

Alkalmazott áramlástan és akusztika

(önálló felkészülést segítő tananyag az akusztika részhez)

Összeállította: Dr. Koscsó Gábor c. egyetemi docens (BME Áramlástan Tanszék)

11. előadás

Tartalom:

11.1. Hanghullámok csillapodása (előadásvázlat)

11.2. Gyakorló feladatok

13.1. Hanghullámok csillapodása (előadásvázlat)

A hanghullámok terjedése során a mechanikai munkavégző képesség nem visszafordítható (irreverzibilis) módon bekövetkező csökkenését, disszipációját csillapodásnak nevezzük. Léghangok esetében a csillapodást kiváltó legfontosabb jelenségek a viszkózus folyadék súrlódás, hővezetés és molekuláris termorelaxáció.

Viszkózus folyadéksúrlódás: Folyadékok áramlása során, ha az áramlásra merőleges irányban a sebesség megváltozik, a sebesség különbség miatt az egymáson elcsúszó folyadék rétegek között dinamikai kapcsolat (erőhatás) ébred. Az erőhatás oka, hogy a lassabb rétegből folyadék részecskék kerülnek a gyorsabb, illetve gyorsabb rétegből a lassabbba. A rétegek között kicserélődő folyadék részecskék nem csak a tömegüket, hanem az impulzusukat is átadják. Így a lassabb rétegből a gyorsabbba átjutó részecskék a gyors réteget lassítják, illetve a gyors rétegből a lassabbba vándorló részecskék a lassabbat gyorsítják. A rétegek között az anyag kicserélődést lamináris áramlásban kizárólag a diffúzió, turbulens áramlásban a diffúzió és a turbulens mellékmozgás együtt hozza létre. A jelenséget a Newton-féle viszkozitási törvény írja le,

$$\tau_{yx} = \mu \frac{\partial v_x}{\partial y}$$

Ahol (τ_{yx}) az y tengelyre merőleges síkban az x irányban ható csúsztató feszültség (felület egységen ható nyíróerő nagysága), (μ) a folyadék dinamikai viszkozitása és a ($\partial v_x / \partial y$) differenciálhányados az x irányú sebesség hosszegységre eső megváltozása az y irányban. Miközben az egymással párhuzamosan mozgó, eltérő sebességű rétegek között erőhatás ébred, disszipáció is kialakul, a közeg mechanikai energiájának egy része elvész. Hangterekben, távol a hangterjedést akadályozó szilárd felületektől a nyíró áramlás nem jellemző, ezért a viszkozitás miatti csillapodás kicsi. A hangterjedés útjában elhelyezett szilárd test felületén kialakuló határrétegben a nyírás és így a csillapodást okozó veszteség megnő. Rohamosan nő a terjedési veszteség a kis átmérőjű (~5µm) elemi szálabból felépülő, nagy fajlagos felületű porózus üveg- vagy kőzetgyapot hangelnyelő anyagokban.

Hővezetés: A hangterjedés során a közegben elemi kompressziók és expanziók alakulnak ki. A kompresszió során a közeg felmelegszik, az expanzió során lehül. Az eltérően felmelegedett rétegek között hővezetés alakul ki. A hővezetés miatt kialakuló hőmérséklet kiegyenlítődésként nem megfordítható (irreverzibilis) folyamat, amely disszipációt okoz. A levegő alapvetően rossz hővezető, hang esetében a hőmérséklet különbség kicsi, illetve nagy a rétegvastagság és kicsi a hőkicserélődésre rendelkezésre álló idő, ezért a hővezetés miatt kialakuló csillapodás a gépészeti zajvédelemben szokásos frekvencia tartományban nem jelentős. Nagyobb frekvencián, továbbá nagy fajlagos felületű szilárd anyagok (üveg-, kőzetgyapot) jelenlétében a hővezetés során fellépő hangcsillapodás jelentős mértékben növekszik.

Molekuláris termorelaxáció: Hangterben, amikor egy megfigyelési pontban a gázcsovecskék összesűrűsödnek, a kinetikus gázelméletnek megfelelően, megnő a közeg sűrűsége, a translációs mozgási energia (hőmérséklet) és a nyomás. Fél periódussal később a gázcsovecskék közötti távolság növekedésével együtt lecsökken a sűrűség, a translációs mozgási energia (hőmérséklet) és a nyomás. Egyatomos gázok

