

7. GYAKORLAT (14. oktatási hét)

Lehetséges témakörök a 14. heti 7. gyakorlatra:

SÚRLÓDÁSOS KÖZEG ÁRAMLÁSA (folyt)

- hidraulika (nem kör keresztmetszetű vezeték nyomásvesztése)
- áramlások hasonlósága

AERODINAMIKA

- testre ható erő, erőtenyezők

X.PÉLDA (HIDRAULIKA)

X. FELADAT	„A” csoport	„B” csoport
------------	-------------	-------------

Egy $a \times b$ téglalap keresztmetszetű, hidraulikailag simának tekinthető, $L=100\text{m}$ hosszú légcsatornában meleg levegő ($\rho=1\text{kg/m}^3$, $\nu=2 \cdot 10^{-5}\text{m}^2/\text{s}$) áramlik alábbi sebességgel:

„A” csoport:

$$v=10\text{m/s}$$

„B” csoport:

$$v=20\text{m/s}$$

FELTÉTELEK: stacioner áramlás, $\rho=\text{áll.}$, $\mu=\text{áll.}$

ADATOK:

„A” csoport:

$$a=200\text{mm}; b=400\text{mm}$$

„B” csoport:

$$a=400\text{mm}; b=600\text{mm}$$

KÉRDÉS:

A)Határozza meg a csősúrlódási tényező értékét!

B)Számítsa ki a csősúrlódás nyomásvesztésének értékét! ($\Delta p'_{cső}$)!

MEGOLDÁS

A)Határozza meg a csősúrlódási tényező értékét!

A d_e egyenértékű csőátmérő a $d_e = \frac{4 \cdot A_{\square}}{K_{\square}}$ kifejezés alapján számítható, ahol A_{\square} a folyadék áramlási keresztmetszetét, illetve K_{\square} a folyadék által nedvesített kerületét jelöli a nem kör keresztmetszetű vezetékben. Így meghatározható a nyomásvesztés szempontjából egyenértékű kör keresztmetszetű csővezeték egyenértékű átmérője.

„A” csoport:

$$d_e = \frac{4 \cdot A_{\square}}{K_{\square}} = \frac{4 \cdot (0,2 \cdot 0,4)}{2 \cdot (0,2 + 0,4)} = 0,267\text{m}$$

„B” csoport:

$$d_e = \frac{4 \cdot A_{\square}}{K_{\square}} = \frac{4 \cdot (0,4 \cdot 0,6)}{2 \cdot (0,4 + 0,6)} = 0,480\text{m}$$

A Reynolds-szám így kiszámítható az egyenértékű átmérővel:

$$Re = \frac{v_0 \cdot l_0 \cdot \rho}{\mu} = \frac{v_{cső} \cdot d_e \cdot \rho}{\mu} = \frac{v_{cső} \cdot d_e}{\nu}$$

„A” csoport:

$$Re=133500 \text{ (turbulens)}$$

„B” csoport:

$$Re=480000 \text{ (turbulens)}$$

Az A) esetben használhatjuk a Blasius képletet, amely a lamináris/turbulens határ-Reynolds-szám $Re_{\text{határ}}=2300$ és kb. 200000 értékű Reynolds-szám között érvényes.

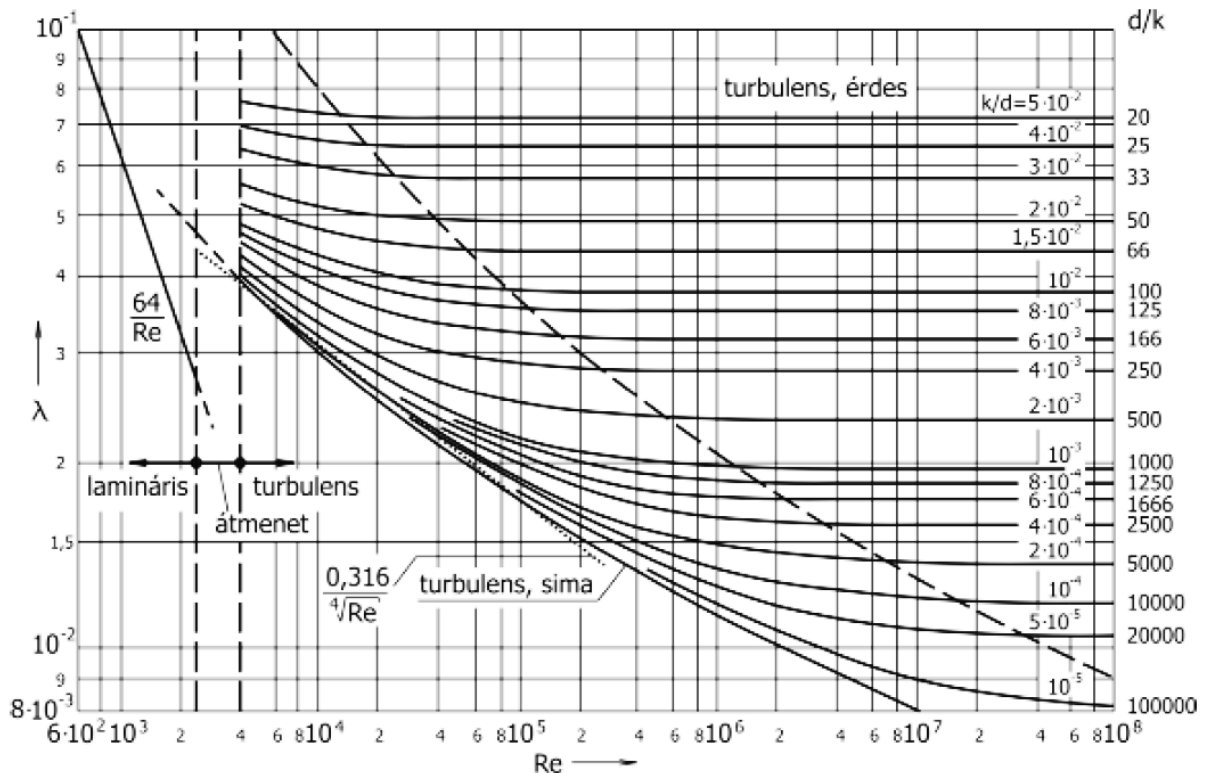
„A” csoport:

$$\lambda_{turb} = \frac{0,316}{\sqrt[4]{Re}} = 0,016531671 \text{ (}\approx 0,0165\text{)}$$

„B” csoport:

$$\lambda_{turb} = \frac{0,316}{\sqrt[4]{Re}} = 0,012005403 \text{ (}\approx 0,012\text{)}$$

Látható, hogy B) csoport esetében $Re > 2 \cdot 10^5$, ezért a Blasius-képlet csak durva közelítő értéket ad. Helyesen a Moody-diagramból kell leolvasni ilyen nagy Re-szám esetén a csősúrlódási tényező értékét. Tegyük ezt meg és nézzük meg a különbséget!



