



# 10. Hidraulika

Áramlástan előadást kiegészítő prezentáció

Dr. Suda Jenő Miklós, adjunktus

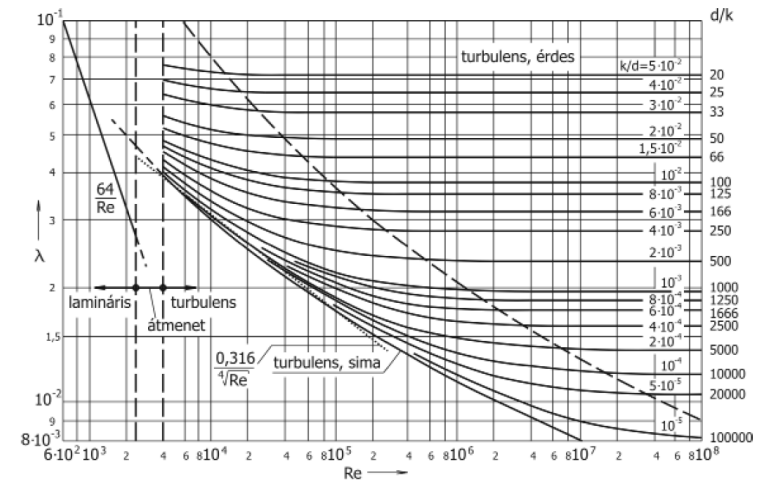
BME Áramlástan Tanszék

Felhasznált szakirodalom:

Dr. Lajos T.: Az áramlástan alapjai tankönyv

Dr. Balogh M.: Turbulencia modellezése előadásjegyzet

Dr. Suda J.M.: Járműáramlástan előadásjegyzet



10.4. ábra

A nem homogén érdességű csövekre vonatkozó Moody diagram





## $\mu=0$ Súrlódásmentes közegáramlás

Euler-egyenlet

$$\frac{d\underline{v}}{dt} = \underline{g} - \frac{1}{\rho} \text{grad } p$$

Euler-egyenlet

$$\frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + \text{grad} \frac{v^2}{2} - \underline{v} \times \text{rot } \underline{v} = \underline{g} - \frac{1}{\rho} \text{grad } p$$

a Bernoulli-egyenlet  
általános alakja

$$\int_1^2 \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} d\underline{s} + \int_1^2 \text{grad} \frac{v^2}{2} d\underline{s} - \int_1^2 \underline{v} \times \text{rot } \underline{v} d\underline{s} = \int_1^2 \underline{g} d\underline{s} - \int_1^2 \frac{1}{\rho} \text{grad } p d\underline{s}$$

instacionárius Bernoulli-  
egyenlet

$$\int_1^2 \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} d\underline{s} + \left[ \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + U \right]_1 = 0$$

a Bernoulli-egyenlet  
egyszerű alakja

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} + U_1 = \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} + U_2$$

$\mu=0.$ ,  $\rho=\text{áll.}$ , stac., pot.erőtér,  $\underline{v} \parallel d\underline{s}$

[Pa]

$$p_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 + \rho U_1 = p_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 + \rho U_2$$





# $\mu \neq 0$ Súrlódásos közegáramlás

## mozgásegyenlet

$$\frac{d\underline{v}}{dt} = \underline{g} + \frac{1}{\rho} \Phi \nabla$$

## Navier-Stokes- egyenlet

$\mu = \text{áll.}, \rho = \text{áll.}$

$$\frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + \text{grad} \frac{v^2}{2} - \underline{v} \times \text{rot} \underline{v} = \underline{g} - \frac{1}{\rho} \text{grad} p + \nu \Delta \underline{v} - \nu \text{rot rot} \underline{v}$$

a Bernoulli-egyenlet  
általános alakja

$\mu = 0$

$$\int_1^2 \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} d\underline{s} \quad \text{I} \quad + \int_1^2 \text{grad} \frac{v^2}{2} d\underline{s} \quad \text{II} \quad - \int_1^2 \underline{v} \times \text{rot} \underline{v} d\underline{s} \quad \text{III} \quad = \int_1^2 \underline{g} d\underline{s} \quad \text{IV} \quad - \int_1^2 \frac{1}{\rho} \text{grad} p d\underline{s} \quad \text{V}$$

$\mu \neq 0$

$$\int_1^2 \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} d\underline{s} \quad \text{I} \quad + \int_1^2 \text{grad} \frac{v^2}{2} d\underline{s} \quad \text{II} \quad - \int_1^2 \underline{v} \times \text{rot} \underline{v} d\underline{s} \quad \text{III} \quad = \int_1^2 \underline{g} d\underline{s} \quad \text{IV} \quad - \int_1^2 \frac{1}{\rho} \text{grad} p d\underline{s} \quad \text{V} \quad + \int_1^2 \nu \Delta \underline{v} d\underline{s} \quad \text{VI} \\ - \int_1^2 \nu \text{rot rot} \underline{v} d\underline{s} \quad \text{VI}$$

$\mu = 0$

a Bernoulli-egyenlet  
egyszerű alakja

$$p_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 + \rho U_1 = p_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 + \rho U_2$$

$\mu \neq 0., \rho = \text{áll.}, \text{stac.},$   
 $\text{pot.erőtér}, \underline{v} \perp d\underline{s}$

$\mu \neq 0$

a veszteséges Bernoulli-  
egyenlet

$$p_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 + \rho U_1 = p_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 + \rho U_2 + \sum \Delta p'$$

$\Delta p'$  nyomásvesztéség





## $\mu \neq 0$ Súrlódásos közegáramlás

$\mu \neq 0$ ,  $\rho = \text{áll.}$ ,  $\text{stac.}$ ,  
pot.erőtér,  $\underline{v} \parallel \underline{ds}$

$$p_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 + \rho U_1 = p_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 + \rho U_2 + \sum \Delta p'$$

