9+10. GYAKORLAT (9.+10. okt. hét) ÁRAMLÁSTAN BSc

Témakörök a 9.+10. heti 9.+10. gyakorlatra:

- IMPULZUSTÉTEL ALKALMAZÁSAI

A) 9. hétre javasolt: áramlásba helyezett testre ható erő számítása

B) 9. hétre javasolt: Coanda-effektus

C) 10. hétre javasolt: Nem állandó sűrűségű (ρ≠állandó) közegáramlásban Δp meghatározása

D) 10. hétre javasolt: Borda-féle kifolyónyílás, α_s kontrakciós tényező

E) 10. hétre javasolt: Légcsavar sugárelmélete (légcsavar, szélturbina)

F) 10. hétre javasolt: Borda-Carnot idom nyomásvesztesége

PÉLDA (impulzustétel)

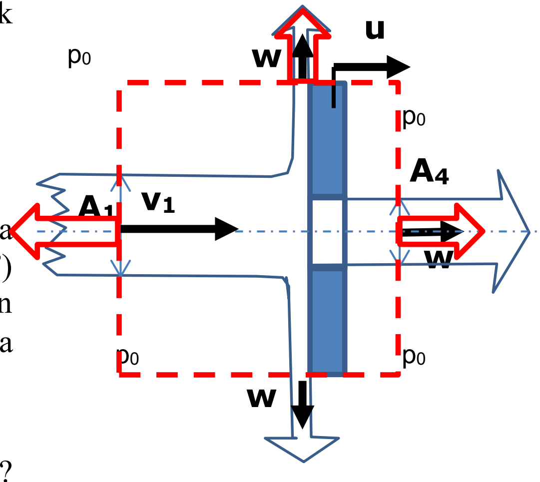
Az A_1=100cm^2 keresztmetszetű víz szabadsugár a vízszintes síkban az abszolút rendszerben értelmezett állandó v_1=50m/s sebességgel áramlik merőlegesen egy lyukas tárcsára. A tárcsa

A)u=0m/s áll, vagy

B)u=+20m/s sebességgel jobbra, vagy

C)u=-20m/s sebességgel balra

mozog. A nyílás keresztmetszete A_4=50cm^2. A tárcsa szélén („2” és „3” pontban) leáramló és a nyíláson („4”) keresztül átáramló víz relatív sebességei (w) az ábrán nyíllal jelöltek. **FELTÉTELEK**: ρ=áll., μ=0, a szabadsugárra a nehézségi erőtér hatása elhanyagolható.



ADATOK: p_0=10^{5}Pa, g=10N/kg; $\rho_{víz}$=1000*kg/m*^{3}

KÉRDÉS: Határozza meg a lyukas tárcsára ható erőt! $\underline{\boldsymbol{R}}$=?

Megjegyzés: Kérem, rajzolja be az ábrába a felvett koordinátarendszert és az ellenőrző felületet! A példa megoldása ezek nélkül nem értelmezhető!

MEGOLDÁS

Az $A_{e.f.}$ felvétele, valamint a koordinátarendszer felvétele az első lépés. Legyenek pl. (x→, y↑) irányítottságúak a koordináta tengelyek. Az $A_{e.f.}$–en mindenhol azonos p_0 értékű a nyomás. Folytonosság és szimmetria: $A_2=A_3=(A_1-A_4)/2=25$cm^2. Stacioner állapot, súrlódásmentes közeg, ρ=áll, súlyerő elhanyagolható.

A) u = 0m/s (álló tárcsa): Az 1-2, 1-3 és 1-4 áramvonalon külön felírt Bernoulli-egyenletekből kapjuk: $v_1=v_2=v_3=v_4=$**50m/s**. Impulzustétel **x ill. y irányban** felírt komponensegyenletei:

$$-\rho_1 v_1^2 A_1 + \rho_4 v_4^2 A_4 = -R_x$$
$$+\rho_2 v_2^2 A_2 - \rho_3 v_3^2 A_3 = -R_y$$

B) u = + 20m/s (rááramló vízsugárral azonos irányban mozgó tárcsa): Az 1-2, 1-3, 1-4 áramvonalakon relatív (tárcsához rögzített) koordinátarendszerben) felírt Bernoulli-egyenletekből $w_1=w_2=w_3=w_4$=50-20=**30m/s**. (**w**=**v**-**u**). Az impulzustétel **x ill. y irányban** felírt komponensegyenletei relatív rendszerben:

$$-\rho_1 w_1^2 A_1 + \rho_4 w_4^2 A_4 = -R_x$$
$$+\rho_2 w_2^2 A_2 - \rho_3 w_3^2 A_3 = -R_y$$

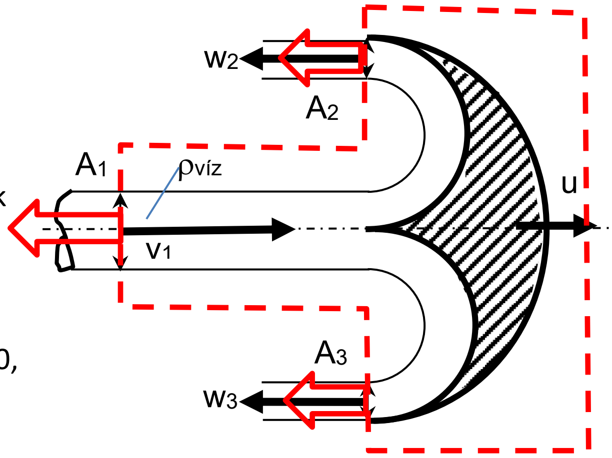
C) u = - 20m/s (rááramló vízsugárral szemben mozgó tárcsa): Az 1-2, 1-3, 1-4 áramvonalakon relatív (tárcsához rögzített) koordinátarendszerben) felírt Bernoulli-egyenletekből $w_1=w_2=w_3=w_4$=50-(-20)=**70m/s**. (**w**=**v**-**u**) Az impulzustétel **x ill. y irányban** felírt komponensegyenletei relatív rendszerben:

$$-\rho_1 w_1^2 A_1 + \rho_4 w_4^2 A_4 = -R_x$$
$$+\rho_2 w_2^2 A_2 - \rho_3 w_3^2 A_3 = -R_y$$

A fenti két-két komponensegyenlet az R tesre ható erő R_x ill R_y komponenseire rendezhető, majd $|\underline{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$ alapján R nagysága és iránya is kiszámítható, felrajzolható.

PÉLDA (impulzustétel)

Egy A_1=0,01m^2 keresztmetszetű víz szabadsugár v_1=40m/s abszolút sebességgel áramlik egy vele azonos irányban u=10m/s sebességgel mozgó íves szimmetrikus idomra (pl. turbina lapát). Az A_2=A_3 azonos keresztmetszetű idomról leáramló vízsugarak tengelyei a rááramlással párhuzamosak. A leáramlás relatív sebességei az ábrán jelöltek.



FELTÉTELEK: stacioner állapot, síkáramlás, ρ=áll., μ=0, a nehézségi erőtér hatása elhanyagolható.
ADATOK: $p_0=10^5$Pa, g=10N/kg; $\rho_{víz}=10^3 kg/m^3$
KÉRDÉS: Határozza meg az idomra ható **R** erőt!

Megjegyzés: Kérem, rajzolja be az ábrába a felvett koordinátarendszert és az ellenőrző felületet! A példa megoldása ezek nélkül nem értelmezhető!