10.4. ábra

A nem homogén érdességű csövekre vonatkozó Moody diagram

A B) csoport esetén a leolvasással kapott csősúrlódási tényezője: $\lambda_{turb} \approx 0,015$, tehát a Blasius-formulával kapottnál nagyobb érték.

B) Számítsa ki a csősúrlódás nyomásvesztésének értékét! ($\Delta p'_{cső}$)!

A Blasius képlet alapján kapott nyomásvesztés értékek:

„A” csoport:

$$\Delta p'_{cső} = \frac{\rho}{2} v^2 \frac{l}{d} \lambda = 310 \text{ Pa}$$

„B” csoport:

$$\Delta p'_{cső} = \frac{\rho}{2} v^2 \frac{l}{d} \lambda = 500 \text{ Pa}$$

Számoljuk ki a nyomásvesztést a B) csoport esetén a Moody-diagramból leolvasott csősúrlódási tényezővel is!

A leolvasás alapján kapott nyomásvesztés érték a B) csoportra:

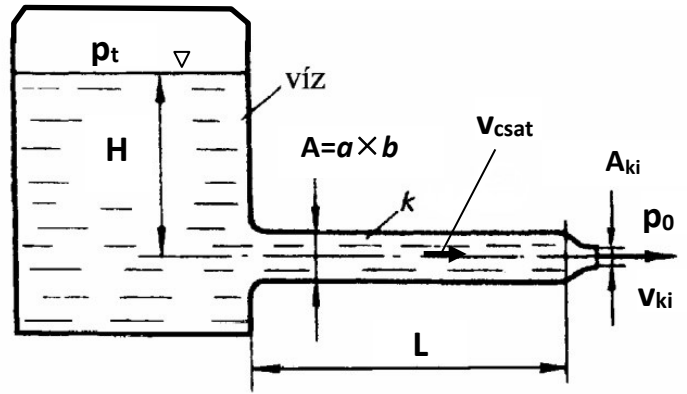
„B” csoport:

$$\Delta p'_{cső} = \frac{\rho}{2} v^2 \frac{l}{d} \lambda = 625 \text{ Pa}$$

X.PÉLDA (HIDRAULIKA)

X. FELADAT

Egy $A=a \times b$ téglalap keresztmetszetű, hidraulikailag simának tekinthető, $L=30\text{m}$ hosszú vízcsatorna csatlakozik egy tartályhoz, melyben a teljes keresztmetszetet kitöltve $v_{csat}=1,5\text{m/s}$ átlagsebességgel áramlik a víz ($\rho=1000\text{kg/m}^3$; $\nu=10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$). A vízcsatorna tengelye vízszintes. A szabadba a csővégi, veszteségmentes konfúzion ($A_{ki}=A/2$) keresztül áramlik ki a víz.



FELTÉTELEK: stacioner áramlás, $\rho=\text{áll.}$, $\mu=\text{áll.}$. $A_t \gg A$; $A_t \gg A_{ki}$; $k \rightarrow 0$; a tartályból csatornába belépés veszteségmentes.

ADATOK: $p_0=10^5\text{Pa}$, $H=1\text{m}$; $a=60\text{mm}$; $b=40\text{mm}$; $k \rightarrow 0$ (hidr. sima belső fal)

KÉRDÉSEK: A) Számítsa ki a vízcsatorna egyenértékű átmérőjét, a Reynolds-számot, a csőszúrlódási tényező és a nyomásveszteség értékét!

B) Mekkora p_t tartálynyomást kell ehhez az áramlási állapothoz biztosítani?

MEGOLDÁS

A) Számítsa ki a vízcsatorna egyenértékű átmérőjét, a Reynolds-számot, a csőszúrlódási tényező és a nyomásveszteség értékét!

Ismert $v_{csat}=1,5\text{ m/s}$ alapján a folytonosság tétele ($v_{csat} \cdot A = v_{ki} \cdot A_{ki}$) és $A_{ki}=A/2$ ismeretében $v_{ki}=3\text{m/s}$ kiszámolható.

A d_e egyenértékű átmérő számítható a $d_e = \frac{4 \cdot A_{\square}}{K_{\square}}$ kifejezés alapján.

$$d_e = 4 \cdot (0,06 \cdot 0,04) / (2 \cdot (0,06 + 0,04)) = 0,048\text{m} = 48\text{mm}$$

A Reynolds-szám a csatornában:

$$Re = \frac{v_0 \cdot l_0 \cdot \rho}{\mu} = \frac{v_{csat} \cdot d_e \cdot \rho}{\mu} = \frac{v_{csat} \cdot d_e}{\nu} = 72000$$

$Re=72000$ (turbulens áramlás, mivel $Re > Re_h=2300$)

A csőszúrlódási tényező: $\lambda_{turb} = \frac{0,316}{\sqrt[4]{Re}} = 0,019290965 (\approx 0,0193)$

A nyomásveszteség: $\Delta p'_{csat} = \frac{\rho}{2} v^2 \frac{l}{d} \lambda = 13564\text{Pa}$

B) Mekkora p_t tartálynyomást kell ehhez az áramlási állapothoz biztosítani?

