1.fak.ZH

A, B, C

„A" csoport=az „A" válaszok jók
„B" csoport=a „B" válaszok jók
„C" csoport=a „C" válaszok jók
Alábbiak az „A" csoport válaszai

Név:.. NEPTUN kód:...........................

Alapszak:....................**MEGOLDÁS**...

Aláírás:..ÜLŐHELY sorszám: KM34/...............

PONTSZÁM:

Toll és számológép kivételével semmilyen segédeszköz nem használható!

1.FELADAT (ELMÉLET, max.5pont = 5 × 1pont. Csak a tökéletesen jó válasz ér 1 pontot)

1.1) Karikázza be (jelölje egyértelműen) az összes helyes megállapítás betűjelét!

A) A valós közeg súrlódásos, míg az ideális közeg súrlódásmentes.
B) Az ideális közeg összenyomható, míg a valós közeg összenyomhatatlan.
C) Az ideális közeg folytonos, míg a valós közeg kontinuum.
D) A valós közeg homogén és kontinuum, míg az ideális közeg molekuláris szerkezetű és inhomogén.
E) A valós közeg instacioner, míg az ideális közeg stacioner.

1.2) Karikázza be (jelölje egyértelműen) az összes helyes válasz betűjelét! Egy elemi folyadékrész teljes gyorsulása ($\underline{a}_{teljes}$) az alábbi összefüggéssel írható fel:

A) $\frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + \underline{\underline{D}}\,\underline{v}$ **B)** $\frac{\partial \underline{r}}{\partial t}$ **C)** $\frac{\partial \underline{v}}{\partial \underline{r}} \frac{\partial \underline{r}}{\partial t}$ **D)** $\underline{\underline{D}}\,\underline{v}$ **E)** $\frac{\partial \underline{v}}{\partial \underline{r}}$

1.3) Karikázza be (jelölje egyértelműen) az összes helyes válasz betűjelét! A kontinuitás tételének általános alakja az alábbi:

A) $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}(\rho \underline{v}) = 0$ **B)** $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}\underline{v} = 0$ **C)** $\frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + \mathrm{div}(\rho \underline{v}) = 0$ **D)** $\frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + \mathrm{div}(\underline{v}) = 0$ **E)** $\frac{d\rho}{dt} = 0$

1.4) Karikázza be (jelölje egyértelműen) az összes helyes válasz betűjelét! Az Euler-egyenlet levezetése során használt egyetlen feltétel az alábbi:

A) $\mu = 0$ **B)** ρ = állandó **C)** $\rho \neq$ állandó **D)** $\mu \neq$ állandó **E)** μ = állandó

1.5) Karikázza be (jelölje egyértelműen) az összes helyes válasz betűjelét! A hidrosztatika alapegyenletének helyes alakja az alábbi:

A) $\rho \underline{g} = \mathrm{grad}p$ **B)** $\underline{g} = -\mathrm{grad}U$ **C)** $\frac{p}{\rho} = állandó$ **D)** $\underline{g} = -\frac{1}{\rho}\mathrm{grad}p$ **E)** $U = állandó$

2.FELADAT (10pont)

Egy függőleges tengelyű, ∅D_KÜLSŐ=14mm, ∅D_BELSŐ=11mm, L=1m hosszú zárt üvegcsövet ismert (ρ=1260kg/m^3) sűrűségű, de ismeretlen viszkozitású folyadékkal töltötük fel. A folyadékban egy henger alakú, $\rho_{acél}$=7850kg/m^3 sűrűségű tömör acélrúd (∅$d_{rúd}$=10mm, $L_{rúd}$=50mm) mozog lefelé nagyon lassan, állandó v=3mm/s sebességgel. Az üveghenger belső fala és a mozgó acélrúd között az S=0,5mm résméret állandó.

FELTÉTELEK: résben lineáris sebességprofil; newtoni folyadék; a folyadék sűrűsége és viszkozitása állandó; a tömör acél rúdra a nehézségi erőtér hat, és a folyadékba merített rúdra ható felhajtóerőt se hanyagolja el. A belső fal és a rúd hengerpalástjai közötti résben ébredő viszkózus veszteségen kívül minden más veszteséget hanyagoljon el.