MEGOLDÁS

A mozgó idomhoz rögzített $A_{e.f.}$ felvétele (lásd ábra), valamint szintén a mozgó idomhoz rögzített (x→, y↑) irányítottságú koordinátarendszer felvétele az első lépés. A nyomás az $A_{e.f.}$ –en mindenhol p_0. A sűrűség állandó. Folytonosság relatív rendszerben: $w_1A_1= w_2A_2+ w_3A_3$. Az 1->2 és 1->3 relatív áramvonalakon felírt Bernoulli-egyenletekből $w_1=w_2=w_3$. Ezzelw_1=40-10=30m/s, illetve $A_1= A_2+ A_3$, Szimmetria miatt $A_2=A_3=0,5\cdot A_1$

Az impulzusáram vektoroknak csak x irányú komponense van.

Az impulzustétel **x irányban** felírt komponensegyenlete relatív rendszerben:

$$-\rho_1 w_1^2 A_1 - \rho_2 w_2^2 A_2 - \rho_3 w_3^2 A_3 = -R_x$$

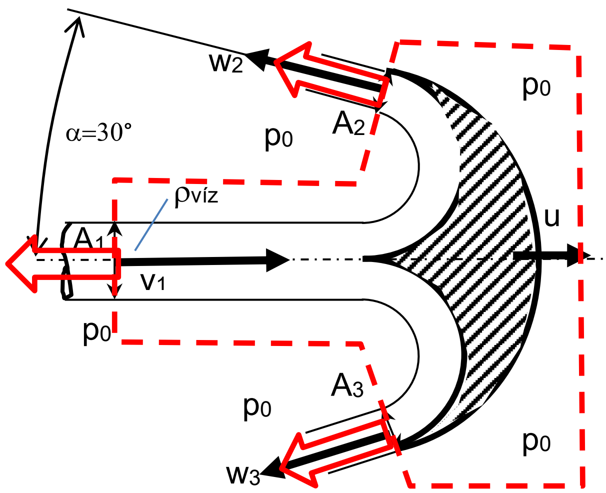
Az impulzustétel **y irányban** felírt komponensegyenlete relatív rendszerben:

$$0 = -R_y$$

A ható $\underline{R}$ erővektor R_x és R_y komponenseire fenti két komponensegyenlet rendezhető, majd $\underline{R}$ nagysága és iránya kiszámítható, felrajzolható. R_x=18kN és R_y=0N

PÉLDA (impulzustétel)

VÁLTOZAT:
α=30°



Az $\underline{I}_1$ impulzusáram vektornak csak x irányú, míg az $\underline{I}_2$ és $\underline{I}_3$ impulzusáram vektoroknak y irányú komponense is van.

Az impulzustétel **x irányban** felírt komponensegyenlete relatív rendszerben:

$$-\rho_1 w_1^2 A_1 - \rho_2 w_2^2 A_2 cos30° - \rho_3 w_3^2 A_3 cos30° = -R_x$$

Az impulzustétel **y irányban** felírt komponensegyenlete relatív rendszerben:

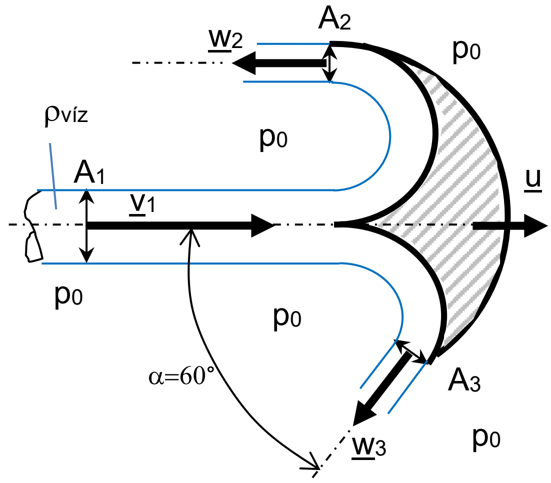
$$+\rho_2 w_2^2 A_2 sin30° - \rho_3 w_3^2 A_3 sin30° = -R_y$$

A ható $\underline{R}$ erővektor R_x és R_y komponenseire fenti két komponensegyenlet rendezhető, R_x és R_y, majd $\underline{R}$ nagysága és iránya kiszámítható, felrajzolható

PÉLDA (impulzustétel)

VÁLTOZAT: aszimmetrikus idom)

Egy A_1=0,01m^2 keresztmetszetű víz szabadsugár v_1=50m/s abszolút sebességgel áramlik rá az u=20m/s sebességgel vele egyirányba mozgó íves aszimmetrikus turbinalapátra. (Ez ábrán a sraffozással jelölt idom.) Az ábrán a „2" és „3" keresztmetszetekben a relatív w sebességvektorokkal (w=v-u) adott lapátról leáramló víz szabadsugarak azonos keresztmetszetűek (A_2=A_3). A felső „2" leáramló vízsugár tengelye párhuzamos a rááramlással, az alsó „3" vízsugár tengelye a rááramlás tengelyével 60° szöget zár be.



FELTÉTELEK: stacioner állapot, síkáramlás, ρ=áll., μ=0, a nehézségi erőtér hatása elhanyagolható.

ADATOK: p_0=10^{5}Pa, g=10N/kg; $\rho_{víz}$=1000*kg/m³*

KÉRDÉS: Határozza meg az idomra ható **R** erőt!

Megjegyzés: Kérem, rajzolja be az ábrába a felvett koordinátarendszert és az ellenőrző felületet! A példa megoldása ezek nélkül nem értelmezhető!

MEGOLDÁS (A lap túloldalán is folytathatja a megoldást)

Az $\underline{I}_1$ impulzusáram vektornak csak x irányú, az $\underline{I}_2$ impulzusáram vektornak csak y irányú, míg az $\underline{I}_3$ impulzusáram vektornak x és y irányú komponense is van. Az A_{ef}-en mindenhol p_0 nyomás. Az impulzustétel **x irányban** felírt komponensegyenlete relatív rendszerben:

$$-\rho_1 w_1^2 A_1 - \rho_2 w_2^2 A_2 - \rho_3 w_3^2 A_3 cos60° = -R_x$$

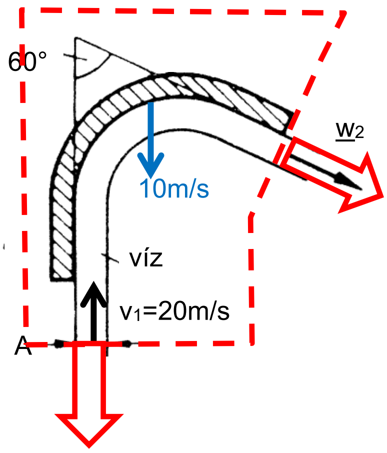
Az impulzustétel **y irányban** felírt komponensegyenlete relatív rendszerben:

$$-\rho_3 w_3^2 A_3 sin60° = -R_y$$

A ható *R* erővektor R_x és R_y komponenseire fenti két komponensegyenlet rendezhető, R_x és R_y, majd *R* nagysága és iránya kiszámítható, felrajzolható.

PÉLDA (impulzustétel)

Az A=10cm^2 keresztmetszetű víz szabadsugár a vízszintes síkban állandó **v_1=20m/s** sebességgel áramlik a vele ellentétes (ld. nyíl) irányban **10m/s** sebességgel mozgó ívelt lapra. Az ívelt lapról a lappal párhuzamosan leáramló vízsugár relatív sebességvektora ($\underline{w}_2$) az ábrán nyíllal jelölt.



FELTÉTELEK: μ=0; ρ=áll.; stacioner áramlás

ADATOK: $p_0=10^5$Pa, g=10N/kg; ρ=1000kg/m^3

KÉRDÉSEK:

A)Határozza meg az ívelt lapra ható erőt! **$\underline{R}$**=?