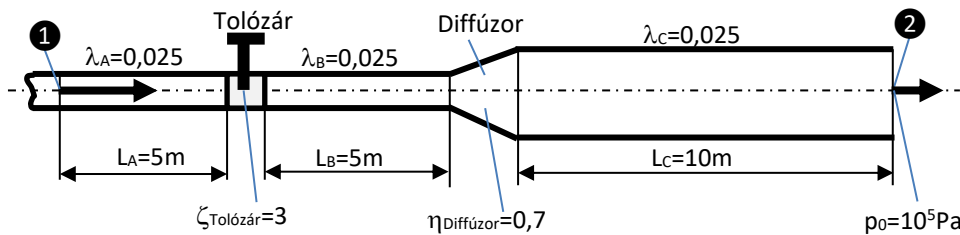
A veszteséges taggal kibővített Bernoulli-egyenlet a vízfelszín (p_t) és kiáramlási keresztmetszet (p_0) pontjai között (vízfelszínen $v_1 \approx 0$, csővégen $v_{ki}=3\text{ m/s}$):

$$p_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 + \rho \cdot g \cdot z_1 = p_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 \frac{l}{d} \lambda$$
$$p_t - p_0 = \frac{\rho}{2} v_2^2 + \rho \cdot g \cdot (z_2 - z_1) + \frac{\rho}{2} v_2^2 \frac{l}{d} \lambda$$

A keresett nyomáskülönbség:

$$p_1 - p_2 = \frac{1000}{2} 3^2 + 1000 \cdot 10 \cdot (0 - 1) + 13564 = 8064\text{Pa}$$

X.PÉLDA (HIDRAULIKA)



A víz áramlik a vizsgált csővezeték „1” és „2” pontjai között: az „1” keresztmetszetben az víz sebessége $v_1=10\text{m/s}$. A „2” csővégi pontban a víz a szabadba ($p_0=10^5\text{Pa}$) áramlik ki. Az „A” és „B” jelű csőszakaszok között egy $\zeta_{\text{Tolózárr}}=3$ veszteségtényezőjű tolózár, a „B” és „C” jelű szakaszok között egy $\eta_{\text{Diffúzor}}=70\%$ hatásfokú diffúzor van. A csőszakaszok hosszúsága (L_A , L_B , L_C) és a szakaszokra jellemző csőúrlódási tényező (λ_A , λ_B , λ_C) értékek az ábrán láthatók. A csőátmérek adottak: $d_A=d_B=50\text{mm}$ és $d_C=100\text{mm}$.

FELTÉTELEK: $\mu=\text{állandó}$ ($\mu \neq 0$), vízszintes csőtengely, stacioner áramlás, összenyomhatatlan közeg

ADATOK: $\rho_{\text{víz}} = 1000 \text{ kg/m}^3$; $\mu_{\text{víz}} = 0,001 \text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$

KÉRDÉSEK:

A) Számítsa ki az csőszakasz „1” és „2” pontjai közötti minden hidraulikai elem („A”, „B”, „C” egyenes csőszakaszok, tolózár, diffúzor) nyomásvesztését! $\Delta p'_{\text{cső,A}}=?$

; $\Delta p'_{\text{cső,B}}=?$; $\Delta p'_{\text{cső,C}}=?$; $\Delta p'_{\text{Tolózár}}=?$; $\Delta p'_{\text{Diffúzor}}=?$

B) Határozza meg, mekkora az „1” pontban a túlnyomás! (p_1-p_0)=?

MEGOLDÁS (a lap túloldalán is folytathatja)

A veszteséges taggal kibővített Bernoulli-egyenlet az „1” és „2” keresztmetszetek között:

$$p_1 + \frac{\rho}{2}v_1^2 + \rho \cdot g \cdot z_1 = p_2 + \frac{\rho}{2}v_2^2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \sum \Delta p'$$

$$\sum \Delta p' = \Delta p'_{\text{cső,A}} + \Delta p'_{\text{tolózár}} + \Delta p'_{\text{cső,B}} + \Delta p'_{\text{diffúzor}} + \Delta p'_{\text{cső,C}}$$

$$\sum \Delta p' = \frac{\rho}{2}v_A^2 \frac{L_A}{d_A} \lambda_A + \frac{\rho}{2}v_A^2 \zeta_{\text{Tolózár}} + \frac{\rho}{2}v_B^2 \frac{L_B}{d_B} \lambda_B + \frac{\rho}{2}(v_B^2 - v_C^2)(1 - \eta_{\text{Diff}}) + \frac{\rho}{2}v_C^2 \frac{L_C}{d_C} \lambda_C$$

A folytonosság tétele ($v_A \cdot A_A = v_B \cdot A_B = v_C \cdot A_C$) is érvényes az áramvonalon, így minden hidraulikai elem nyomásvesztése külön kiszámítható, majd rendezhető a keresett „1” pontbeli túlnyomásra.

v1=	10	m/s	Dp _{csőA} =	125 000,0	Pa
p0=	100 000	Pa	Dp _{csőB} =	125 000,0	Pa
dA=	0,050	m	Dp _{csőC} =	7 812,5	Pa
dB=	0,050	m	DpT=	150 000,0	Pa
dC=	0,100	m	DpDIFF=	14 062,5	Pa
LA=	5	m	SZUM Dp=	421 875,0	Pa
LB=	5	m			
LC=	10	m	(p1-p0)=	375 000,0	Pa
zetaT=	3				
étaDiff=	0,7				
lambdaA=	0,025				
lambdaB=	0,025				
lambdaC=	0,025				
rho víz=	1 000	kg/m ³			
mú víz=	0,001	kg/m ³			
v2=	2,500	m/s			

X.PÉLDA (ÁRAMLÁSOK HASONLÓSÁGA)

X. FELADAT „A” csoport „B” csoport

Egy úszó kéz 1:1 méretarányú modelljén aerodinamikai paramétereket (pl. ellenálláserő) kell meghatározni, viszont nincs vízcsatorna a laborunkban csak szélcsatorna. Olyan, a kéz körüli áramláshoz hasonló körülményeket kell biztosítani, amikor az úszó keze az úszómedencében nyugalomban lévő vízben éppen $v=2\text{m/s}$ ($v=1,5\text{m/s}$) sebességgel mozog a vizsgált időpillanatban. Ez a v megfúvási sebesség vehető a v_0 jellemző sebességnek, míg a kéz körüli áramlásra jellemző hosszlépték $l_0=0,1\text{m}$.



KÉRDÉSEK: A) Melyik hasonlósági szám azonosságát kell biztosítani? Indokolja választát!

B) Mekkora megfúvási sebességet kell beállítani a szélcsatornában, hogy a valósághoz hasonló áramlást hozunk létre a modell kéz körül? Válaszát számítással indokolja!