(nemesgázok) esetében a sűrűség, illetve az energia állapot és a nyomás változás gyakorlatilag egy időben zajlik le. Többatomos gázoknál a nyomás változás némileg lemarad a sűrűség változáshoz képest. Például a kétatomos nitrogén és oxigén esetében a molekulákat úgy modellezhetjük, mint két tömeg, amelyet rugó köt össze. Az ilyen molekulák a translációs mozgási energia mellett, rezgési és forgási energia formájában is képesek belső energiát tárolni. Így többatomos molekulákból álló gázok sűrítése esetén a translációs mozgási energia növekedése mellett a rugóval összekötött tömegek rezgési és forgási energiája is növekedésnek indul. A translációs mozgási állapot változáshoz képest azonban a rezgési és forgási mozgás kis időközével következik be. Ez a lemaradás nagyon kis érték (10^{-4} - 10^{-6} sec), a mérnöki gyakorlatban szokásos folyamatok esetében általában nincs jelentősége. Nagy frekvenciájú hangterjedés esetén, a sűrűsödést gyorsan követő ritkulásnál a közeg sűrűség és a translációs mozgási állapot azonnal, a forgás és a rezgés csak kicsit később csökken le. A forgási és rezgési mozgási állapot csökkenés késése miatt a nyomáscsökkenés is késik. Így a sűrűség és a nyomásingadozás szinkronja szétcsúszik. Ha a hang frekvenciája jóval a relaxációs periódus alatt vagy felett van, a veszteség nem jelentős. Ha azonban a két periódus közel megegyezik a „rendes” translációs energia fel- és leépüléshez társuló nyomásingadozást, a késéssel bekövetkező rezgési és forgási energia változás miatti nyomásváltozás, mintegy kioltási interferencia, egymást leépíti. A jelenség, amelyet a rezgési és forgási energia relaxáció késése váltott ki a hangenergia disszipációját okozza.

A folyadéksúrlódás és a hővezetés miatt kialakuló hangcsillapodást leíró egyenletrendszer:

Célunk a hangterjedés során a „klasszikus” csillapodás miatt kialakuló amplitúdó csökkenés meghatározása. A „klasszikus” csillapítás modellezése során a viszkózus folyadéksúrlódás és a hővezetés hatását vesszük figyelembe (a molekuláris termorelaxáció hatását nem), a közeg homogén kontinuum, tartós nyugalomban van és az amplitúdók kicsik. A kiinduló alapegyenletek a kontinuitás-, mozgás- és energiaegyenletek, illetve az ideális gáz állapotegyenlet.

A tömegmegmaradás (anyagmegmaradás) elvét kifejező **kontinuitás-egyenlet**,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \underline{v}) = 0$$

Ahol (ρ) a közeg sűrűsége, (\underline{v}) az áramlási sebesség.

A súrlódásos, összenyomható közegre vonatkozó impulzus-mérleget (mozgásegyenlet) kifejező **Navier-Stokes egyenlet**,

$$\frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + \underline{D}_v \underline{v} = -\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p + \underline{g} + \nu \Delta \underline{v} + \left(\frac{\xi}{\rho} + \frac{\nu}{3} \right) \operatorname{grad} \operatorname{div} \underline{v}$$

Ahol (\underline{v}) az áramlási sebesség, \underline{D}_v az áramlási sebességmegoszlás térbeli változékonyságát kifejező sebességi deriválttenzor, (ρ) a közeg sűrűsége, (p) a nyomás, (\underline{g}) a folyadékra ható külső erőteréből származó tömegegységre vonatkozó erők eredője, (ν) a kinematikai (nyírási) viszkozitási tényező, illetve (ξ) a térfogati (vagy második) viszkozitási tényező.

Az **energiaegyenletet** két rész egyenletre bontva a termodinamika I. főtételeivel és a hővezetés differenciálegyenletével írjuk fel. A **termodinamika I. főtétele**,

$$c_v dT = dq + pd \left(\frac{1}{\rho} \right)$$

Ahol (c_v) az állandó térfogaton vett fajhő, (T) a hőmérséklet, (q) a tömegegységnyi közeggel közölt hő, (p) a nyomás, (ρ) a sűrűség, illetve a $(pd(1/\rho))$ kifejezés a tömegegységnyi közegen a külső nyomásból származó erők által végzett elemi munka.

Hővezetés differenciálegyenlet,

$$c_p \rho \frac{dT}{dt} = \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T)$$

Ahol (c_p) az állandó nyomáson vett fajhő, (ρ) a sűrűség, (T) a hőmérséklet, (λ) a hővezetési tényező, (T) a hőmérséklet.

Végül a vivőközegre vonatkozó anyagtörvény, az **ideális gáz állapotegyenlet,**

$$\frac{p}{\rho} = RT$$

Ahol (p) a nyomás, (ρ) a sűrűség, (R) a specifikus gázállandó és (T) a hőmérséklet.