B)Mekkorára változik az ívelt lapra ható **R** erő, ha az ívelt lap az ábrába berajzolt nyíllal ellentétes irányban mozog 10m/s sebességgel?

Megjegyzés: Kérem, rajzolja be az ábrába a felvett koordinátarendszert és az ellenőrző felületet! A példa megoldása ezek nélkül nem értelmezhető!

MEGOLDÁS

Az $A_{e.f.}$ felvétele (lásd ábra), valamint a koordinátarendszer felvétele az első lépés.
Legyenek (x⟶, y↑) irányítottságúa a tengelyek.
A nyomás az $A_{e.f.}$ ellenőrző felületen mindenhol p_0. (szabadsugár!)
A sűrűség állandó.

A)

A rááramló vízsugárral „szemben" mozgó tárcsa esetén:

Folytonosság és 1 -> 2 relatív áramvonalakon felírt Bernoulli-egyenletekből adódik, hogy $w_1=w_2$, és w_1= 20-(-10)=30m/s, illetve hogy $A_1=A_2$

Az impulzustétel **x irányban** felírt komponensegyenlete relatív rendszerben:

$$\rho_2 w_2^2 A_2 \sin 60° = -R_x$$

Az impulzustétel **y irányban** felírt komponensegyenlete relatív rendszerben:

$$-\rho_1 w_1^2 A_1 - \rho_2 w_2^2 A_2 \cos 60° = -R_y$$

$$R_y = \rho_1 w_1^2 A_1 (1 - \cos 60°)$$

A ható erő komponenseire fenti két komponensegyenlet rendezhető, majd $\underline{R}$ nagysága és iránya is kiszámítható, felrajzolható.

B)

A rááramló vízsugárral „azonos irányban" mozgó tárcsa esetén

Folytonosság és 1 → 2 relatív áramvonalakon felírt Bernoulli-egyenletekből adódik, hogy w_1=20-10=10m/s. Továbbá is $w_1= w_2$ és $A_1=A_2$

A megoldás során azonos komponens-egyenletekbe helyettesítjük be a w új értékét:

Az impulzustétel **x irányban** felírt komponensegyenlete relatív rendszerben:

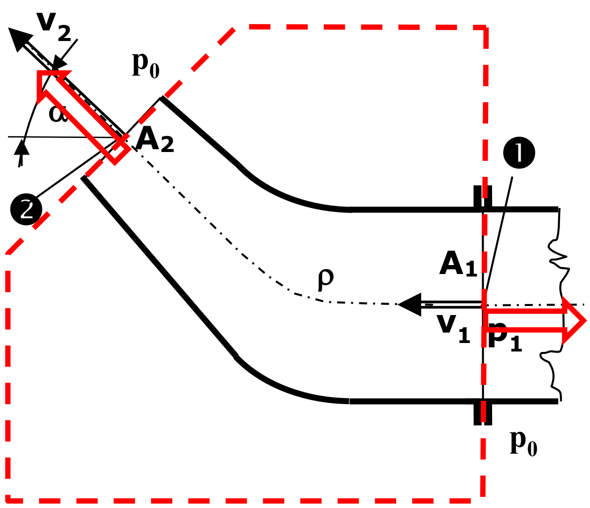
$$\rho_2 w_2^2 A_2 \sin 60° = -R_x$$

Az impulzustétel **y irányban** felírt komponensegyenlete relatív rendszerben:

$$-\rho_1 w_1^2 A_1 - \rho_2 w_2^2 A_2 \cos 60° = -R_y$$

A ható $\underline{R}$ erővektor R_x és R_y komponenseire fenti két komponensegyenlet rendezhető, majd $\underline{R}$ nagysága és iránya is kiszámítható, felrajzolható.

PÉLDA (impulzustétel)



Egy hőlégfúvó áramlás irányban szűkülő, a p_0 nyomású szabadba nyíló csővégi idomát mutatja az ábra. Az „1" és „2" keresztmetszetbeli tengelyek egymással α=60° szöget zárnak be, és a vízszintes (x,y) síkban fekszenek. Ismert a ρ= 1 kg/m^3 sűrűségű meleg levegő „1" keresztmetszetbeli átlagsebessége: v_1=30m/s. **FELTÉTELEK**: μ=0; ρ=áll.; stacioner áramlás, a folyadékra ható súlyerő elhanyagolható.

ADATOK:

$p_0=10^5$Pa; g=10N/kg; ρ= 1 kg/m^3;

$A_1=10^{-3}$ m²; $A_2=5\cdot10^{-4}$m² v_1=30m/s

KÉRDÉS: Határozza meg az idomra ható **R** erőt!

Megjegyzés: Kérem, rajzolja be az ábrába az Ön által felvett koordináta-rendszert egyértelműen jelölt x és y tengelyekkel, illetve jelölje be számításához használt ún. ellenőrző felületet! Ezek nélkül a megoldás elvi hibás, nem értelmezhető!

MEGOLDÁS

Folytonosság tétele: $v_1 A_1=v_2 A_2$, és $A_1/A_2=2$

A feltételek szerinti folytonosság tételt kihasználva v_1=30m/s, v_2=60m/s, és a Bernoulli-egyenletet felírva „1" és „2" pontok közé a nyomáskülönbség (p_1-p_0= 1350 Pa) ismeretében:

Az $A_{e.f.}$ felvétele (lásd ábra), valamint koordinátarendszer felvétele az első lépés. Legyenek (x→, y↑) irányítottságúak a tengelyek.

A nyomás az $A_{e.f.}$ –en mindenhol p_0, kivéve A_1 keresztmetszetet, ahol p_1.
A sűrűség állandó.

Az impulzustétel **x irányban** felírt komponensegyenlete:

$$\rho_1 v_1^2 A_1 - \rho_2 v_2^2 A_2 cos60° = -\int_{Ax} p d\underline{A} - R_x$$

Ahol a nyomáseloszlásból származó erő x irányú komponense:

$$-\int_{Ax} p d\underline{A} = -(p_1 A_1 - p_0 A_1) = (p_0 - p_1) A_1$$

Az impulzustétel **y irányban** felírt komponensegyenlete:

$$\rho_2 v_2^2 A_2 sin60° = -\int_{Ay} p d\underline{A} - R_y$$

Ahol a nyomáseloszlásból származó erő y irányú komponense:

$$-\int_{Ay} p d\underline{A} = 0$$

A ható *R* erővektor R_x és R_y komponenseire fenti két komponensegyenlet rendezhető, majd *R* nagysága és iránya kiszámítható, felrajzolható.

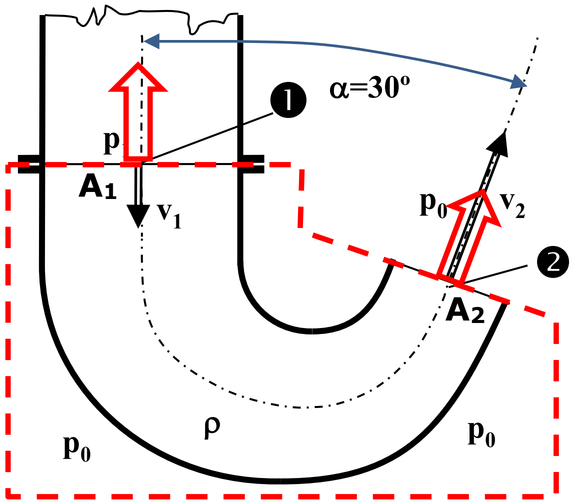
PÉLDA (impulzustétel)

Egy A_1=0,001m^2 keresztmetszetű cső végén egy áramlás irányban szűkülő ($A_2=A_1/2$) könyökidom (α=30°) van. A könyökidom tengelye a vízszintes síkban van. A víz (ρ=1000kg/m^3) az A_1 keresztmetszeten ismert v_1=20m/s átlagsebességgel áramlik.