ADATOK		valós	modell
Megnevezés	mértékegység	víz	levegő
sűrűség	kg/m^3	1000	1,184
hőmérséklet	$^{\circ}\text{C}$	18	21
viskozitás	$\text{kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$	10^{-3}	$18,4\cdot 10^{-6}$
megfúvási sebesség	m/s	2	?
erőtér térerősségvektora	N/kg	9,81	9,81
léggöri nyomás	Pa	100 453	99 870

MEGOLDÁS

A) A kéz körüli áramlásban a tehetetlenségi és a súrlódó erők dominálnak, így a Reynolds-szám azonosság a hasonlósági feltétel a vízbeli valós („V”) és a levegőbeli modell („M”) áramlás között.

B) Hasonló áramlás feltétele: $Re_{\text{valós}} = Re_{\text{modell}}$

$$\frac{v_{0,\text{valós}} \cdot l_{0,\text{valós}}}{\nu_{\text{valós}}} = \frac{v_{0,\text{modell}} \cdot l_{0,\text{modell}}}{\nu_{\text{modell}}}$$

Az $M=1:1$ méretarány esetén a jellemző hosszlépték azonos, így :

$$v_{0,\text{modell}} = v_{0,\text{valós}} \frac{\nu_{\text{modell}}}{\nu_{\text{valós}}} = v_{0,\text{valós}} \frac{\frac{\mu_{\text{modell}}}{\rho_{\text{modell}}}}{\frac{\mu_{\text{valós}}}{\rho_{\text{valós}}}} = 2 \cdot \frac{18,4 \cdot 10^{-6}}{\frac{1,184}{10^{-3}}} = 31,08 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A „B” csoport adatokkal az eredmény:

$$v_{0,\text{modell}} = v_{0,\text{valós}} \frac{\nu_{\text{modell}}}{\nu_{\text{valós}}} = v_{0,\text{valós}} \frac{\frac{\mu_{\text{modell}}}{\rho_{\text{modell}}}}{\frac{\mu_{\text{valós}}}{\rho_{\text{valós}}}} = 1,5 \cdot \frac{18,4 \cdot 10^{-6}}{\frac{1,184}{10^{-3}}} = 23,31 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

X.PÉLDA (ÁRAMLÁSOK HASONLÓSÁGA)

X. FELADAT

Személyautó körüli áramlást tanulmányozunk, de szélcsatornánk nincs, csak olyan vízcsatornánk, amely mérőterében legfeljebb 10m/s vízsebesség állítható be. Kapunk egy, a valós



személyautóhoz geometriailag hasonló, $M=1:5$ méretarányban lekicsinyített modellt. A Reynolds-szám azonosság, mint hasonlósági feltétel betartása során a jellemző sebességnek a megfúvási sebességet, a jellemző hosszléptéknek pedig az $l_0 = \sqrt{A_{ref}}$ összefüggéssel számítható értéket vehetjük. Itt A_{ref} az autó haladási irányra merőleges vetület keresztmetszete. A valós autóra $A_{ref} = 2\text{m}^2$.

ADATOK:

Jel	mértékegység	VALÓS	MODELL (M=1:5)
A_{ref}	m^2	2	$2 \cdot M^2 = 0,08$
$l_0 = \sqrt{A_{ref}}$	m	$\sqrt{2}$	$\sqrt{0,08} = \sqrt{2}/5$
	közeg	LEVEGŐ	VÍZ
ρ	$\text{kg} \cdot \text{m}^3$	1,15	1000
ν	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	$16,8 \cdot 10^{-6}$	$8,01 \cdot 10^{-7}$
μ	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$	$1,932 \cdot 10^{-5}$	$8,01 \cdot 10^{-4}$
t_0	$^{\circ}\text{C}$	32	30
R	$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	287	-

KÉRDÉS: Legfeljebb mekkora valós haladási sebességű autó körüli áramlás vizsgálható ebben a vízcsatornában ezzel a modellel? (Válaszát számítással indokolja!)

MEGOLDÁS

Az autómodell körüli áramlásban a tehetetlenségi és a súrlódó erők dominálnak, így a Reynolds-szám azonosság a hasonlósági feltétel a levegőbeli valós („V”: valós) és a vízbeli modell („M” modell) áramlás között.

$$Re_{valós} = Re_{modell}$$

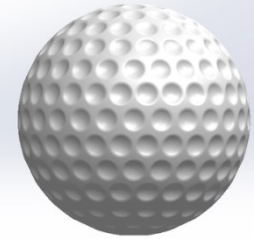
$$\frac{v_{0,valós} \cdot l_{0,valós}}{\nu_{valós}} = \frac{v_{0,modell} \cdot l_{0,modell}}{\nu_{modell}}$$

Az 1:5 méretarány esetén a jellemző hosszlépték eltérő, így ha $v_{0,modell} = 10\text{m/s}$ lehet, akkor a vizsgálható max. való sebesség rendezve fentit adódik:

$$v_{0,valós} = v_{0,modell} \cdot \frac{\nu_{valós}}{\nu_{modell}} \cdot \frac{l_{0,modell}}{l_{0,valós}} = 10 \cdot \frac{16,8 \cdot 10^{-6}}{8,01 \cdot 10^{-7}} \cdot \frac{1}{5} = 41,95 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ (kb. } 151\text{km/h)}$$

X.PÉLDA (hasonlóság + aerodinamika)

Egy $D=42,7\text{mm}$ átmérőjű valós golfabda felnagyított, 10:1 méretarányú modelljére vonatkozó aerodinamikai méréseket végzünk szélcsatornában. A nyugvó levegőben az éppen 180km/h sebességgel mozgó valós golfabda körüli valós áramláshoz hasonló áramlási körülményeket kell biztosítanunk a szélcsatorna modellmérésen. A golfabda-modell mért ellenállástényezője $c_e=0,2$. A golfabda körüli áramlásra a jellemző hosszlépték (l_0) a labda átmérője (valós és modell esetben is). **ADATOK:**



ADATOK		VALÓS	MODELL
Megnevezés	mértékegység		
közeg		Levegő	levegő
sűrűség (ρ)	kg/m^3	1,2	1,2
hőmérséklet (t)	$^{\circ}\text{C}$	25	25
viszkozitás (ν)	m/s^2	$15,5 \cdot 10^{-6}$	$15,5 \cdot 10^{-6}$
megfúvási jell. sebesség (v_0)	km/h	180	?
térerősségvektor (g)	N/kg	9,81	9,81
ellenállástényező (c_e)	1	0,2	0,2

KÉRDÉSEK:

- A) Indokolja, hogy a mérés során mely hasonlósági szám azonosságát kell biztosítani!
- B) Mekkora megfúvási sebességet kell beállítani a szélcsatornában? Válaszát számítással indokolja!
- C) Számítsa ki a szélcsatorna mérés esetére a golfabdára ható F_e ellenálláserőt ($F_e=?[\text{N}]$) és az aerodinamikai veszteségteljesítmény értékét ($P_{ae}=?[\text{W}]$)!

