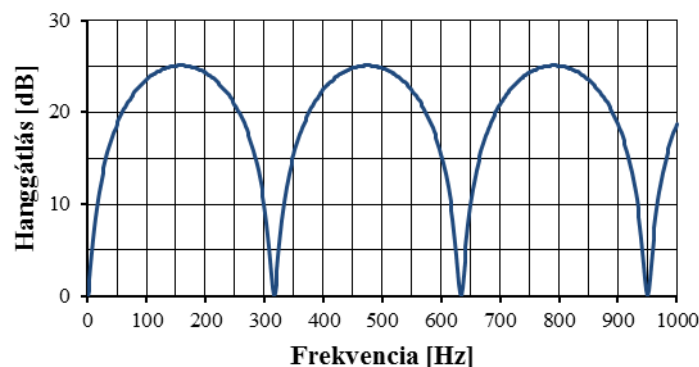
$$\tau_{ed} = \frac{P_t}{P_b} = \frac{I_t A_1}{I_b A_1} = \frac{\frac{p_{eff t}^2}{\rho_0 a}}{\frac{p_{eff b}^2}{\rho_0 a}} = \frac{\hat{v}_t^2}{\hat{v}_b^2}$$

Öt hullám összetevő, 2 hangtéri változó, együtt tíz ismeretlen, a megoldáshoz adott 9 egyenlet (1-9) és a tizedik kifejezése. Legyen a keresztmetszetviszony $m=A_2/A_1$, a levezetés részletezése nélkül a végeredmény,

$$\tau_{ed} = \left(1 + \frac{1}{4} \left(m - \frac{1}{m} \right)^2 \sin^2(kL) \right)^{-1}$$

Az egyszerű expanziós dob hanggátlása,

$$R_{ed} = 10 \lg \left(1 + \frac{1}{4} \left(m - \frac{1}{m} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{2\pi L}{a} f \right) \right) [dB]$$



Egyszerű expanziós dob hanggátlása a frekvencia függvényében ($m=36$, $L=0,6m$, $a=380$ m/s)

Megjegyzések:

- A hanggátlás (R) értéke a keresztmetszetviszony (m), a kamra hossz (L), a frekvencia (f) és a hangsebesség (a) függvénye.

- A hanggátlás kifejezésében a szinusz négyzet legnagyobb értéke egy, így a kamra hossz (L), a frekvencia (f) és a hangsebesség (a) változók optimális értéke „hangolja” az expanziós dobot. Amennyiben a $2\pi Lf/a$ hányados $\pi/2$, $3\pi/2$, $5\pi/2$, ... a hanggátlás (R_{ed}) értéke a keresztmetszetviszonytól függően a lehető legnagyobb, ha a $2\pi Lf/a$ hányados π , 2π , 3π , ... a hanggátlás (R_{ed}) értéke 0dB.

- Az első keresztmetszetugráson áthaladó, a dobban jobbra haladó hullám a második keresztmetszetugrásról részlegesen visszaverődik, létrejön a dobban balra haladó hullám. Tekintsük a második keresztmetszet ugrást merev, nagy tömegű, hangterjedést akadályozó falnak, ahol a részecskesebesség 0 m/s . Egy ilyen falról a hangnyomás mindig azonos fázisban, a részecskesebesség viszont ellentett fázisban verődik vissza. (Ha például a beeső részecskesebesség plusz maximum, a visszavert mínusz maximum lesz, az összegük így nulla.) Az ellentett fázis miatt a dobban balra és jobbra haladó hullámok között kioltási interferencia jön létre, amely az átterjedő hangteljesítmény rohamos csökkenését okozza.

- Amikor azonban a szinusz négyzet argumentuma $\pi, 2\pi, 3\pi, \dots$ az átterjedő hang hullámhossza (λ) a kamra hossz (L) függvényében rendre $2L, L, 2L/3, \dots$ az expanziós dobban légoszlop rezonancia alakul ki. A nagy amplitúdójú akusztikai lengések során a falak mentén és a duzzadóhelyeken nagy amplitúdójú nyomásingadozás, illetve ezzel összhangban a sűrűsödési és ritkulási helyek között (negyed periódussal, $\pi/2$ fázissal eltolva) nagy amplitúdójú részecskesebesség ingadozás jön létre. A rezonáns hullámhossz értékek estében a nagy amplitúdójú mozgás lehetővé teszi a hang átterjedését az expanziós dob be- és kilépő keresztmetszete között és az expanziós dob hanggátlása (R_{ed}) 0 dB .