FELTÉTELEK: μ=0; ρ=áll.; $p_0=10^5$Pa; stacioner áramlás, a nehézségi erőtér hatása elhanyagolható.

KÉRDÉS: Határozza meg az idomra ható **R** erőt!

Megjegyzés: Kérem, rajzolja be az ábrába az Ön által felvett koordinátarendszert és az ellenőrző felületet! Ezek nélkül a megoldása nem értelmezhető!



MEGOLDÁS

Folytonosság tétele: $v_1 A_1 = v_2 A_2$, és $A_1/A_2=2$ ismert. A feltételek szerinti stac. Bernoulli –egyenletet felírva „1" és „2" pontok közé a nyomáskülönbség (p_1-p_0= 600 000 Pa) ismeretében folytonosság tételét kihasználva a sebességekre kapjuk: v_1=20/s, v_2=40m/s

Az $A_{e.f.}$ felvétele (lásd ábra), valamint (x⟶, y↑) irányítottságú koordinátarendszer felvétele az első lépés.
A nyomás az $A_{e.f.}$ –en mindenhol p_0., kivéve A_1 keresztmetszetet, ahol p_1.
A sűrűség állandó.

Az impulzustétel **x irányban** felírt komponensegyenlete:

$$\rho_2 v_2^2 A_2 sin30° = -\int_{Ax} p\, d\underline{A} - R_x$$

Ahol a nyomáseloszlásból származó erő x irányú komponense zárus: $-\int_{Ax} pd\underline{A} = 0$

Az impulzustétel **y irányban** felírt komponensegyenlete:

$$+\rho_1 v_1^2 A_1 + \rho_2 v_2^2 A_2 cos30° = -\int_{Ay} pd\underline{A} - R_y$$

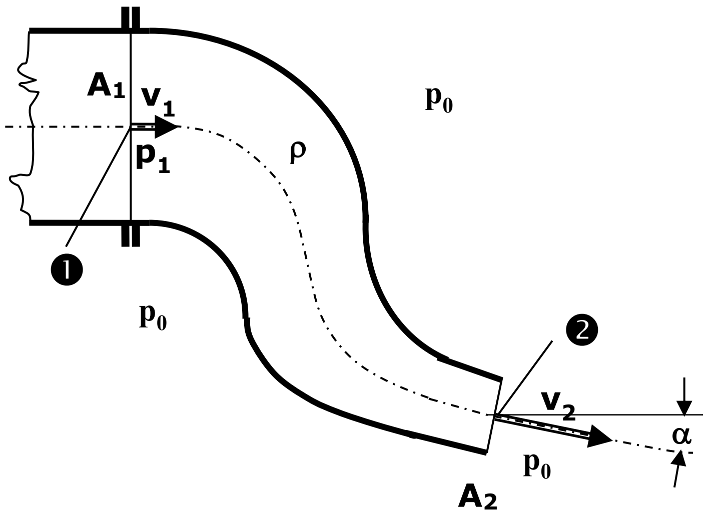
Ahol a nyomáseloszlásból származó erő y irányú komponense:

$$-\int_{Ay} pd\underline{A} = -(p_1 A_1 - p_0 A_1) = -(p_1 - p_0)A_1$$

A ható *R* erővektor R_x és R_y komponenseire fenti két komponensegyenlet rendezhető, majd *R* nagysága és iránya kiszámítható, felrajzolható. R_x= - 400N, R_y= - 1693N

PÉLDA (impulzustétel, további gyakorlásként)

Egy áramlás irányban szűkülő, a p_0 nyomású szabadba nyíló S-alakú csővégi konfúzor idomot mutat az ábra. Az „1” és „2” keresztmetszetbeli csőtengelyek egymással α=30° szöget zárnak be. Az idom a vízszintes síkban fekszik. Víz ($\rho_{víz}$=1000kg/m^3) áramlik az idomon keresztül. Az átlagsebesség az „1” áramlási keresztmetszetben v_1=10m/s. **FELTÉTELEK**: μ=0; ρ=áll.; stacioner áramlás, a folyadékra ható súlyerő elhanyagolható. **ADATOK:**p_0=10^{5}Pa; g=10N/kg; $\rho_{víz}$=1000*kg/m^3*; A_1=0,01m^2; A_2=0,005m^2



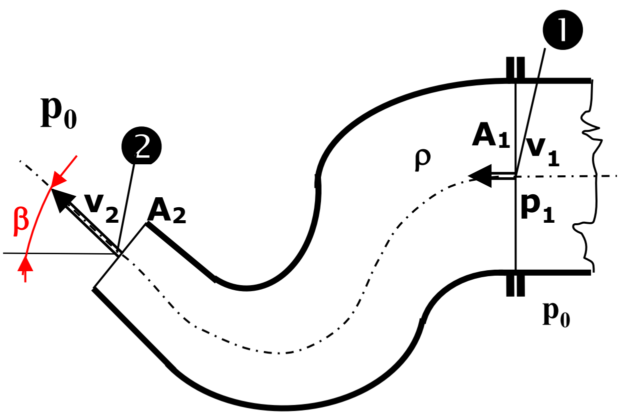
KÉRDÉS: Határozza meg az idomra ható **R** erőt!

Megjegyzés: Kérem, rajzolja be az ábrába az Ön által felvett koordináta-rendszert és az ellenőrző felületet! Ezek nélkül a megoldása nem értelmezhető!

MEGOLDÁS *(a lap túloldalán is folytathatja)*

PÉLDA (impulzustétel, további gyakorlásként)

Egy csővégre egy áramlás irányban szűkülő, a p_0 nyomású szabadba nyíló S-alakú csővégi idomot rögzítünk. Az A_1 és A_2 keresztmetszetbeli csőtengelyek egymással β=30° szöget zárnak be. Az idom a vízszintes (x,y) síkban fekszik. A víz „1” keresztmetszetbeli átlagsebessége v_1=4m/s. **FELTÉTELEK**: μ=0; ρ=áll.; stacioner áramlás **ADATOK:** p_0=10^{5}Pa; g=10N/kg; ρ=1000*kg/m^3*; A_1=0,01m^2; A_2=0,005m^2



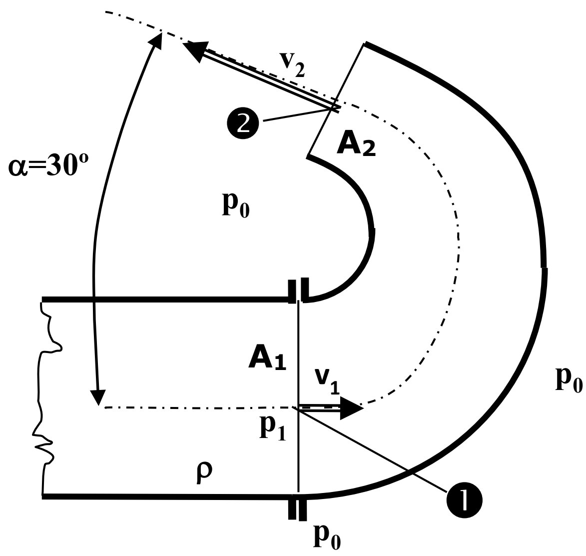
KÉRDÉS: Határozza meg az idomra ható **R** erőt!

Megjegyzés: Kérem, rajzolja be az ábrába az Ön által felvett koordináta-rendszert egyértelműen jelölt koordináta-tengelyekkel (pl. x,y), illetve jelölje be számításához használt ún. A_{ef} ellenőrző felületet! Ezek nélkül a megoldása elvi hibás, nem értelmezhető!