MEGOLDÁS (előzőek alapján)

A) Mivel a golfabda körüli áramlásban a tehetetlenségi és viszkózus erők dominálnak, így az ezek arányát kifejező Reynolds-szám azonosságot kell biztosítani.

B) A hasonló áramlás feltétele:

$$Re_{valós} = Re_{modell}$$

$$\frac{v_{0,valós} l_{0,valós}}{\nu_{valós}} = \frac{v_{0,modell} l_{0,modell}}{\nu_{modell}}$$

Egy $M=10:1$ méretarányú felnagyított, azaz $D_{modell}=427\text{mm}$ átmérőjű golfabdamodellet használunk. Ezért

$$\frac{l_{0,modell}}{l_{0,valós}} = \frac{D_{modell}}{d_{valós}} = \frac{10}{1}$$

A közeg azonos, így a levegő ν kinematikai viszkozitása azonos a valós és modell esetében:

$$\nu_{valós} = \nu_{modell}$$

Tehát az azonos Reynolds-szám feltételből az következik, hogy a megfúvási sebesség:

$$v_{0,modell} = v_{0,valós} \frac{l_{0,valós}}{l_{0,modell}} = v_{0,valós} \frac{1}{10} = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

C) A szélcsatorna mérések: az ellenálláserő számítható (gömb vetületkeresztmetszete kör):

$$F_e = c_e \cdot \frac{\rho}{2} v_{0,modell}^2 \cdot A_{vet,modell} = 0,2 \cdot \frac{1,2}{2} 5^2 \cdot \frac{0,427^2 \pi}{4} = 0,4296 \text{ N}$$
$$P_{ae} = F_e \cdot v_{0,modell} = 0,4296 \cdot 5 = 2,148 \text{ W}$$

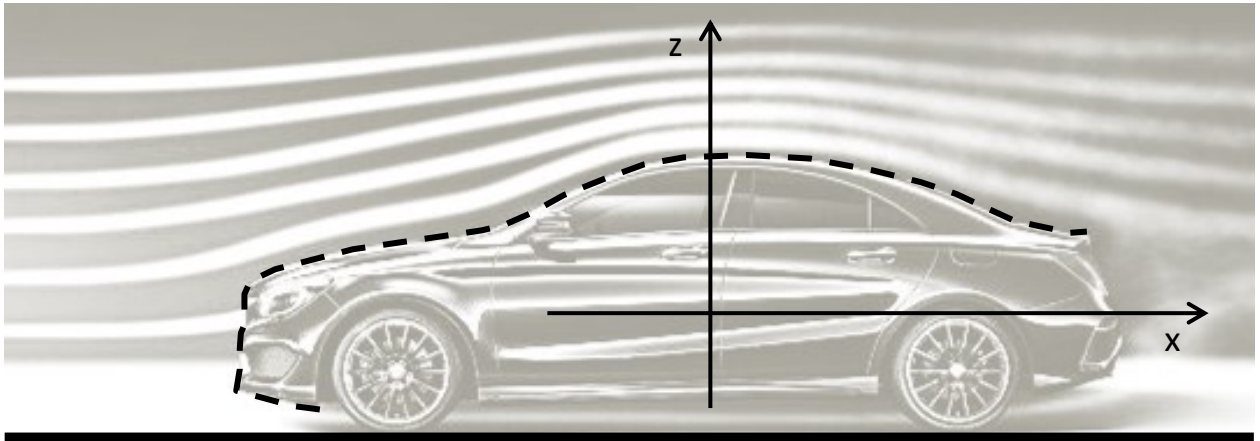
X.PÉLDA (aerodinamika)

Szélcsendben ($\rho_{\text{lev}}=1,2\text{kg/m}^3$), vízszintes egyenes úton előrefelé állandó v sebességgel halad az autó. Tudjuk az ellenálláserő (1425,6N), ellenállástényező (0,30) és felhajtóerő-tényező (0,25) értékeket. Az autó referencia keresztmetszete $A_{\text{ref}}=2,2\text{m}^2$.

ADATOK: $p_0=10^5\text{Pa}$

KÉRDÉSEK:

A) Az áramvonalak ismeretében jelölje „+” ill. „-” jelekkel a karosszéria szaggatott vonallal jelölt részét végig a lokális túlnyomásos ill. depressziós helyeket! Jelölje „T”-vel a torlópontot is, és számítsa ki itt a torlóponti túlnyomás értékét!



B) Számítsa ki az autó v sebességét és az autóra ható felhajtóerő értékét!

C) Jelölje az ellenállás- és felhajtóerőt az ábrában az adott erő irányába mutató egy-egy nyíllal!

D) Tetőcsomagtartó felszerelésével az ellenállástényező 0,38 értékűre nő, a referencia keresztmetszete $2,5\text{m}^2$ -re nő, az ellenálláserő pedig 35%-kal nő. Mekkora lesz ekkor az autó megváltozott v haladási sebessége?

MEGOLDÁS

A) Túlnyomás, depresszió, torlópont: lásd előadásjegyzet, tankönyv)

Torlópontban a nyomás az össznyomással egyezik meg, a v_{ref} az autó haladási sebessége.

$$p_T = p_0 = p_{st} + p_{din} = p_0 + \frac{\rho}{2} v_{ref}^2$$

A v_{ref} haladási sebességet az alábbi összefüggésből számolhatjuk:

$$c_e = \frac{F_e}{\frac{\rho}{2} v_{ref}^2 \cdot A_{ref}}$$
$$v_{ref} = \sqrt{\frac{F_e}{c_e \frac{\rho}{2} A_{ref}}} = \sqrt{\frac{1425,6}{0,3 \cdot \frac{1,2}{2} \cdot 2,2}} = 60\text{m/s}$$

Ezzel $p_T = 104320\text{Pa}$, tehát a torlóponti túlnyomás: $p_T - p_0 = p_{din} = 4320\text{Pa}$.