- Ha a szinusz négyzet argumentuma $\pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2, \dots$ az átterjedő hang hullámhossza (λ) a kamra hossz (L) függvényében rendre $4L, 4L/3, 4L/5, \dots$, a periódus éppen a rezonancia frekvenciák közé esik, a nagy amplitúdójú lengések hiányában átvezetés nem alakul ki, és a keresztmetszet viszony (m) értékétől függően az expanziós dob hanggátlása (R_{ed}) a lehető legnagyobb lesz.

- A hanggátlás (R_{ed}) kifejezésében m helyett m reciprokat helyettesítve a kifejezések értéke nem változik, vagyis a hanggátlás független attól, hogy a keresztmetszet ugyanolyan arányban bővül vagy szűkül. A reális értékű hanggátláshoz szükséges keresztmetszet szűkítés jelentős áramlási veszteséget okoz, így a gyakorlatban „kompressziós” dobot nem alkalmazunk.

- Az expanziós dobban a hang tovább terjedését visszaverődés illetve, kioltási interferencia akadályozza, ezért az expanziós dob egy tipikus reaktív hangtompító.

- Az egyszerű expanziós dob hangtompító hanggátlás frekvencia függésében „beszívódások” vannak, így szélessávú zajforrások csendesítésére nem alkalmas. Önmagában, elsősorban rögzített fordulatszámú belsőégésű motorok és térfogatkiszorítás elvű áramlástechnikai gépek zajcsökkentésére használható.

Az expanziós dob hangtompító többnyire fémből készül, így a szállított közegre (nedvesség, por, hő, koptató és vegyi hatás, ...) nem érzékeny. A reaktív hangtompítók általában elegendően szilárdak ahhoz, hogy nagyobb áramlási sebességet is károsodás nélkül elviseljenek. Ennek ellenére a hangtompítóban az átlagos áramlási sebesség ritkán haladja meg a $30\text{--}40\text{ m/s}$ értéket. A nagyobb áramlási sebesség csökkenti a hangtompító hanggátlását, növeli az áramlási veszteséget és a belső felületen áramlási eredetű zajkeltést okoz.

6.2. Gyakorló feladatok

Gy.1. Írja fel az egyszerű expanziós dobban kialakuló hangterjedés leírására vonatkozó egyenletrendszer! Magyarázza el a hangtompító működési elvét, és nevezze meg a tipikus alkalmazási területeit!

Gy.2. Állandó $n=3600$ 1/perc fordulatszámon működő, 4 ütemű, 4 hengeres dízelmotorhoz egyszerű expanziós dob hangtompítót tervezünk. Határozza meg a hangtompító geometriai főméreteit (dob belső hossz és átmérő), ha kipufogócső belső átmérője 80 mm , a kipufogó füstgáz hőmérséklet 250°C , illetve a hangtompító elvárt hanggátlása 25 dB !

Meghatározó hangkeltési folyamat: kipufogás.

Kipufogási frekvencia: $f_k = Z \cdot N \cdot n / 60 = 4 \cdot (1/2) \cdot 3600 / 60 = 120\text{ Hz}$ (henger szám $Z=4$, motor működési szám $N=1/2$)

$$a = \sqrt{\kappa R T_0} = \sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot (273 + 250)} \approx 458,4\text{ m/s}$$

$$\lambda_k = a / f_k \approx 458,4 / 120 \approx 3,82\text{ m}$$

$$\text{Dob optimális belső hossz: } \Delta l_d = \lambda_k / 4 \approx 3,82 / 4 = 0,955\text{ m}$$

A dob hanggátlás: $R_{ed} = 10 \lg(1 + 1/4 (m - 1/m)^2 \sin^2(2\pi l_{ed} f / a)) [dB]$

A kipufogási frekvenciából meghatározott optimális hossz esetén a beiktatási veszteség kifejezésében a szinusz négyzet értéke 1, a beiktatási veszteség az elvárt tervezési értékkel behelyettesítve,

$25 = 10 \lg(1 + 1/4 (m - 1/m)^2)$, átrendezést követően, második tizedesre kerekített együtthatókkal,

$m^2 - 35,51m - 1 = 0$ egyenlet fizikailag reális megoldása: $m \approx 35,54$

$m = A_D/A_d = D^2/d^2$, amelyből a dob átmérője: $D = d \cdot \sqrt{m} \approx 80 \cdot \sqrt{35,54} \approx 477 \text{ mm}$