MEGOLDÁS *(a lap túloldalán is folytathatja)*

PÉLDA (impulzustétel, további gyakorlásként)

Egy A_1 = 200 cm^2 keresztmetszetű cső végén egy áramlás irányban szűkülő (A_2=A_1/4) íves könyökidom (α=30°) van. A könyökidom tengelye a vízszintes síkban fekszik. Az A_1 keresztmetszeten ρ=1000kg/m^3 víz áramlik ismert v_1=5m/s átlagsebességgel. A „2” keresztmetszeten a közeg a szabadba áramlik ki.



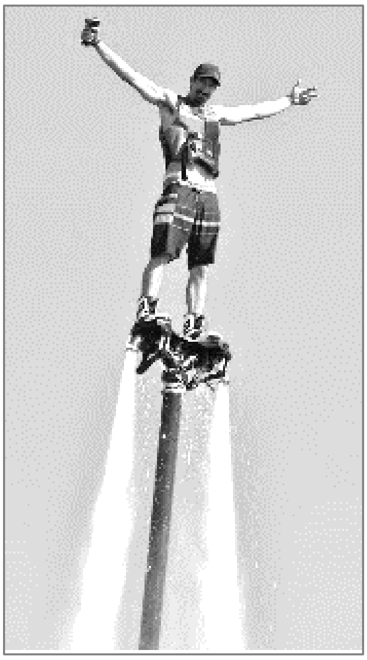
FELTÉTELEK: μ=0; ρ=áll.; p_0=10^{5}Pa; stacioner áramlás, a nehézségi erőtér hatása elhanyagolható.

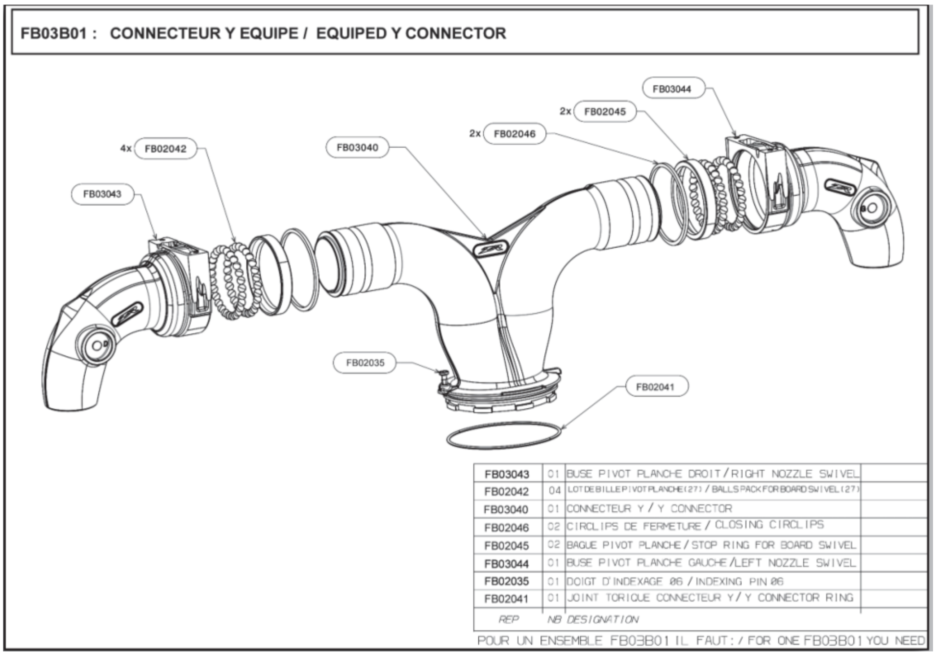
KÉRDÉS: Határozza meg az idomra ható **R** erőt!

Megjegyzés: Kérem, rajzolja be az ábrába a felvett koordinátarendszert és az ellenőrző felületet! A példa megoldása ezek nélkül nem értelmezhető!

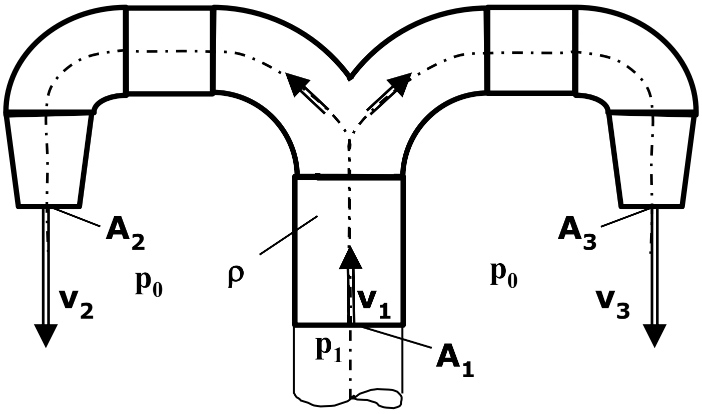
MEGOLDÁS (A lap túloldalán is folytathatja a megoldást)

PÉLDA (impulzustétel, további gyakorlásként)





Egy flyboard duplavízsugár-fúvókáját mutatja az ábra. Az alsó cső A_1=0,012m^2 keresztmetszetén v_1 sebességgel áramlik be víz (ρ=1000kg/m^3) a szimmetrikus elosztóidomba. Ott két (bal és jobb) irányba eltérül, majd a lefelé néző szűkülő végfúvókák azonos (A_2=A_3=0,005m^2) kilépő keresztmetszetein a víz azonos v_2=v_3=12m/s sebességgel két szabadsugárként függőlegesen lefelé áramlik ki a szabadba (p_0=10^{5}Pa).



FELTÉTELEK: μ=0; ρ=áll.; stacioner áramlás, az idomon belüli áramlásra a nehézségi erőtér hatása elhanyagolható. Az „1", „2" és „3" csőtengelyek párhuzamosak.

KÉRDÉSEK:

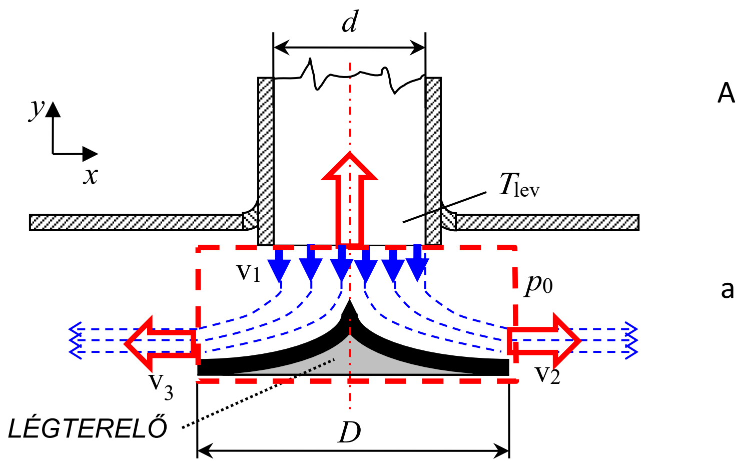
A)Határozza meg az idomra ható **R** erőt!

B)Indokolja R ismeretében, hogy elegendő-e ez a két vízsugár ahhoz, hogy 5m magasban tartsa a kb. 80kg tömegű embert, a kb. 20kg tömegű felszerelést (cső, fúvóka stb) és a vízzel teli csövet!

Megjegyzés: Kérem, rajzolja be az ábrába az Ön által felvett koordinátarendszert és az ellenőrző felületet! Ezek nélkül a megoldása nem értelmezhető!