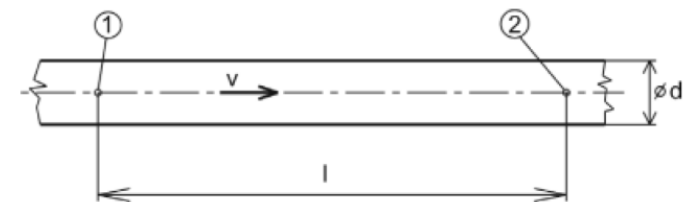
a veszteséges Bernoulli-  
egyenlet

Nyomásveszteség:  $\Delta p' = ?$  [Pa]       $\Delta p' = \frac{\rho}{2} v^2 \cdot \zeta$

Veszteségtényező:  $\zeta = \frac{\Delta p'}{p_{din}}$        $\zeta = ?$  [-]

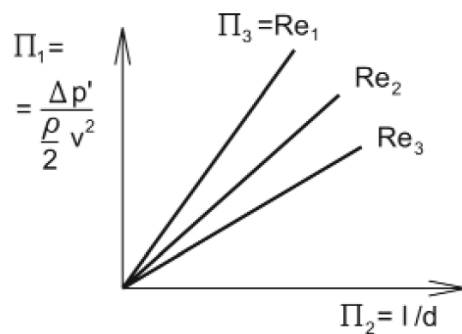
### Egyenes, kör keresztmetszetű cső:

$$\Delta p' = f(l, \mu, \rho, d, v)$$



10.1. ábra

Egyenes, kör keresztmetszetű cső



10.2. ábra  
Mérési eredmények

$$\frac{\Delta p'}{\frac{\rho}{2} v^2} = \lambda(Re) \cdot \frac{l}{d}$$

$$Re = \frac{vd\rho}{\mu} = \frac{vd}{\nu}$$

$$\Delta p' = \frac{\rho}{2} v^2 \cdot \zeta = \frac{\rho}{2} v^2 \cdot \frac{l}{d} \lambda$$



## Egyenes, kör keresztmetszetű cső:

Csősúrlódási tényező:  $\lambda(Re)$

$$\Delta p' = \frac{\rho}{2} v^2 \cdot \frac{l}{d} \lambda(Re)$$

$$Re = \frac{v d \rho}{\mu} = \frac{v d}{\nu}$$

**lamináris áramlásra  
vonatkozó csősúrlódási  
tényező**

$$\lambda_{lam} = \frac{64}{Re}$$

**lamináris áramlásnál az  
érdességnek nincs hatása**

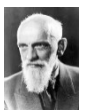
Turbulens áramlás ( $Re > 2300$ )

**hidraulikailag sima**  $\lambda_{turb} = \frac{0,316}{\sqrt[4]{Re}}$

**hidraulikailag  
érdes csövek**  $\lambda_{turb} = f(Re; k)$   
**Blasius-képlet**

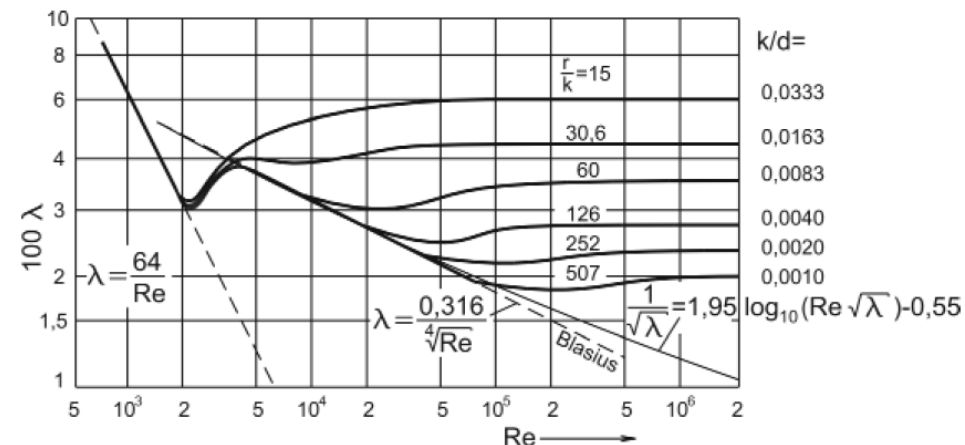


\*Nikuradze, Johann grúz származású német mérnök (1894-1979). A Göttingeni Egyetemen folytatott tanulmányokat, és ezek befejezése után Prandtl intézetében dolgozott tanársegédként, majd munkatársként részt vett Prandtl áramlástechnikai kutatóintézte létrehozásában. Kiemelkedő eredményeket ért el sima és érdes csövek kísérleti vizsgálatával. 1934-ben meghívták a Breslau-i (ma Wrocław, Lengyelország) Műszaki Főiskola Áramlástan Tanszékének vezetésére. Ezt követően Aachenben emeritus professzor [13].



\*Blasius, Paul Richard Henrich (1883-1970). Göttingenben tanult matematikát és fizikát. 1907-ben Prandtlnál áramlásba helyezett testeken keletkező határrétegek vizsgálata témakörben doktorált. Foglalkozott a sűrűlódásos áramlások hasonlóságával. Tanárként nagy szerepet játszott a Hamburgi Műemlékiskola fejlesztésében. Megadta a hidraulikailag sima csövek csősúrlódási tényezőjének összefüggését. Számos tankönyvet írt [13].

**Nikuradze\*** határozta meg méréssel a  $\lambda$  csősúrlódási tényezőt a  $Re$  függvényében különböző  $k/d = \text{áll. homokérdesség értékek mellett}$ , és a mérések eredményét kétszer logaritmikus diagramban ábrázolta.



**10.3 ábra**  
Csősúrlódási tényező sima és érdes csöveknél



## Egyenes, kör keresztmetszetű cső:

az acélcsövek érdessége nem homogén

Nem homokszemcsékkel érdesített csövek, pl. **acélcsövek** esetén az érdesség mérete változó, tehát a Reynolds-szám növekedésével nem egyszerre az összes, hanem fokozatosan egyre több érdességcsúcs kerül ki a viszkózus alaprétegből. Ezért az érdesség a Reynolds-szám növekedésével fokozatosan növekvő mértékben befolyásolja a csősúrlódási tényező értékét.