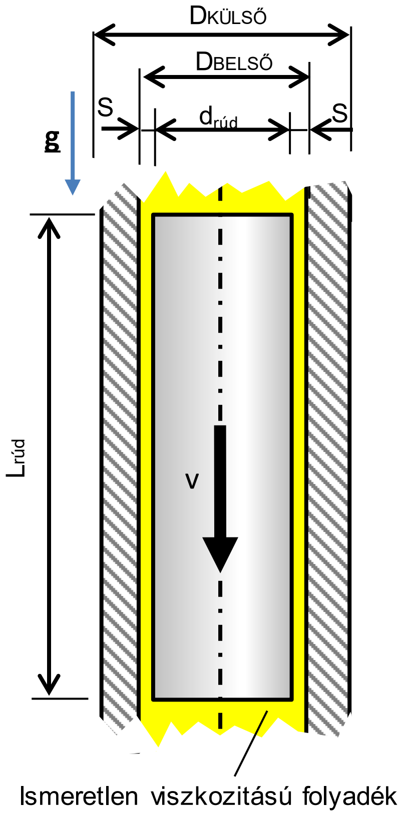
ADATOK: g=10N/kg

KÉRDÉSEK:

A) Számítsa ki az üveghengerben lévő folyadék viszkozitását, ha ismert a résben ébredő súrlódási veszteségteljesítmény értéke P_{veszt}=0,0004 W?

B) Számítsa ki a résben ébredő csúsztatófeszültség értékét! τ=? [Pa]

C) Hogyan változna az acélrúd sebessége, ha a folyadékot felmelegítenénk? (A többi paramétert tekintse állandónak.) Válaszát indokolja!



MEGOLDÁS (A lap túloldalán is folytathatja a megoldást)

A) A résbeli folyadék súrlódási veszteségteljesítmény értéke ismert:

$$P_{veszt}\, 0{,}0004W = F_{veszt} \cdot \mathrm{v}$$

Ezzel kapjuk a súrlódási veszteségből eredő erőt:

$$F_{veszt} = \frac{P_{veszt}}{\mathrm{v}} = \frac{0{,}0004W}{0{,}003\, m/s} = 0{,}13333\ N$$

Az erő a csúsztatófeszültség és a résbeli nyírt folyadék közép henger palástjának a szorzata, ahol $d_{közép}=d_{rúd}+S$=10,5mm:

$$A_{középpalást} = (d_{közép} \cdot \pi) \cdot H = 0{,}001649336\ m^2$$

Ezzel kapjuk a résben kialakuló csúsztatófeszültséget:

$$\tau = \frac{F_{veszt}}{A_{középpalást}} = \frac{0{,}133333\ N}{0{,}001649336\ m^2} = 80{,}8\ Pa$$

A csúsztatófeszültség

$$\tau = \mu \cdot \frac{\partial \mathrm{v}}{\partial r}$$

alakú ebben az esetben. A keresett dinamikai viszkozitás ebből:

$$\mu = \frac{\tau \cdot S}{\mathrm{v}} = \frac{80{,}8 \cdot 0{,}0005}{0{,}003} = 13{,}5\ \frac{kg}{m \cdot s}$$

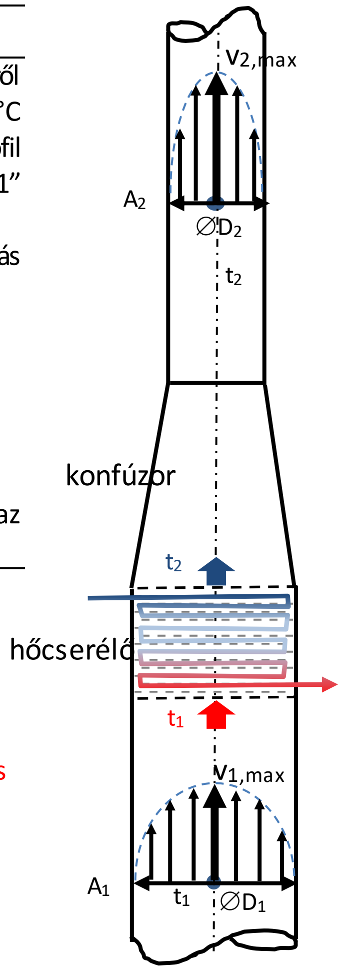
A kinematikai viszkozitás is megadható a sűrűség ismeretében:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = 0{,}0107\ \frac{m^2}{s}$$