B) A sebességet már előző példához ki kellett számolnunk. Ezzel a felhajtóerő:

$$F_f = \frac{\rho}{2} v_{ref}^2 \cdot A_{ref} \cdot c_f = 1188\text{N}$$

C) Lásd előadásjegyzet. ($F_e = x$ irányú, $F_f = z$ irányú)

D) Az összefüggésben csak az új megváltozott haladási sebesség (v_{ref}') az ismeretlen:

$$v_{ref}' = \sqrt{\frac{F_e'}{c_e' \frac{\rho}{2} A_{ref}'}} = \sqrt{\frac{1924,56}{0,38 \cdot \frac{1,2}{2} \cdot 2,5}} = 58,1\text{m/s}$$

X.PÉLDA (aerodinamika)

Az alábbi ábrán egy Mercedes-Benz E-Class Cabriolet személyautó látható. Az autó szélcsendben ($\rho_{\text{lev}}=1,2\text{kg/m}^3$), állandó $v_{\text{max}}=180\text{km/h}$ sebességgel, egyenes úton előre felé halad. Ellenállástényezője tető nélküli kivitelben $c_e=0,35$ értékű, felhajtóerő-tényezője pedig $c_f=0,25$ értékű. Az autó áramlásra merőleges vetületi (ún. referencia) keresztmetszete $A_{\text{ref}}=2,11\text{m}^2$ **KÉRDÉSEK:**

- A)** Jelölje „+” ill. „-” jellel végig az autó felületén a lokális túlnyomás ill. depresszió helyeket
B) Számítsa ki az aerodinamikai ellenállásért és a felhajtóerőt tető nélküli alapesetre!



C) Ha a sofőr becsukja a vászontetőt, akkor az ellenállástényező $0,28$ értékűre csökken, ugyanakkor a referencia keresztmetszet $2,2\text{m}^2$ -re nő, az autóra ható ellenállásért pedig 5% -kal csökken! Mekkora lesz ekkor az autó sebessége?

MEGOLDÁS Lásd előző példa.

A) Túlnyomás, depresszió, torlópont: lásd előadásjegyzet, tankönyv)

B)

Az ellenállásért:

$$F_e = c_e \cdot \frac{\rho}{2} v_{\text{ref}}^2 \cdot A_{\text{ref}} = 0,35 \cdot \frac{1,2}{2} \cdot \left(\frac{180}{3,6}\right)^2 \cdot 2,11 = 1107,75 \text{ N}$$

A felhajtóerő:

$$F_f = c_f \cdot \frac{\rho}{2} v_{\text{ref}}^2 \cdot A_{\text{ref}} = 0,25 \cdot \frac{1,2}{2} \cdot \left(\frac{180}{3,6}\right)^2 \cdot 2,11 = 791,25 \text{ N}$$

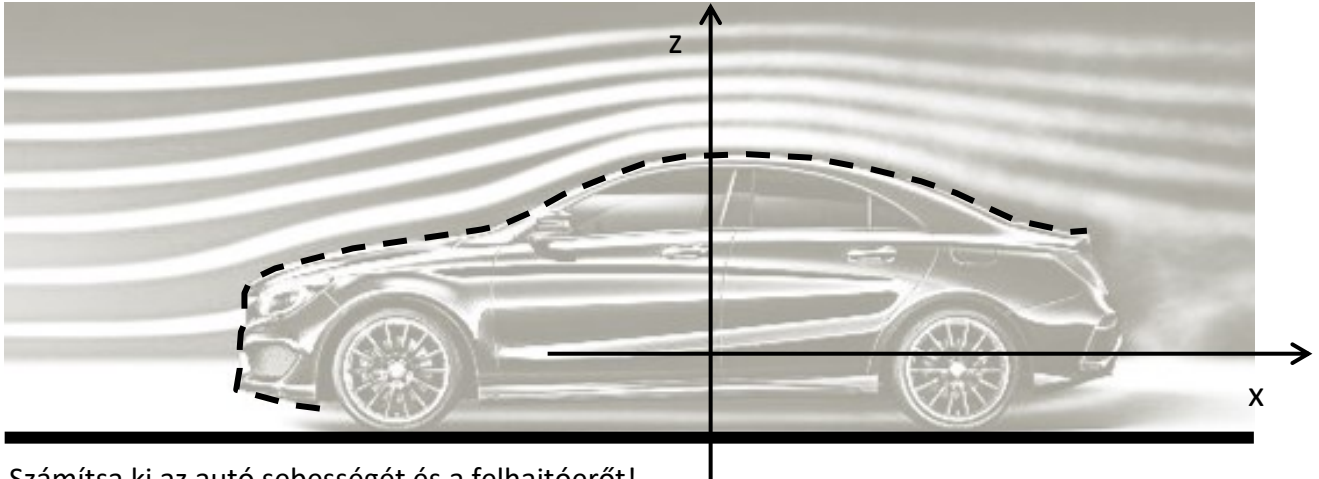
C) Az összefüggésben csak az új megváltozott haladási sebesség (v_{ref}') az ismeretlen, hiszen minden adat rendelkezésre áll, $c_e'=0,28$; $F_e'=0,95 \cdot F_e$; $A_{\text{ref}}'=2,2\text{m}^2$:

$$v_{\text{ref}}' = \sqrt{\frac{F_e'}{c_e' \cdot \frac{\rho}{2} A_{\text{ref}}'}} = \sqrt{\frac{1052,4}{0,28 \cdot \frac{1,2}{2} \cdot 2,2}} = 53,36 \text{ m/s} = 192 \text{ km/h}$$

X.PÉLDA (aerodinamika)

Egy személyautó szélcsendben ($\rho_{\text{lev}}=1,2\text{kg/m}^3$), vízszintes egyenes úton előrefelé állandó v sebességgel halad. Az autóra ható ellenálláserő ekkor $F_e=1425,6\text{N}$, az ellenállástényezője ekkor $0,30$ értékű, a felhajtóerő-tényezője pedig $0,25$ értékű. Az autó áramlásra merőleges vetületi (ún. referencia) keresztmetszete $A_{\text{ref}}=2,2\text{m}^2$. **KÉRDÉSEK:**

A) Az ábrán látható áramvonalak ismeretében jelölje „+” ill. „-” jelekkel az autó felületén a szaggatott vonal mentén végig a lokális túlnyomásos ill. depressziós helyeket! Jelölje „T”-vel a torlópontot is!



B) Számítsa ki az autó sebességét és a felhajtóerőt!