Teljesen érdesnek tekinthető a cső, ha fennáll:  $Re \geq Re_{\text{h}} \cong 100d/k$  [8]. Ekkor a csősúrlódási tényező a

$$\lambda_{turb} = f(Re; d/k)$$

$$\lambda = \frac{0,25}{\left(\lg \frac{3,715 d}{k}\right)^2}$$

összefüggéssel [16] számolható. Néhány cső, vagy csatornafal anyagra vonatkozó érdességi adatokat a következő táblázat tartalmaz.

$k$  érdesség

Anyag	Érdesség $k$ [mm]
üveg, réz	$1 - 6 \cdot 10^{-3}$
húzott acélcső	0,02 – 0,08
acél, kissé rozsdás	0,2 – 0,5
öntöttvas	0,1 – 0,6
beton	0,2 – 5

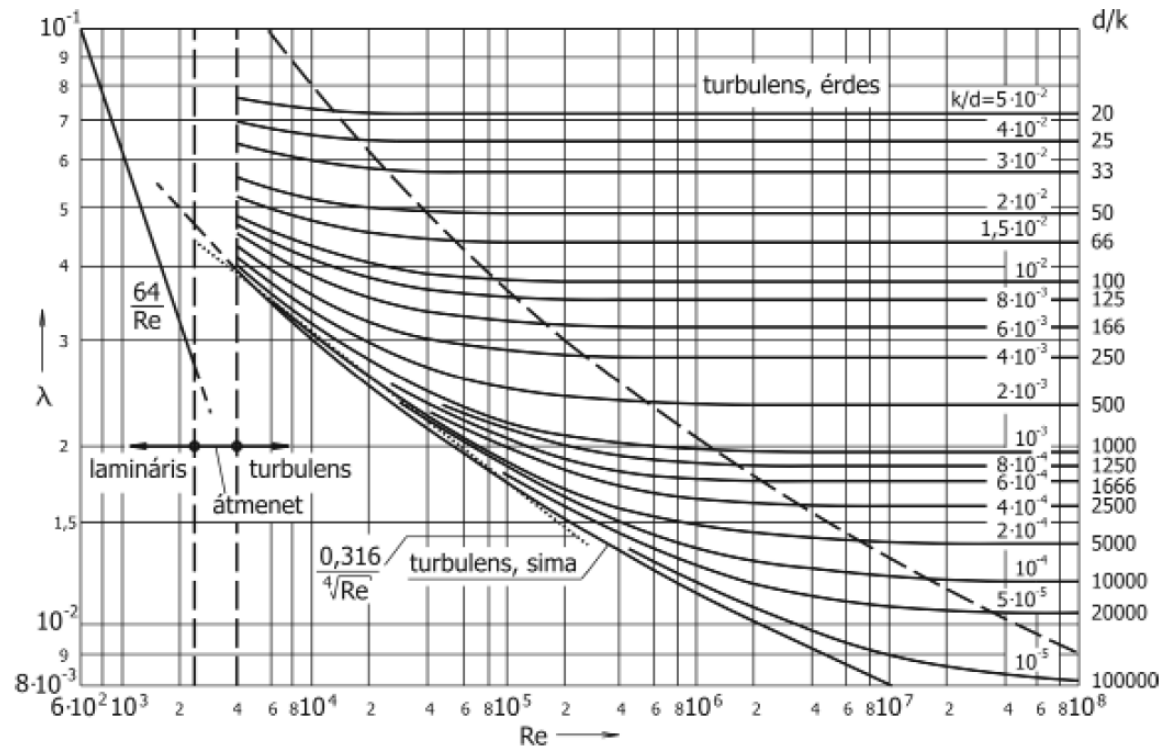


\* Moody, Lewis Ferry (1880-1953) Északamerikai mérnök. Kavitációs jelenségek tanulmányozása és kavitációs együtthatóra vonatkozó javaslat kidolgozása mellett 1944-ben tette közzé a róla elnevezett diagramot [13].



## Egyenes, kör keresztmetszetű cső:

Kör keresztmetszetű érdes csövek esetén a csősúrlódási tényezőt a Reynolds-szám és a  $d/k$  alakban definiált relatív érdesség függvényében a **10.4. ábrán** látható **Moody\*-diagram** adja meg.



**10.4. ábra**

A nem homogén érdességű csövekre vonatkozó Moody diagram

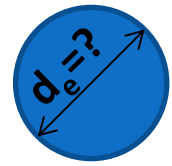
$$\lambda_{turb} = f(Re; d/k)$$

$\frac{d}{k}$  relatív érdesség

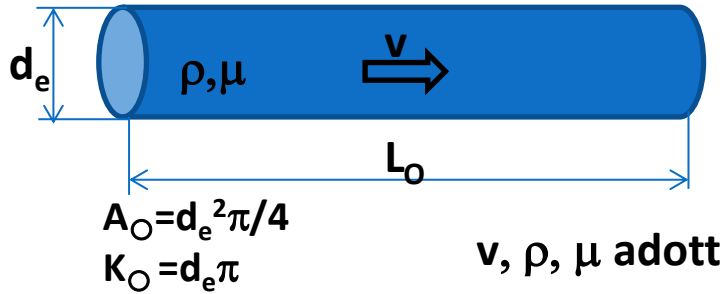
$$Re = \frac{vd\rho}{\mu} = \frac{vd}{\nu}$$



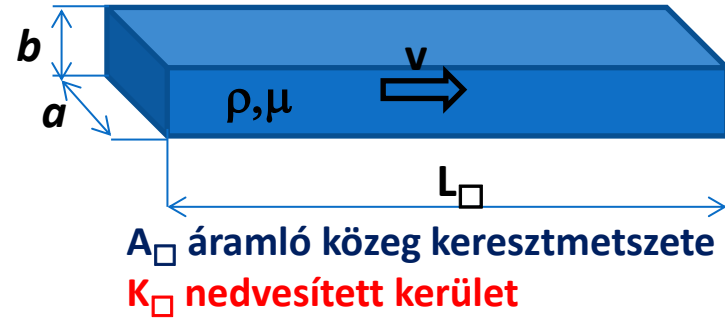
\* Moody, Lewis Ferry (1880-1953) Északamerikai mérnök. Kavitációs jelenségek tanulmányozása és kavitációs együtthatóra vonatkozó javaslat kidolgozása mellett 1944-ben tette közzé a róla elnevezett diagramot [13].