B) A csúsztatófeszültség: lásd A) kérdésben kiszámoltuk: $\tau = 80{,}8\ Pa$

C) Mivel ismert, hogy a hőmérséklet növekedésével cseppfolyós közeg viszkozitása csökken, ezért a csúsztatófeszültség és a súrlódási erő és veszteségteljesítmény is kisebb lesz, tehát az acélrúd nagyobb v sebességgel képes mozogni lefelé a melegebb folyadékban.

3.FELADAT (10pont)



Egy hőcserélőt tartalmazó függőleges füstgázvezeték $\varnothing D_1$=3500mm átmérőről $\varnothing D_2$=2500mm átmérőre szűkül. A füstgáz a hőcserélő előtt t_1=140°C, utána t_2=70°C hőmérsékletű. A füstgázvezeték alsó („1") és felső („2") keresztmetszetein a sebességprofil ismert másodfokú (n=2) forgásparaboloid alakúnak tekinthető és ismert az „1" keresztmetszeti csőtengelyben a maximális áramlási sebesség értéke: $v_{1,max}$=10m/s.

FELTÉTELEK: stacioner áramlás; a csőben a sűrűségszámítás szempontjából a nyomás mindenhol p=1bar állandó értékűnek vehető.

ADATOK: A füstgázra R=287 J/(kg·K) érték vehető.

Jel:	„1"	„2"	Mértékegység
∅D	3500	2500	**mm**
t	140	70	**°C**
p	1	1	**bar**

KÉRDÉSEK: Határozza meg, a füstgázvezeték „1" és „2" csőkeresztmetszeteiben az átlagsebességeket, a térfogatáramokat és az áramló közeg tömegáramát!

MEGOLDÁS (A lap túloldalán is folytathatja a megoldást)

A folytonosság tételét kell alkalmaznunk változó sűrűségű közeg stacioner áramlására:

$$q_{m,1} = q_{m,2}$$

A mellékelt ábra szerint az „1" keresztmetszeten beáramló forró füstgáz a hőcserélőn lehűlve a „2" keresztmetszeteken áramlik tovább. Ez egy áramcső, más be- vagy kiáramlás nincs.

$$\rho_1 \bar{v}_1 A_1 = \rho_2 \bar{v}_2 A_2$$

Felhasználjuk az ismert geometriai és egyéb adatok alapján, hogy

$\rho_1 = \frac{p_1}{R \cdot T_1} = 0{,}843661152 kg/m^3$; $\rho_2 = \frac{p_2}{R \cdot T_2} = 1{,}015836897 kg/m^3$;

$A_1 = \frac{D_1^2 \pi}{4} = 9{,}621128 m^2$; $A_2 = \frac{D_2^2 \pi}{4} = 4{,}908739 m^2$;

Valamint ismert az 1. pontban a sebességprofilra megadottak alapján az ottani átlagsebesség:

$$\bar{v}_1 = v_{1,max} \frac{n}{n+2} = 10 \frac{2}{2+2} = 5\, m/s$$

Az „1" keresztmetszetben a tömegáram ezzel kiszámítható, amely a rendszerben állandó:

$$q_{m,1} = \rho_1 \bar{v}_1 A_1 = 40{,}58\, kg/s = q_{m,2}$$

Így az egyetlen ismeretlen a folytonosság tételében így az „2" keresztmetszetbeli átlagsebesség, melyre kapjuk:

$$\bar{v}_2 = \frac{q_{m,2}}{\rho_2 A_2} = \frac{\rho_1 \bar{v}_1 A_1}{\rho_2 A_2} = \bar{v}_1 \frac{T_2 D_1^2}{T_1 D_2^2} = 8{,}139\, m/s$$

vagy

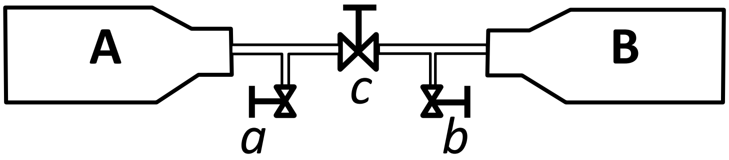
$$\bar{v}_2 = \frac{\rho_1 \bar{v}_1 A_1}{\rho_2 A_2} = \bar{v}_1 \frac{T_2 D_1^2}{T_1 D_2^2} = 5 \frac{(273+70) \cdot 3500^2}{(273+140) \cdot 2500^2} = 8{,}139\, m/s$$