MEGOLDÁS *(a lap túloldalán is folytathatja)*

PÉLDA (impulzustétel)



A mellékelt ábrán egy kúpos kialakítású, szimmetrikus mennyezeti légbefúvó-egység látható, átmérője Ø*D*=200*mm*. Ø*d*=100*mm* átmérőjű csőből hideg levegő áramlik rá a légterelő egységre, majd mennyezettel (x iránnyal) párhuzamosan áramlik le arról. Ismert a levegő v_1=10*m/s* kiáramlási sebessége kiáramlási keresztmetszetben, ahol p_0 a nyomás. A csőből kiáramló levegő áramvonalai párhuzamosak.

FELTTELEK: A teremben a nyomás mindenütt $p_0=10^5 Pa$. Stacionárius és súrlódásmentes az áramlás, a közeg összenyomhatatlan (ρ=1,25 kg/m³). A gravitációs térerősségből származó erőhatást hanyagolja el!

ADATOK: *D* = 200 *mm*, *d* = 100 *mm*

KÉRDÉSEK:

a) Számítsa ki a légterelőről leáramló levegőkerestmetszet (=hengerpalást) magasságát és sebességét! **H=?; v_2 = ?, v_3 = ?**

b) Határozza meg a légterelő idomra ható erőt! ***R***=? R_x=?, R_y=?**

Megjegyzés: Kérem, rajzolja be az ábrába a felvett koordinátarendszert és az ellenőrző felületet! A példa megoldása ezek nélkül nem értelmezhető!

MEGOLDÁS

A folytonosság tételét felírjuk az A_1 kiáramlási keresztmetszet (kör) és a légterelő idomom eltérülő, arról leáramló légsugár (ismeretlen H magasságú hengerpalást) között: $v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2$, ahol v_1=10m/s és $A_1 = d^2\pi/4 = 7{,}85398 \cdot 10^{-3}$ m² ismert. A légterelő idomon eltérülő légsugár a megadott feltételek szerint egy D átmérőjű is ismeretlen H magasságú hengerpalást keresztmetszeten ($A_2 = D\pi H$) áramlik le az idomról a mennyezettel párhuzamosan. Itt v_2 sebesség érvényes a A_2 keresztmetszeten a kerület mentén mindenhol. A leáramló légsugár hengerpalást $A_2 = D\pi H$ keresztmetszetének magassága (H) nem ismert, de a Bernoulli-egyenlet és a folytonosság tétel segít. A feltételek szerinti stacioner Bernoulli-egyenletet felírva „1” és „2” pontok közé (amelyekben p_0 érvényes „1” és „2” pontokban is $p_0=p_1=p_2$) a sebességekre kapjuk: $v_1=v_2$=10m/s. Ez alapján a folytonosság tétele szerint $A_1=A_2$, azaz $d^2\pi/4 = D\pi H$, azaz az ismeretlen magasság értéke: $H = (d^2\pi/4)/(D\pi) = (d^2/4)/(D) = 0{,}1^2/4/0{,}2 = 0{,}0125$m=12,5mm.

Ha ezt a metszetet síkáramlásnak tekintjük, akkor $A_2=A_3=A_1/2$ szimmetria okokból, nincs szükség a H magasságra, és a leáramló légsugár a jobboldali A_2 keresztmetszeten és az baloldali A_3 keresztmetszeten azonos sebességű a v_1 értékkel: $v_1=v_2=v_3$=10m/s. (Lásd Bernoulli-egyenletet felírva „1” és „2” illetve „1” és „3” pontok közé.)

Az $A_{e.f.}$ felvétele (lásd ábra), valamint (x⟶, y↑) irányítottságú koordinátarendszer felvétele az első lépés. A nyomás az $A_{e.f.}$ ellenőrző felületen mindenhol p_0. A sűrűség állandó. Stacioner állapot, erőtér elhanyagolva, súrlódásmentes közeg.

Az impulzustétel **x irányban** felírt komponensegyenlete:

$$\rho_2 v_2^2 A_2 - \rho_3 v_3^2 A_3 = -R_x$$

Mivel ρ, v, A és a p is azonos a „2” és „3” keresztmetszetben, így R_x=0N.

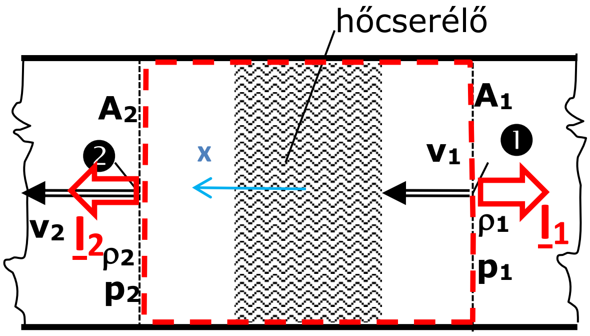
Az impulzustétel **y irányban** felírt komponensegyenlet:

$$+\rho_1 v_1^2 A_1 = -R_y$$

Adatokat behelyettesítve kapjuk: $R_y = -\,1{,}25 \cdot 10^2 \cdot 7{,}85398 \cdot 10^{-3} = -\,0{,}982$ N

PÉLDA (impulzustétel $\rho\neq$állandó áramlás esetén Δp kiszámítására)

(A nem állandó sűrűségű közegáramlás esetén Bernoulli-egyenlet nem alkalmazható, de impulzustétel igen.)
Egy vízszintes tengelyű, $A_1=A_2=2m^2$ állandó keresztmetszetű hőcserélővel az „1” és „2” keresztmetszetek között a (balra) áramló $\rho_1=0{,}8kg/m^3$ sűrűségű forró füstgázt **lehűtjük**, mely következtében sűrűsége $\rho_2=1{,}1kg/m^3$ lesz. Ismert az „1 pontbeli $v_1=20m/s$ áramlási átlagsebesség. **FELTÉTELEK**: $\mu=0$; stacioner állapot, a hőcserélőre ható erő és a folyadékra ható súlyerő elhanyagolható.



KÉRDÉS: Határozza meg az „1” ill. „2” keresztmetszetek közötti $\Delta p_{12}=(p_1-p_2)$ nyomáskülönbség értékét! Δp_{12}=? [Pa]
Megjegyzés: Kérem, rajzolja be az ábrába a felvett koordinátarendszert és az ellenőrző felületet! A példa megoldása ezek nélkül nem értelmezhető!

MEGOLDÁS

A Bernoulli-egyenlet elvi hiba lenne felírni „1” és „2” pontok között, hiszen nem elhanyagolható ($\Delta\rho$>5%) mértékben változik sűrűség!
Az összenyomható közeg stacioner áramlása esetén érvényes folytonosság tétel ($q_m=\rho$ v A = állandó tömegáram) előírása alapján v_2 sebesség kiszámítható, hiszen $v_1=20m/s$ ismert és ismertek a sűrűségek és keresztmetszetek. Mivel $A_1=A_2$, így $v_2=v_1\cdot\rho_1/\rho_2$.

A vízszintes tengely (z=áll., a súlyerő elhanyagolható) elegendő az impulzustételnek csak a vízszintes csőtengely, azaz az x irányú komponens-egyenletét felírnunk, melyből a keresett nyomáskülönbség meghatározható, mivel a hőcserélőre ható R erő elhanyagolható.