Egyenértékű kör keresztmetszetű cső:



NEM kör keresztmetszetű cső:



Nem kör keresztmetszetű csövek vesztésének számításánál az alábbiak szerint járunk el. Legyen adva egy nem kör (pl. téglalap) keresztmetszetű cső, amelyet részben, vagy egészben áramló közeg tölt ki. Az áramló közeg keresztmetszete legyen  $A$ , kerülete pedig  $K$ . Keressük azt a  $d_e$  átmérőjű, kör keresztmetszetű csövet, amely súrlódási veszteség tekintetében egyenértékű az adott csővel: a két, azonos,  $\ell$  hosszúságú csőben azonos  $\Delta p'$  súrlódási veszteség keletkezik, miközben az átlagos fali csúsztatófeszültség  $\bar{\tau}_o$  mindkét csőben megegyezik:

$$L_o = L_o$$

$$\Delta p'_{o} = \Delta p'_{o}$$

$$\tau_{o,o} = \tau_{o,o}$$

$$\tau_{o,o} = \frac{F_{súrl,o}}{A_{palást,o}} = \frac{F_{súrl,o}}{A_{palást,o}} = \tau_{o,o}$$

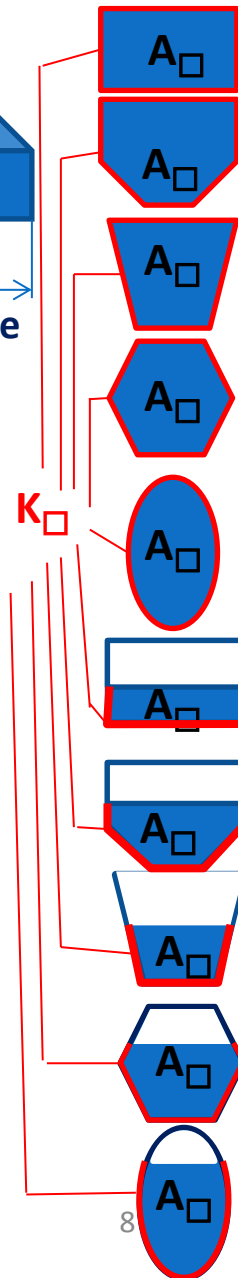
$$\frac{\Delta p'_{o} \cdot A_o}{K_o \cdot L_o} = \frac{\Delta p'_{o} \cdot A_o}{K_o \cdot L_o}$$

$$\frac{d_e^2 \pi}{4} = \frac{A_o}{K_o}$$

$d_e$  egyenértékű átmérő

$$d_e = \frac{4A_o}{K_o}$$

$$Re = \frac{v d_e \rho}{\mu} = \frac{v d_e}{\nu} \quad \frac{d_e}{k}$$







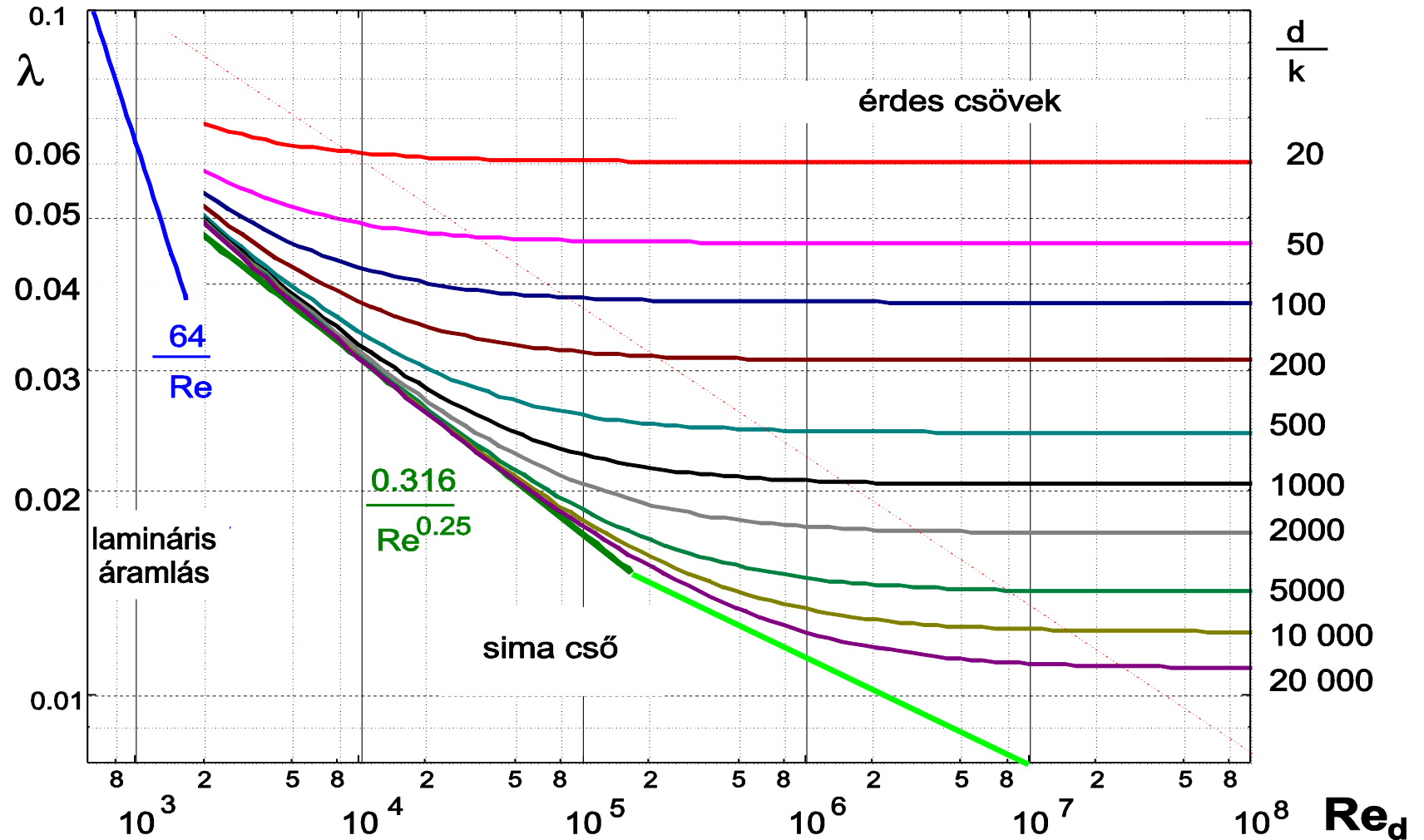
Egyenes csőszakaszra, ha adott  $v$ ,  $L$ ,  $d$  (vagy  $d_e$ ),  $k$ ,  $\rho$ ,  $\mu$ ), akkor a  $\lambda$  csőúrlódási tényező meghatározása összefoglalva:

$\lambda = ?$	LAMINÁRIS $Re < Re_{határ} \cong 2300$	TURBULENS $Re > Re_{határ} \cong 2300$
HIDRAULIKAILAG SIMA CSŐ	$\lambda_{lam} = \frac{64}{Re}$	A $Re_{határ} < Re < 2 \cdot 10^5$ tartományban az ún. Blasius-képlettel: $\lambda_{turb} = \frac{0,316}{\sqrt[4]{Re}}$ Ha $Re > 2 \cdot 10^5$ , akkor Moody-diagramból $\lambda$ leolvasható.
ÉRDES CSŐ		A $d/k$ relatív érdesség és $Re$ -szám alapján Moody-diagramból $\lambda$ leolvasható. $\lambda_{turb} = f\left(Re; \frac{d}{k}\right)$





# Moody-diagram:

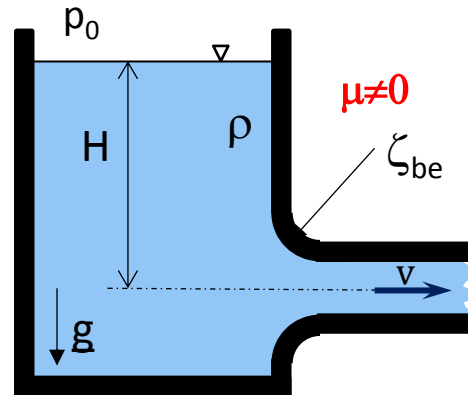




## Csőidomok, hidraulikai elemek áramlási vesztesége ( $\Delta p'$ [Pa] nyomásveszteség és $\zeta$ [-] veszteségtényező)

Nyomásveszteség:  $\Delta p' = ?$  [Pa] Veszteségtényező:  $\zeta = \frac{\Delta p'}{\rho_{din}}$   $\zeta = ?$  [-]

**BEÖMLÉSI VESZTESÉG**  
lekerekített  
belépés

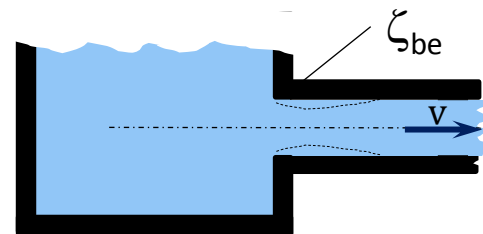


$$\Delta p' = \frac{\rho}{2} v^2 \cdot \zeta_{be}$$

$$\zeta_{be, lam} \cong 1,07$$

$$\zeta_{be, turb} \cong 0,07 \quad (\cong 0)$$

**BEÖMLÉSI VESZTESÉG**  
Nem veszteségmentes  
belépés



$$\Delta p' = \frac{\rho}{2} v^2 \cdot \zeta_{be}$$

$$\zeta_{be} > 0$$

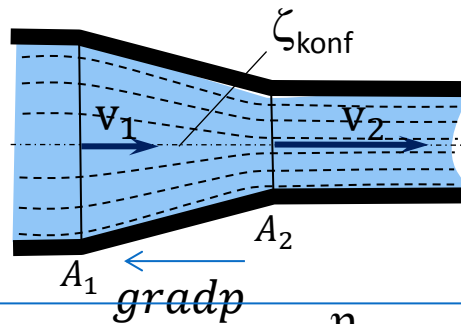
$$\zeta = ?$$
 [-]





## Csőidomok, hidraulikai elemek áramlási vesztesége ( $\Delta p'$ [Pa] nyomásvesztés és $\zeta$ [-] veszteségtényező)

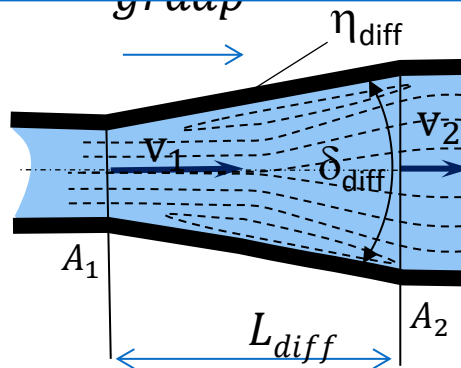
**KERESZTMETSZET-  
CSÖKKENÉS  
(konfúzor)**



$$\Delta p'_{konf} = \frac{\rho}{2} v_1^2 \cdot \zeta_{konf}$$

$$\zeta_{konf} = 0,01 \div 0,02 \cong 0$$

**KERESZTMETSZET-  
NÖVEKEDÉS  
(diffúzor)**



$$\eta_{diff} = \frac{\Delta p_{valós}}{\Delta p_{ideális}} = \frac{\Delta p_{ideális} - \Delta p'}{\Delta p_{ideális}}$$

$$\Delta p'_{diff} = \frac{\rho}{2} (v_1^2 - v_2^2) \cdot (1 - \eta_{diff})$$

$$\Delta p'_{diff} = \frac{\rho}{2} v_1^2 \left( 1 - \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 \right) \cdot (1 - \eta_{diff})$$