Az „1" és „2" keresztmetszetbeli térfogatáramok fentiek alapján számíthatók:

$$q_{V,1} = \bar{v}_1 A_1 = 48{,}11\, m^3/s$$

$$q_{V,2} = \bar{v}_2 A_2 = 39{,}95\, m^3/s$$

4.FELADAT (10pont, + 5 pluszpont)



Ebben a példában g=9,81N/kg értékkel és az ún. „izoterm atmoszféra" feltétellel számoljon!

Egy „A" és egy „B" jelű teljesen azonos 1 literes alupalackunk van, amelyek az alakjukat tökéletesen tartó nyomástartó edényeknek tekinthetők. A két palackot elhanyagolható térfogatú vékony cső köti össze. A cső közepén egy „*c*" jelű csap van, mellyel a palackok összenyithatók. A zárt „*c*" csap esetén a palackok az „*a*" ill. a „*b*" csappal külön-külön is légkörre nyithatók. A csapok hermetikus zárást biztosítanak.

ADATOK: $z_0 = 0$ m; $p_0 = 101325$ Pa; $T_0 = 288$ K; $R = 287$ J/(kgK); $g = 9{,}81$ N/kg; a=6,5·10^{-3} K/m

A) A fenti rendszer mindhárom csapját a Kékestetőn (z=1015m) kinyitottuk 15 percre, majd mindhármat lezártuk. Ezután elutazunk a tengerpartra (z=0m).

KÉRDÉS: Számítsa ki az „A" palack $\Delta p_A=(p_{belső,A}-p_{külső})$ nyomáskülönbségét! Majd kinyitjuk az „*a*" csapot 15 percre. Az „A" palackból kifelé vagy befelé áramlik a levegő? Válaszát indokolja!

B) Ezután lezárjuk az „*a*" csapot és elutazunk a Mount Blanc-ra (z=4809m).

KÉRDÉS: Számítsa ki a „B" palack $\Delta p_B=(p_{belső,B}-p_{külső})$ nyomáskülönbségét! Majd kinyitjuk a „*b*" csapot 15 percre. A „B" palackból kifelé vagy befelé áramlik a levegő? Válaszát indokolja!

C) Ezután lezárjuk az „*b*" csapot és visszautazunk a Kékestetőre (z=1015m).

KÉRDÉS: Számítsa ki a két palack közötti $\Delta p_{AB}=(p_{belső,A}-p_{belső,B})$ nyomáskülönbséget! Majd a kinyitjuk a „*c*" csapot 15 percre. Melyik irányba áramlik a levegő a két a palack között? Az „A" palack felől a „B" palack felé, vagy fordítva? Válaszát indokolja!

PLUSZKÉRDÉS (+5 pontért): Ha ezután kinyitjuk az „*a*" csapot, akkor összesen mekkora tömegű levegő áramlik kifelé vagy befelé addig, amíg meg nem szűnik a nyomáskülönbség?

MEGOLDÁS (A lap túloldalán is folytathatja a megoldást)

A megadott izoterm atmoszféra feltétel szerint a p nyomás a tengerszinttől (z_0=0m) számított adott z[m] magasságban számítható az alábbi összefüggéssel:

$$p(z) = p_0 \cdot e^{-\frac{g\cdot(z-z_0)}{R\cdot T_0}}$$

Ez alapján a ρ_{lev} levegő sűrűsége ($\rho_{lev,i}=p_i/RT_0$) és a p légköri nyomás adott z magasságban kiszámolható:

Hely	Tengerpart	Kékestető	Mount Blanc
z [m]	0	1015	4809
T=T_0 [K]	288K	288K	288K
R [J/(kg·K)]	287	287	287
ρ [kg/m^3]	1,225864	1,086738	0,692734
p [Pa]	101325	89825	57259