Az ellenőrző felületbe beáramló, illetve abból kiáramló közeg átlagsebességei ismertek, de a nyomás nem. Az impulzustétel **x irányban** felírt komponensegyenlete az $\underline{I}_1$ és $\underline{I}_2$ impulzusáram vektorok x komponenseivel:

$$-(\rho_1 v_1^2 A_1) + (\rho_2 v_2^2 A_2) = -\int_{Ax} p d\underline{A}$$

ahol a nyomáseloszlásból származó erő x komponense:

$$-\int_{Ax} p d\underline{A} = -(-p_1 A_1 + p_2 A_2) = (p_1 - p_2) A_1$$

Ezzel az „1” ill. „2” keresztmetszetek közötti $\Delta p_{12}=(p_1-p_2)$ nyomáskülönbség értéke számítható: a folytonosság tételéből az azonos $A_1=A_2$ keresztmetszetek miatt kapjuk:

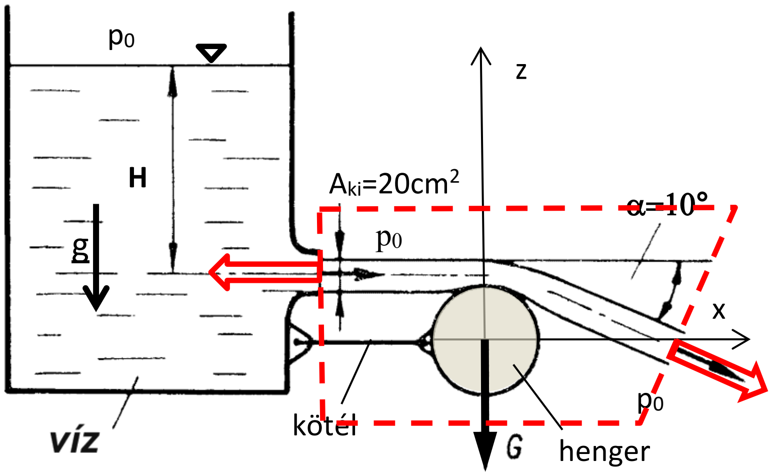
$v_2=v_1(\rho_1/\rho_2)=20\cdot(0{,}8/1{,}1)=14{,}55m/s$

$\Delta p_{12}=(p_1-p_2)=\rho_2 v_2^2-\rho_1 v_1^2=1{,}1\cdot14{,}55^2-0{,}8\cdot20^2=-87{,}3Pa$

(A nyomásokra itt $p_1<p_2$ érvényes, mivel a közeget lehűtöttük. Ha fűtőszállal melegítenénk, akkor $p_1>p_2$ eredményt kapnánk, lásd előadás.)

PÉLDA (impulzustétel)

(Coanda- effektus) Egy felül nyitott, H=11,25m vízszintig töltött tartályból víz ($\rho_{víz}$=1000kg/m^3) szabadsugár áramlik ki x irányba vízszintesen a tartály A_{ki}=20cm^2 kör keresztmetszetű alsó nyílásán. Egy ismeretlen G súlyú henger a tartály aljához vízszintes (x tengellyel párhuzamos) kötéllel van kikötve. A henger az ábrán látható helyzetében egyensúlyban van, mivel a vízsugár a henger felületén eltérül a Coanda-effektus miatt, és az ábrán jelölt $\alpha=10°$ szögben áramlik le.



FELTÉTELEK: ρ=áll.; g=10N/kg; $p_0=10^5$Pa; stacioner áramlás, a tartályon kívüli folyadék szabadsugárra a nehézségi erőtér hatása elhanyagolható.

KÉRDÉSEK*:* a) Mekkora sebességgel áramlik ki a víz a tartályból? v_{ki}=? [m/s]

b) Mekkora G súlyú hengert tart meg az eltérülő vízsugár? G=? [N]

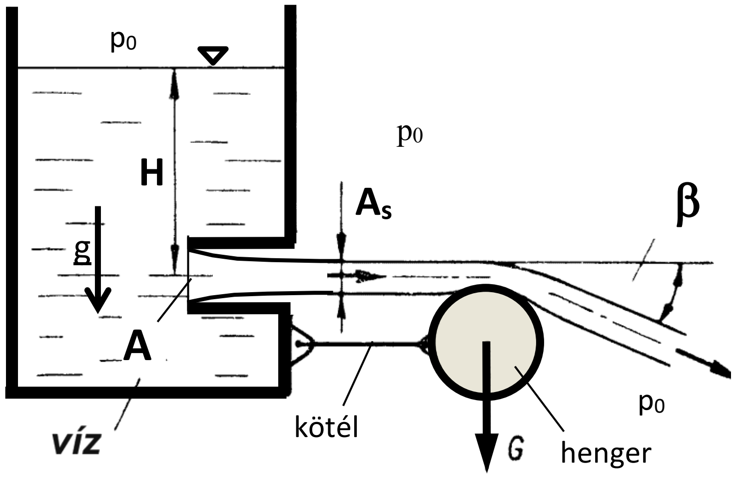
c) Mekkora a hengert tartó kötélerő? $F_{kötél}$=? [N]

MEGJEGYZÉS*:* Kérem, hogy az ábrába berajzolt (x,z) koordinátarendszert használja és rajzolja be az ábrába a megoldásához használt ellenőrző felületet!

MEGOLDÁS *(a lap túloldalán is folytathatja)*

PÉLDA (impulzustétel)

Egy **H=5m** szintig vízzel töltött, a p_0 nyomásra felül nyitott (szabadfelszínű) tartály oldalfalán befelé kialakított csőcsonk keresztmetszete **A=0,001m²**. Az ilyen kialakítású kiömlőnyílás az ún. Borda-féle kiömlőnyílás, amelynek ideális közegre levezetett elméleti kontrakciós tényező α_{elm}=0,5. De jelen esteben a valós kontrakciós tényező értéke legyen **$\alpha_{valós}$=0,6**. A nyíláson kiáramló, vízszintes tengelyű vízsugár keresztmetszete **A_s** nagyságúra kontrahálódik, ahol az áramvonalak már párhuzamos egyeneseknek tekinthetők. A víz szabadsugár egy ismeretlen G[N] súlyú hengert tart egyensúlyban: a tartályhoz a henger vízszintes (súlytalan) kötéllel van kikötve, és a vízsugár a henger felszínén az ún. Coanda-effektus miatt lefelé **β=15°** irányban eltérül.



FELTÉTELEK: ρ=áll.; stac.; $A_{tartály}$>>A; Az erőtér hatása elhanyagolható a víz szabadsugár esetében.

ADATOK: H=5m; A=0,001m^2; $p_0=10^5$Pa; $\rho_{víz}=10^3$kg/m^3; g=10N/kg; β=15°

KÉRDÉSEK: **A)**Határozza meg a hengerre ható **R** erőt!

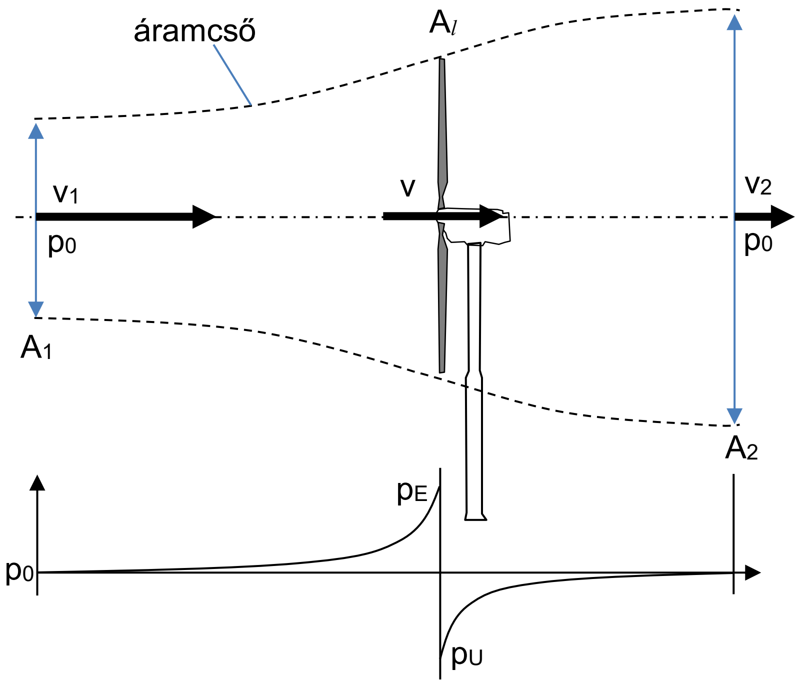
B)Mekkora a henger súlya ebben az egyensúlyi állapotban, és mekkora a kötélerő? G=? $F_{kötél}$=?