$$\alpha = \frac{A_1}{A_2}$$

$$\zeta_{diff} = (1 - \alpha^2) \cdot (1 - \eta_{diff})$$

$$\eta_{diff,opt} = \eta_{diff,max} = 85\% \div 95\%$$

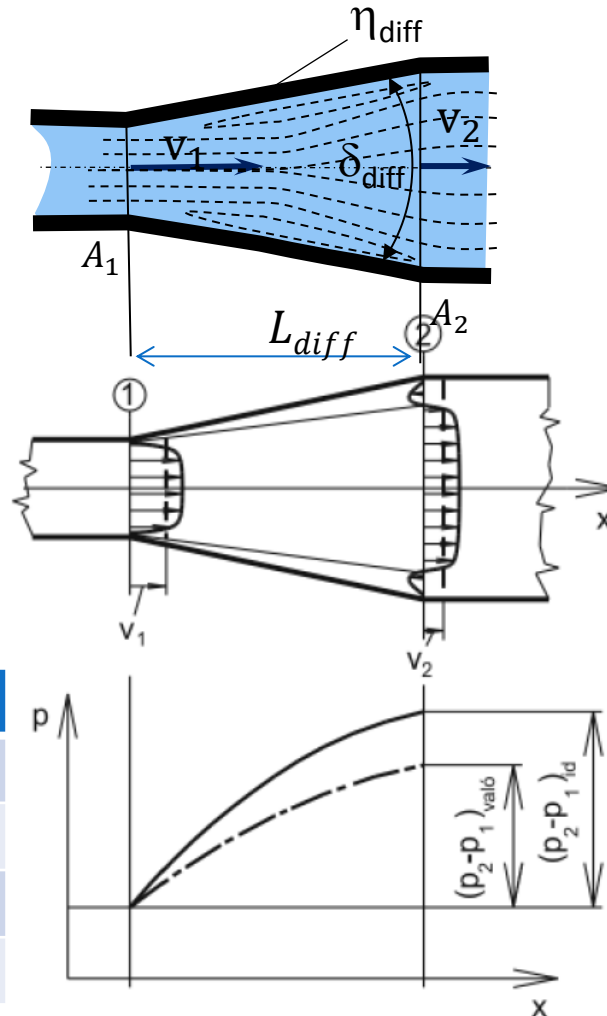


# Csőídomok, hidraulikai elemek áramlási vesztesége ( $\Delta p'$ [Pa] nyomásvesztés és $\zeta$ [-] veszteségtényező)

## KERESZTMETSZET-NÖVEKEDÉS (diffúzor)

$$\alpha = \frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2$$

$$L_{diff} = D \cdot \frac{1 - \sqrt{\alpha}}{4\sqrt{\alpha} \cdot \text{tg}(\delta/2)}$$



$$\eta_{diff} = \frac{\Delta p_{valós}}{\Delta p_{ideális}} = \frac{\Delta p_{ideális} - \Delta p'}{\Delta p_{ideális}}$$

$$\Delta p'_{diff} = \frac{\rho}{2} (v_1^2 - v_2^2) \cdot (1 - \eta_{diff})$$

$$\zeta_{diff} = (1 - \alpha^2) \cdot (1 - \eta_{diff})$$

Nyílásszög $\delta^\circ$	Diffúzorhatásfok $\eta_a$ [%]								$\eta_{abc}$
	5	7,5	10	15	20	40	60	180	
$A_2/A_1=2,25$	92	94	93	90	84	65	56	60	62
$A_2/A_1=4$	91	91	90	85	75	39	28	38	40

Látható, hogy a keresztmetszetviszony (az áramlás lassításának mértéke) különösen nagyobb kúpszögeknél befolyásolja jelentősen a diffúzorhatásfokot. A legnagyobb diffúzorhatásfok a keresztmetszetviszonytól is függően 7° kúpszög közelében van. A gyakorlatban mégis 15° körüli kúpszöveget választunk, hogy gyártási, költség okokból elkerüljük a túl hosszú diffúzorok alkalmazását.

$$\delta_{diff,opt} \cong 7^\circ$$

$$\eta_{diff,opt} = \eta_{diff,max} = 85\% \div 95\%$$

$$\delta_{diff,gyakorlat} \cong 15^\circ$$

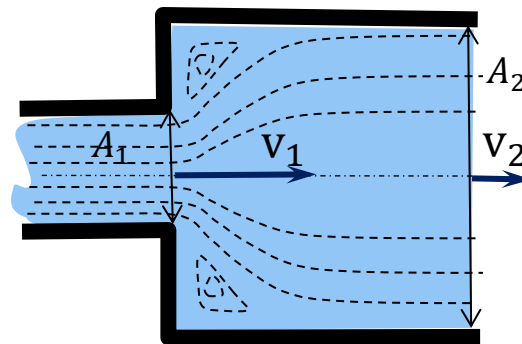
9.13. ábra

Áramlás és nyomásmegoszlás diffúzorban



## Csőídomok, hidraulikai elemek áramlási vesztesége ( $\Delta p'$ [Pa] nyomásveszteség és $\zeta$ [-] veszteségtényező)

**HIRTELEN  
KERESZTMETSZET-  
NÖVEKEDÉS  
(BORDA-CARNOT IDOM)**



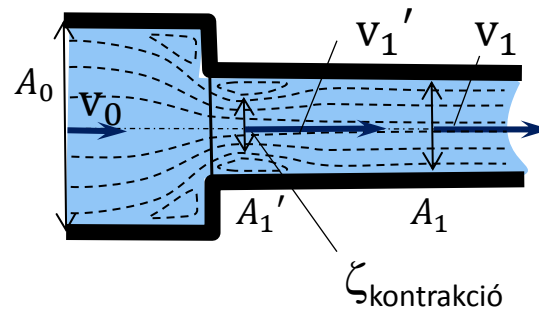
$$\Delta p'_{BC} = \frac{\rho}{2} (v_1 - v_2)^2 \quad \alpha = \frac{A_1}{A_2}$$

$$\Delta p'_{BC} = \frac{\rho}{2} v_1^2 \left( 1 - 2 \frac{v_2}{v_1} + \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^2 \right)$$

$$\zeta_{BC} = (1 - 2\alpha + \alpha^2)$$

$$\eta_{diff,BC} = 1 - \frac{A_2/A_1 - 1}{A_2/A_1 + 1}$$

**HIRTELEN  
KERESZTMETSZET-  
CSÖKKENÉS  
(kontrakció)**



$$\alpha = \frac{A_1'}{A_1}$$

$$\alpha \cong 0,6 + 0,4 \left( \frac{A_1}{A_0} \right)^2$$

$$\Delta p'_{hk} \cong \frac{\rho}{2} (v_1' - v_1)^2 = \frac{\rho}{2} v_1^2 \left( \frac{1}{\alpha} - 1 \right)^2$$

$$\Delta p'_{hk} \cong \frac{\rho}{2} (v_1' - v_1)^2 = \frac{\rho}{2} v_1^2 \left( \frac{1}{\alpha} - 1 \right)^2$$