C) Jelölje az ellenállás- és a felhajtóerőket az ábrában is az adott erő irányába mutató nyilakkal!

D) Ha erre az autóra egy síboxot szerelünk fel, akkor az ellenállástényezője $0,55$ értékre nő, a referencia keresztmetszete $2,8\text{m}^2$ -re nő, az autóra ható ellenálláserő pedig 40% -kal nő. Mekkora lesz ekkor (tetőcsomagtartóval) az autó haladási sebessége?

MEGOLDÁS Lásd előző példa.

A), C) Túlnyomás, depresszió, torlópont: lásd előadásjegyzet, tankönyv)

B)

A v_{ref} haladási sebességet az alábbi összefüggésből számolhatjuk:

$$c_e = \frac{F_e}{\frac{\rho}{2} v_{\text{ref}}^2 \cdot A_{\text{ref}}}$$

$$v_{\text{ref}} = \sqrt{\frac{F_e}{c_e \frac{\rho}{2} A_{\text{ref}}}} = \sqrt{\frac{1425,6}{0,3 \frac{1,2}{2} 2,2}} = 60 \text{ m/s} = 216 \text{ km/h}$$

D)

Az összefüggésben csak az új megváltozott haladási sebesség (v'_{ref}) az ismeretlen, hiszen minden adat rendelkezésre áll, $c_e'=0,55$; $F_e'=1,4 \cdot F_e$; $A_{\text{ref}}'=2,8\text{m}^2$:

$$v'_{\text{ref}} = \sqrt{\frac{F_e'}{c_e' \frac{\rho}{2} A_{\text{ref}}'}} = \sqrt{\frac{1995,84}{0,55 \frac{1,2}{2} 2,8}} = 46,48 \text{ m/s} = 167,3 \text{ km/h}$$

X.PÉLDA (aerodinamika)

Az alábbi ábrán egy VW személyautó látható. Az autó $v=90\text{km/h}$ állandó sebességgel egyenes, vízszintes úton szélcsendben menetiránnyal megegyező irányban halad. A teljesen becsukott „zárt” tetős kivitelében az ellenállástényezője 0,41 értékű, a felhajtóerő-tényezője pedig 0,6 értékű. Az autó ún. referencia keresztmetszete „zárt” tetős kivitelben $1,7\text{m}^2$.

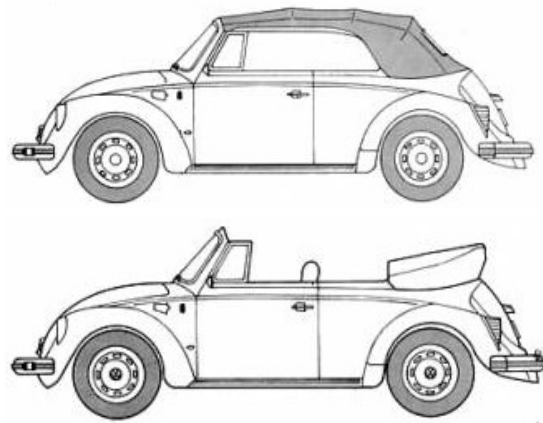
ADATOK: $g=10\text{N/kg}$; $p_0=99625\text{Pa}$; $\rho_{\text{lev}}=1.2\text{kg/m}^3$

KÉRDÉSEK:

A) Számítsa ki az autóra ható ellenállás- és felhajtóerőt!

B) Ha a kinyitjuk a vászontetőt („nyitott” kivitel), akkor az autó referencia keresztmetszete $1,6\text{m}^2$ -re csökken, és egyben az autó ellenállástényezője 0,55 értékre, a felhajtóerő-tényezője pedig 0,65 értékre változik. Milyen mértékben (hány newtonnal ill. hány %-kal változik) az ellenállás-erő? (Az autó sebessége mindkét esetben azonos: $v=90\text{km/h}$)

C) Határozza meg a légellenállásból adódó aerodinamikai veszteségteljesítményt „zárt” ill. „nyitott” tetős kivitelre is!



MEGOLDÁS Lásd előző példa.

A) „Zárt” kivitel

Az ellenállás-erő:

$$F_{e,\text{zárt}} = c_e \cdot \frac{\rho}{2} v_{\text{ref}}^2 \cdot A_{\text{ref}} = 0,41 \cdot \frac{1,2}{2} \cdot \left(\frac{90}{3,6}\right)^2 \cdot 1,7 = 261,4 \text{ N}$$

A felhajtóerő:

$$F_f = c_f \cdot \frac{\rho}{2} v_{\text{ref}}^2 \cdot A_{\text{ref}} = 0,6 \cdot \frac{1,2}{2} \cdot \left(\frac{90}{3,6}\right)^2 \cdot 1,7 = 382,5 \text{ N}$$

B) A „nyitott” kivitelben az ellenállás-erő összefüggésben minden megváltozott adat rendelkezésre áll, $c_e'=0,55$; $A_{\text{ref}}'=1,6\text{m}^2$: és a sebesség azonos

Az ellenállás-erő:

$$F_{e,\text{nyitott}} = c_e \cdot \frac{\rho}{2} v_{\text{ref}}^2 \cdot A_{\text{ref}} = 0,55 \cdot \frac{1,2}{2} \cdot \left(\frac{90}{3,6}\right)^2 \cdot 1,6 = 330 \text{ N}$$

Tehát $\Delta F_e=330 - 261,4 = 68,6 \text{ N}$ értékkel (kb. 26%-kal) nőtt az ellenállás-erő.

C)

Az aerodinamikai veszteségteljesítmény

$$P_{ae,\text{zárt}} = F_{e,\text{zárt}} \cdot v_{\text{ref}} = c_e \cdot \frac{\rho}{2} v_{\text{ref}}^3 \cdot A_{\text{ref}} = 0,41 \cdot \frac{1,2}{2} \cdot \left(\frac{90}{3,6}\right)^3 \cdot 1,7 = 6,534 \text{ kW}$$

$$P_{ae,\text{nyitott}} = F_{e,\text{nyitott}} \cdot v_{\text{ref}} = c_e \cdot \frac{\rho}{2} v_{\text{ref}}^3 \cdot A_{\text{ref}} = 0,55 \cdot \frac{1,2}{2} \cdot \left(\frac{90}{3,6}\right)^3 \cdot 1,6 = 8,25 \text{ kW}$$

X.PÉLDA (aerodinamika)

Az **An-225 Mrija** repülőgép ma a világ legnagyobb teherszállító gépe.