Megjegyzés: Kérem, rajzolja be az ábrába a felvett koordinátarendszert és az ellenőrző felületet! A példa megoldása ezek nélkül nem értelmezhető!

MEGOLDÁS *(a lap túloldalán is folytathatja)*

PÉLDA (impulzustétel

Egy vízszintes tengelyű szélturbina a járókereke ØD=50m átmérőjű (lásd ábra A_l keresztmetszet). Állandó v_1=43,2km/h szélsebesség mellett a turbina jól tervezett lapátozásán v=8m/s a levegő átlagos átáramlási sebessége optimális fordulatszám és $v_2=1/3 \cdot v_1$=4m/s esetén. Az áramlásra jellemző képzeletbeli áramcső az ábrán látható; az alsó diagram pedig a nyomáseloszlást mutatja.



FELTÉTELEK: μ=0; ρ=állandó; stacioner állapot; hanyagoljon el a turbina lapátozásán kívül minden más szilárd testre ható erőt!

ADATOK: ρ_{lev}=1,2kg/m^3; D=50m; p_0=10^{5}Pa

KÉRDÉSEK:

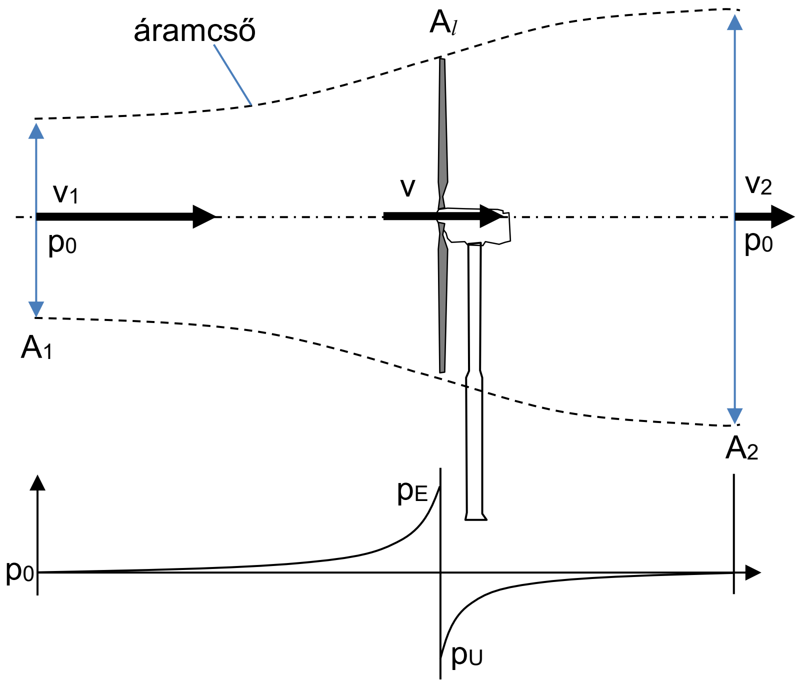
A) Számítsa ki a szélturbina lapátozására ható erőt (R_x=? [N]) és ebben az állapotban a szélturbina elméleti maximális teljesítményét! $P_{max,elm}$=? [W]

B) Számítással igazolja, hogy fele ekkora szélsebesség esetén egy A_l =1m^2 kisméretű szélturbina elméleti maximális teljesítménye elég-e egy 10W-os fogyasztó (pl. telefontöltő) működtetéséhez!

MEGOLDÁS (A lap túloldalán is folytathatja a megoldást)

PÉLDA (impulzustétel

Egy vízszintes tengelyű szélturbina a járókereke ØD=80m átmérőjű (lásd ábra A_l keresztmetszet). Állandó v_1=21,6km/h szélsebesség mellett a turbina jól tervezett lapátozásán v=4m/s a levegő átlagos átáramlási sebessége optimális fordulatszám és $v_2=1/3 \cdot v_1$=2m/s esetén. Az áramlásra jellemző képzeletbeli áramcső az ábrán látható; az alsó diagram pedig a nyomáseloszlást mutatja.



FELTÉTELEK: μ=0; ρ=állandó; stacioner állapot; hanyagoljon el a szélturbina lapátozásán kívül minden más szilárd testre ható erőt!

ADATOK: ρ_{lev}=1,2kg/m^3; D=80m; p_0=10^{5}Pa

KÉRDÉSEK:

C) Számítsa ki a szélturbina lapátozására ható erőt! R_x=? [N]

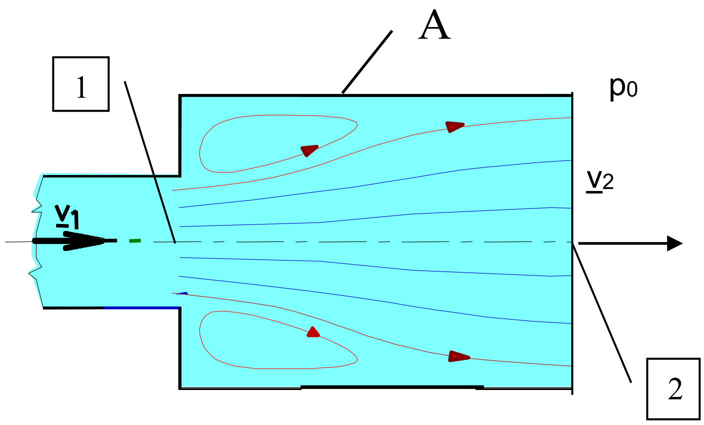
D) Számítsa ki ebben az állapotban a szélturbina elméleti maximális teljesítményét! $P_{max,elm}$=? [W]

E) Számítással igazolja, hogy fele ekkora szélsebesség esetén egy kisméretű A_l =1m^2 szélturbina elméleti maximális teljesítménye elég-e egy 100W-os fogyasztó (pl. izzó) működtetéséhez!

MEGOLDÁS (A lap túloldalán is folytathatja a megoldást)

PÉLDA (Impulzustétel

Az áramlás irányában egy hirtelen kiszélesedő csőszakaszt (egy **hirtelen keresztmetszet-növekedés**t, az ún. **Borda-Carnot idomot**) mutat az ábra. A vízszintes tengelyű idomon keresztül víz áramlik a p_0 nyomású szabadba. Stacioner áramlási állapot, összenyomhatatlan közeg.



***Adatok**:*

$$v_1 = 12\frac{m}{s},\ A_1 = 0.01 m^2,\ A_2 = 0.05 m^2$$

$$p_2 = p_0 = 10^5\,\mathrm{Pa},\ \rho = 1000\frac{kg}{m^3}$$

***Kérdések**:*

A) Mekkora nyomáskülönbség jön létre az 1 és 2 keresztmetszetek között? **(p_1-p_2)=? [Pa]**

B) Mekkora és milyen irányú **R** erő hat a Borda-Carnot idomra?

MEGOLDÁS