A változók akusztikában szokásos egyensúlyi és időben ingadozó tagokra bontását követően, a levezetés részletezése nélkül a hullámegyenlet a viszkózus folyadéksúrlódás és a hővezetés miatti csillapító hatás figyelembe vételével,

$$\frac{2T_0 R}{a^2} \frac{\partial p'}{\partial t} = \frac{\lambda}{a^2 R \rho_0} \left(\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{4\nu}{3\rho_0} \frac{\partial^3 p'}{\partial x^2 \partial t} \right) - \frac{\lambda T_0}{a^2 \rho_0} \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2}$$

Az egyenlet egy partikuláris megoldása,

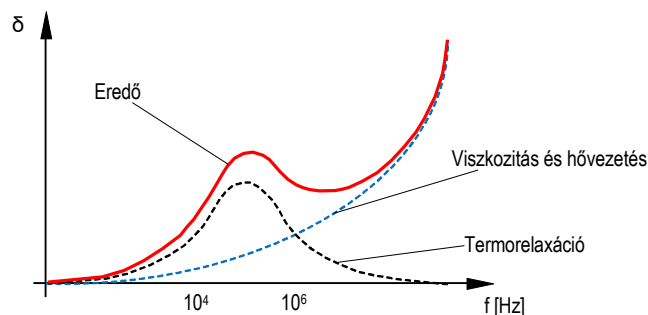
$$p'(x, t) = \hat{p} \cdot e^{-\delta x} e^{i(\omega t - kx)}$$

Ahol „klasszikus” (a viszkózus folyadéksúrlódás és a hővezetés miatti) csillapítási tényező (δ),

$$\delta = \frac{\omega^2}{a^3} \left(\frac{2\nu}{3} + \frac{\lambda}{2\rho_0 c_v} \left(\frac{\kappa - 1}{\kappa} \right) \right)$$

Ahol (ω) a szögsebesség, (a) a hangsebesség, (ν) a kinematikai (nyírási) viszkozitási tényező, (λ) a hővezetési tényező, (ρ_0) az egyensúlyi sűrűség (c_v) az állandó térfogaton vett fajhő, (κ) az adiabatikus kitevő (fajhőviszony).

A viszkózus folyadéksúrlódás és a hővezetés miatt kialakuló csillapítási tényező a frekvencia második hatványával arányos (a függvény grafikon egy másodfokú parabola), a molekuláris termorelaxáció miatti csillapítás kis és igen nagy frekvenciákon nem jelentős, értéke a relaxációs periódus tartományban nagy. A klasszikus, a termorelaxáció és ezek eredő hatása miatt kialakuló csillapítási tényező változását jellegre helyesen a frekvencia függvényében a következő ábra mutatja.



Jellegre helyesen a viszkozitás és a hővezetés, illetve a termorelaxáció miatti és az eredő csillapítási tényező a frekvencia (f) függvényében

Hang csillapodásnak becsülő számítása a gyakorlatban:

Levegőben gyakorlati számításokhoz a csillapítás értékét a viszkozitás, a hővezetés és a termorelaxáció miatti disszipáció, továbbá a levegő nedvességtartalmának a figyelembe vételével a következő tapasztalati (empirikus) összefüggéssel becsüljük,

$$\Delta L_{cs} = 7,4 \cdot 10^{-8} \frac{rf^2}{\Phi} \quad [dB]$$

Ahol (r [m]) a megtett távolság, (f [Hz]) a frekvencia és (Φ [%]) a relatív páratartalom. (Tapasztalati összefüggés használata esetén mindig ügyelni kell a behelyettesített mennyiségek mértékegységének helyességére!)

Például 100m megtett távolság és 50% relatív páratartalom esetén levegőben a csillapítás nagysága szintekben (ezredre kerekítve) 100Hz-en 0,002dB, 1kHz-en 0,148dB és 10kHz-en 14,8dB. Levegőben a hang csillapodása 1kHz alatti frekvencia tartományban párszor 100m távolságon belül a zajvédelemi gyakorlat szempontjából elhanyagolható. Ennél nagyobb frekvenciák és hangterjedési távolságok esetén a csillapodás fokozott növekedése tapasztalható.

11.2. Gyakorló feladat

Gy.1. Sorolja fel, és röviden magyarázza a levegőben terjedő hanghullámok csillapodásának okát! Írja fel a csillapodás leírására szolgáló parciális differenciálegyenlet rendszert! Rajzolja fel jellegre helyesen az egyes összetevők és az eredő csillapítási tényező változását a frekvencia függvényében!