Sorban az eseményeket követve: A Kékestetőn lezártuk a csapokat, a palackokkal elutazunk a tengerpartra:

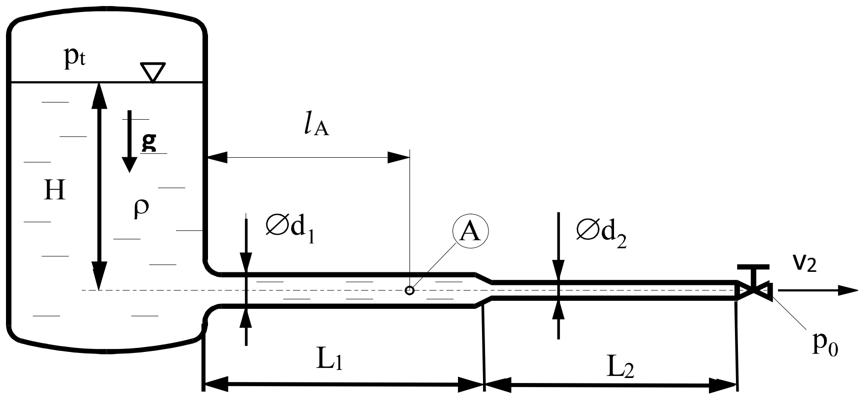
A) Az „A" palack túlnyomása ott: $\Delta p_A = (p_{belső,A}-p_{külső})$ = 89826 Pa – 101325 Pa = – 11500 Pa (Ez egyenlő a „B" palack túlnyomásával is. A negatív túlnyomás = depresszió.) Az "*a*" csap kinyitása után ott az „A" palackba befelé áramlik a levegő, mivel a tengerparti légköri nyomás nagyobb, mint az „A" palackban lévő (amit a Kékestetőn zártunk le).

B) A „B" palack túlnyomása a Mount Blanc-on: $\Delta p_B = (p_{belső,B}-p_{külső})$ = 89826 Pa – 57259 Pa = 32567 Pa (Az "A" palack túlnyomása itt $\Delta p_A = (p_{belső,A}-p_{külső})$ = 101325 Pa – 57259 Pa = 44066 Pa. A "*b*" csap kinyitása után a Mount Blanc-on a „B" palackból kifelé áramlik a levegő, mivel a Mount Blanc-on a légköri nyomás kisebb, mint a „B" palackban lévő (amit a Kékestetőn zártunk le).

C) A "c" csap kinyitása Kékestetőn = összenyitjuk a tengerparton lezárt „A" palackot és a Mount Blanc-on lezárt „B" palackot, így $\Delta p_{AB}=(p_{belső,A}-p_{belső,B})$ = 101325 Pa – 57259 Pa =44066 Pa a nyomáskülönbség miatt a levegő az „A" palack felől áramlik a „B" felé, amíg a nyomás kiegyenlítődése létre nem jön.

PLUSZKÉRDÉS) A végén összesen egy-egy liternyi, A"-ban tengerparti ill. „B"-ben Mount Blanc-i eltérő sűrűségű, nyomású, tömegű levegő keveredik a „c" csap nyitása után a két összenyitott palackban. A nyomáskiegyenlítődés után végül a két összenyitott palack 2 liter térfogatában így összesen $m = m_A+m_B = \rho_A V + \rho_B V = (p_A/(R\cdot T_0)+p_B/(R\cdot T_0))\cdot V$ = 0,001226kg+0,000693kg = 0,001919kg tömegű és ρ=0,959299 kg/m^3 sűrűségű és $p=(p_A+p_B)/2$=79292Pa nyomású 2 liter térfogatú levegő van. Ha ezután az "*a*" csapot kinyitjuk a Kékestetőn („c" csap nyitva), akkor mivel a 89825Pa értékű külső nyomás nagyobb, mint a 79292Pa belső (10533Pa-lal), ezért addig áramlik kintről befelé levegőtömeg, amíg a 2 liternyi térfogatot a Kékestetőn érvényes helyi nyomású és sűrűségű közeg nem tölti ki, tehát amíg a két palackban lévő levegő össztömege $m=\rho_{Kékestető}\cdot 2\cdot V$ =0,002173kg nem lesz. Tehát összesen Δm=0,002173-0,001919=0,000254 kg (0,254 gram) levegőtömeg áramlik befelé.