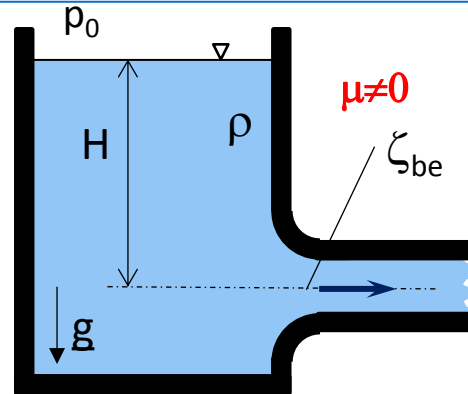
$$\zeta_{hk} \cong \left( \frac{1}{\alpha} - 1 \right)^2$$





## Csőidomok, hidraulikai elemek áramlási vesztesége ( $\Delta p'$ [Pa] nyomásveszteség és $\zeta$ [-] veszteségtényező)

**BELÉPÉSI VESZTESÉG**  
lekerekített  
belépés

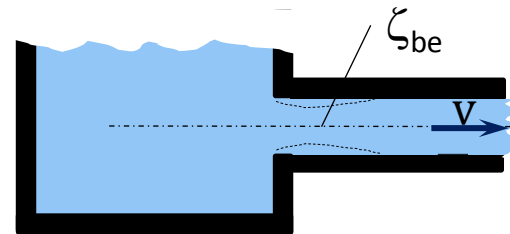


$$\Delta p' = \frac{\rho}{2} v^2 \cdot \zeta_{be}$$

$$\zeta_{be, lam} \cong 1,07$$

$$\zeta_{be, turb} \cong 0,07 \quad (\cong 0)$$

**BELÉPÉSI VESZTESÉG**  
nem  
veszteségmentes  
belépés

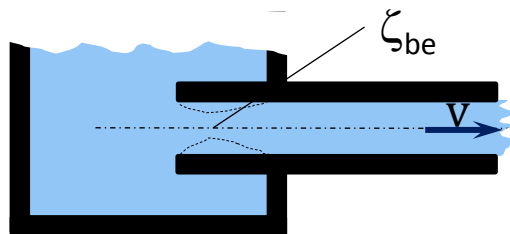


$$\Delta p' = \frac{\rho}{2} v^2 \cdot \zeta_{be} \quad \zeta_{be} > 0$$

$$\alpha \cong 0,6 + 0,4 \left( \frac{A_1}{A_0} \right)^2 = 0,6 !$$

$$\zeta_{be} = \zeta_{hk} \cong \left( \frac{1}{\alpha} - 1 \right)^2 \cong 0,44$$

**BELÉPÉSI VESZTESÉG**  
BORDA-FÉLE kifolyás



$$\alpha_{elm} = 0,5 ! \text{ (Borda-féle kifolyás)}$$

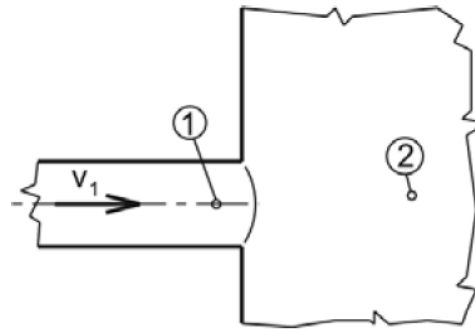
$$\zeta_{be} = \zeta_{hk} \cong \left( \frac{1}{\alpha} - 1 \right)^2 \cong 1$$





## Csőídomok, hidraulikai elemek áramlási vesztesége ( $\Delta p'$ [Pa] nyomásveszteség és $\zeta$ [-] veszteségtényező)

### KILÉPÉSI VESZTESÉG



**10.7. ábra**  
Kilépés tartályba

$$v_1 = v_{cső}$$

$$A_1 \ll A_2$$

$$v_2 \cong 0$$

$$\alpha = \frac{A_1}{A_2} \cong 0$$

$$\Delta p'_{ki} = \frac{\rho}{2} v_1^2 \cdot \zeta_{ki}$$

$$\zeta_k = ?$$

$$\Delta p'_{ki} = \frac{\rho}{2} (v_1 - v_2)^2$$

$$\Delta p'_{ki} = \frac{\rho}{2} (v_1 - 0)^2 = \frac{\rho}{2} v_1^2 \cdot \zeta_{ki}$$