Főbb adatai:

- szárny referencia felülete: 900m^2 ,
- max.tolóerő: $229,5\text{kN/db}$ (6db hajtómű)
- utazósebesség: 850km/h
- utazómagasság: 9km

ADATOK:

Ebben a példában $g=9,81\text{N/kg}$ értékkel számoljon! 9km utazómagasságon: $\rho_{\text{lev}}=0,47\text{kg/m}^3$

KÉRDÉS:

A) Határozza meg a repülőgépre ható ellenállás- ill. felhajtóerőt és az ellenállás- ill. felhajtóerő-tényezőt és a siklószámot abban az esetben, ha a repülőgép szállított teherrel együttes tömege 600tonna , és a repülő szélcsendben 9km magasan repül vízszintesen, állandó 810km/h sebességgel, 200kN/db hajtóművenkénti tolóerőt kifejtve!

B) Számítsa ki a repülőgép S siklószámát! (Az $S=c_f/c_e$ siklószám az erők ill. az erőtényezők hányadosa.)

MEGOLDÁS Lásd előző példa.

A)

A 6db hajtómű tolóereje összesen az ellenállásérőt fedezi: $T=1200\text{kN} = F_e$

Az ellenállástényező:

$$c_e = \frac{F_e}{\frac{\rho}{2} v_{\text{ref}}^2 \cdot A_{\text{ref}}} = \frac{1200000}{\frac{0,47}{2} \cdot \left(\frac{850}{3,6}\right)^2 \cdot 900} = 0,1018$$

A gép együttes tömege (600t) alapján a súlyerőt a felhajtóerő fedezi: $G=m \cdot g = F_f = 5886\text{kN}$

A felhajtóerő-tényező:

$$c_f = \frac{F_f}{\frac{\rho}{2} v_{\text{ref}}^2 \cdot A_{\text{ref}}} = \frac{5886000}{\frac{0,47}{2} \cdot \left(\frac{850}{3,6}\right)^2 \cdot 900} = 0,4992$$

B) A siklószám:

$$S = \frac{c_f}{c_e} = \frac{F_f}{F_e} = 4,9$$

X.PÉLDA (aerodinamika)

Az ábrán egy Mercedes-Benz E-Class Cabriolet személyautó látható, mely nyitott és zárt tetővel is használható.



TETŐ	NYITOTT	ZÁRT
ellenállástényező [-]	0,28	0,252 (-10%)
felhajtóerő-tényező [-]	0,30	0,330 (+10%)
ref. keresztmetszet [m ²]	2,1100	2,2155 (+5%)

A zárójelben lévő értékek a nyitott tetőhöz képesti változást jelzik.

ADATOK: $g=10\text{N/kg}$; $p_0=10^5\text{Pa}$; $\rho_{\text{lev}}=1,2\text{kg/m}^3$

KÉRDÉSEK:

- Jelöljön az ábrán „T” betűvel egy torlópontot és számítsa ki a torlóponti nyomást!
- Az autó nyitott tetővel $v=144\text{km/h}$ állandó sebességgel egyenes, vízszintes úton szélcsendben halad. Számítsa ki az autóra ható aerodinamikai ellenállásért és felhajtóerőt!
- Mekkora változik az autó sebessége zárt tetővel, ha az autóra ható ellenállás $+10\%$ -kal nő a nyitott tetős kivitelhez képest?

MEGOLDÁS (előzőek alapján megoldható)

X.PÉLDA (aerodinamika)

Szélcsendben, vízszintes, egyenes úton állandó $v=50\text{km/h}$ sebességgel halad Mr. Bean a képen látható módon: tetőre rögzített fotelben ülve vezet. A teljes konfiguráció $0,72$ értékű ellenállástényezője és a $0,4$ értékű felhajtóerő-tényezője ismert.



ADATOK:

$A_{\text{ref}}=2,5\text{m}^2$; $\rho_{\text{lev}}=1,2\text{kg/m}^3$; $v_{\text{lev}}=15\cdot 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$; $p_0=10^5\text{Pa}$

KÉRDÉSEK:

- Számítsa ki a torlóponti nyomás, az ellenállásért, a felhajtóerőt, az aerodinamikai veszteségteljesítményt, és a Reynolds-szám értékét a fent megadott adatokra!
- Mr. Bean igen merész, ki szeretné próbálni, hogy mekkora az autó végsebessége így fotellal a tetőn. A motorteljesítményt ismerve azt becsli, hogy legfeljebb 55kW áll rendelkezésére az aerodinamikai veszteségteljesítmény legyőzésére. Feltételezi, hogy az ellenállástényezője nagyobb sebességen nem változik: $0,72$ értékű marad. Számítsa ki az autó végsebességét!
- Mr. Bean rádöbben, hogy sajnos túl lassú ezzel a konfigurációval. Ha komoly versenyen akar indulni, akkor legalább 180km/h -val kell haladnia. Leszerelve a fotelt a referencia keresztmetszet $1,65\text{m}^2$ értékűre, az ellenállástényező pedig a felére csökken. Mekkora nő ekkor az autó végsebessége?

MEGOLDÁS (előzőek alapján megoldható)

X.PÉLDA (aerodinamika)

Karl Schlör 1939-es áramvonalas autójának („Schlörwagen”) az ellenállástényezője $0,15$ értékű volt szélcsendben, vízszintes, egyenes úton állandó $v=135,2\text{km/h}$ sebességgel haladva.



ADATOK: $A_{\text{vet}}=2,65\text{m}^2$; $\rho_{\text{lev}}=1,2\text{kg/m}^3$
 $v_{\text{lev}}=15\cdot 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$; $p_0=10^5\text{Pa}$;
 $R=287\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$; $g=10\text{N/kg}$

KÉRDÉSEK:

- Számítsa ki a torlóponti nyomás, az ellenállásért, és a Reynolds-szám értékét! (A Reynolds-szám kiszámítása során a jellemző hossz méretnek az $l_0 = \sqrt{A_{\text{ref}}}$ értékét vegye!)
- Mekkora volt az autó maximális motorteljesítménye, ha az aerodinamikai veszteségteljesítmény a megadott sebességen annak 85% -a volt?
- Mekkora az autó felhajtóerő-tényezője, ha tudjuk, hogy a felhajtóerő $F_z=673\text{N}$ értékű?