5.FELADAT (10pont)



Egy felül zárt, a folyadékfelszín feletti légtérben p_t=5bar nyomású, H=5m szintig vízzel töltött tartályhoz alul két különböző átmérőjű és hosszúságú, vízszintes tengelyű csőszakasz csatlakozik. A csővégen lévő gömbcsap teljesen nyitott a p_0 nyomású szabadra.

FELTÉTELEK: stacioner áramlási állapot, μ=0, ρ=áll., $A_{tartály}$>>$A_{cső}$, azaz a tartályban a folyadékfelszín lesüllyedése elhanyagolható. Az átmeneti idomok és a gömbcsap hosszúsága elhanyagolható. A nyitott gömbcsap be- és kiáramlási keresztmetszete azonos a csatlakozó csőével.

ADATOK: $p_0=10^5$Pa; ρ=1000kg/m^3; d_1=200mm; d_2=100mm; g=10N/kg; L_1=20m; L_2=20m; l_A=15m

KÉRDÉSEK:

A) Számítsa ki a stacioner áramlási állapotban az „A" pontbeli áramlási sebességet!

B) Számítsa ki a stacioner áramlási állapotban az „A" pontbeli statikus nyomás és dinamikus nyomás értékét!

MEGOLDÁS (A lap túloldalán is folytathatja a megoldást)

A)

A tartály folyadékfelszín egy pontja („1") és a kiáramlási keresztmetszetben felvett („2") pont közötti áramvonalon felírva a Bernoulli-egyenlet megadott feltételeknek megfelelő alakját:

$$p_1+\frac{\rho}{2}\mathrm{v}_1^2+\rho g z_1=p_2+\frac{\rho}{2}\mathrm{v}_2^2+\rho g z_2$$

Kapjuk a kiáramlási sebességre

$$\mathrm{v}_2=\sqrt{\frac{2(p_t-p_0)}{\rho}+2gH}=\sqrt{\frac{2(500000-100000)}{1000}+2\cdot 10\cdot 5}=\sqrt{800+100}=30m/s$$

A folytonosság tételét a kilépési „2" és az „A" pont között felírva kapjuk az „A" pontbeli áramlási sebességet:

$$\mathrm{v}_A=\mathrm{v}_2\frac{A_2}{A_A}=\mathrm{v}_2\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2=30\cdot\frac{1}{4}=7{,}5m/s$$

B)

Az „A" pontbeli statikus nyomás pl. az „A" pont és a „2" pont közötti áramvonalra felírt Bernoulli-egyenletből kapható:

$$p_A+\frac{\rho}{2}\mathrm{v}_A^2+\rho g z_A=p_2+\frac{\rho}{2}\mathrm{v}_2^2+\rho g z_2$$

Fentit $z_A=z_2$ felhasználásával az „A" pontbeli keresett p_A statikus nyomásra rendezve kapjuk:

$$p_A=p_0+\frac{\rho}{2}\mathrm{v}_2^2-\frac{\rho}{2}\mathrm{v}_A^2=100000+\frac{1000}{2}30^2-\frac{1000}{2}7{,}5^2=521875Pa$$

Az „A" pontbeli statikus nyomást pl. a tartály folyadékfelszín és az „A" pont közötti áramvonalra felírt Bernoulli-egyenletből is megkaphatjuk:

$$p_t+\frac{\rho}{2}\mathrm{v}_t^2+\rho g z_t=p_A+\frac{\rho}{2}\mathrm{v}_A^2+\rho g z_A$$

Fentit $H=z_t-z_A$ és $\mathrm{v}_t\approx 0$ felhasználásával az „A" pontbeli keresett p_A statikus nyomásra rendezve kapjuk:

$$p_A=p_t+\rho g H-\frac{\rho}{2}\mathrm{v}_A^2=500000+1000\cdot 10\cdot 5-\frac{1000}{2}7{,}5^2=521875Pa$$

Az „A" pontbeli dinamikus nyomás pedig:

$$p_{A,din}=\frac{\rho}{2}\mathrm{v}_A^2=\frac{1000}{2}7{,}5^2=28125Pa$$