$$\zeta_{ki} = 1$$

$$\zeta_{ki} = (1 - 2\alpha + \alpha^2) = 1$$

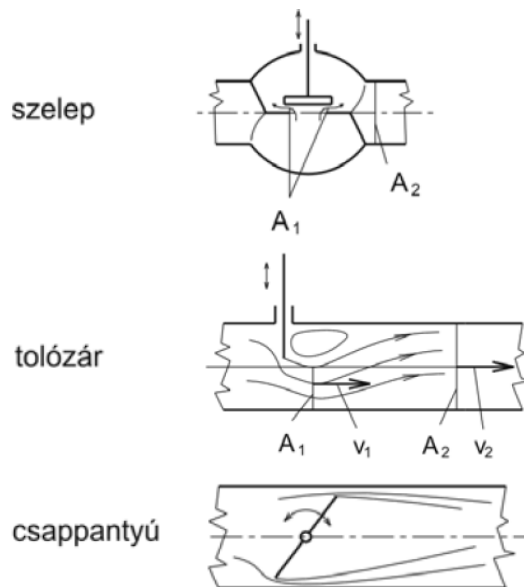






# Csőidomok, hidraulikai elemek áramlási vesztesége ( $\Delta p'$ [Pa] nyomásveszteség és $\zeta$ [-] veszteségtényező)

**SZELEPEK,  
TOLÓZÁRAK,  
CSAPPANTYÚK**



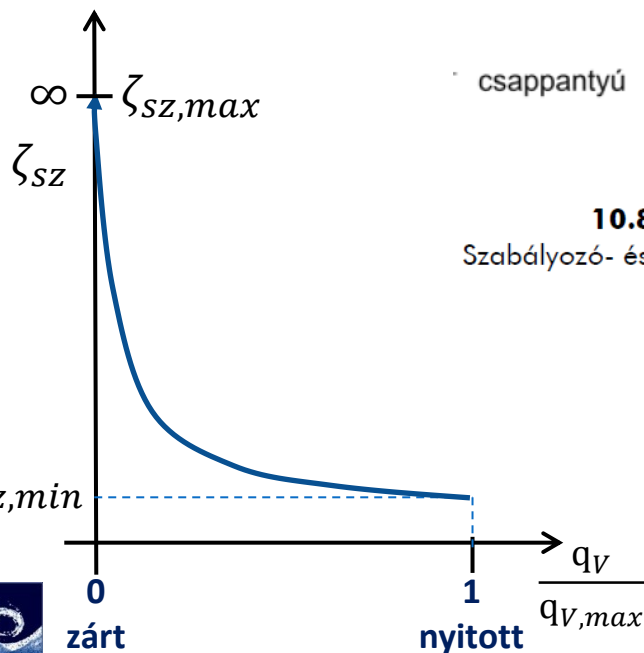
$$\Delta p'_{sz} = \frac{\rho}{2} v^2 \cdot \zeta_{sz}$$

$$\zeta_{sz}(\text{telj. nyitott}) = \text{min.} > 0$$

$$\zeta_{sz}(\text{telj. zárt}) = \text{max.} = \infty$$

$$\Delta p'_{sz} = \frac{\rho}{2} v_2^2 \left( \frac{v_1}{v_2} - 1 \right)^2$$

$$\zeta_{sz} = \left( \frac{A_2}{A_1} - 1 \right)^2$$



**10.8. ábra**

Szabályozó- és zárószerelvények

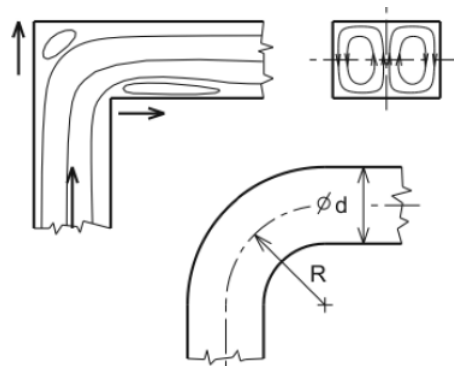
$\zeta_{sz} = f(\text{zárás mértéke}) \rightarrow \text{táblázat}$

Tolózár	Zárás mértéke	0	1/4	1/2	3/4	7/8
	Veszteségtényező $\zeta$	0,1-0,2	0,3	2,1	17	98
Csappantyú	Zárás szöge	10°	20°	40°	60°	70°
	Veszteségtényező $\zeta$	0,5	1,5	11	120	750
Szelep	Zárás mértéke	nyitva				
	Veszteségtényező $\zeta$	3-5				



# Csőidomok, hidraulikai elemek áramlási vesztesége ( $\Delta p'$ [Pa] nyomásveszteség és $\zeta$ [-] veszteségtényező)

## CSŐÍVEK, KÖNYÖKÖK



$$\Delta p' = \frac{\rho}{2} v^2 \cdot \zeta_k$$

$\zeta_k \rightarrow$  táblázat

10.10. ábra

Áramlás csőívben, könyökben

csőívek veszteségtényezői

		Csőívek veszteségtényezője $\zeta$					
Csőív fala	Iránytörés $\delta^\circ$	Relatív görbületi sugár R/d					
		0	1	2	4	6	10
Sima	15	0,04	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
	45	0,24	0,14	0,09	0,08	0,075	0,07
	90	1,13	0,21	0,14	0,11	0,09	0,11
Érdes	90	1,27	0,51	0,3	0,23	0,18	0,2

csőkönyökök  
veszteségtényezői

		Csőkönyökök veszteségtényezője $\zeta$					
Könyök fala	Az iránytörés szöge $\delta^\circ$						
		15	22,5	30	45	60	90
Sima		0,04	0,07	0,11	0,24	0,47	1,13
Érdes		0,06	0,15	0,17	0,32	0,68	1,27
Terelőlapáttal							0,13





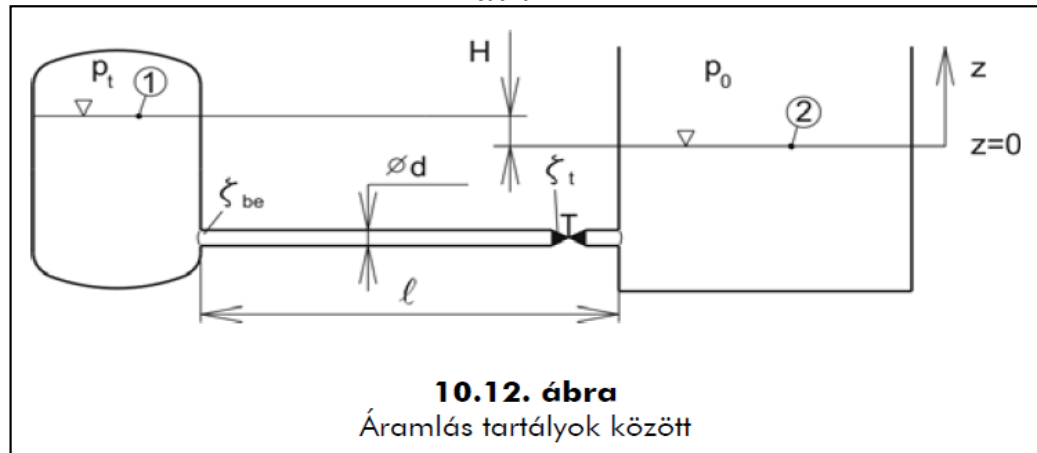
# $\mu \neq 0$ Súrlódásos közegáramlás

$\mu \neq 0$ , ( $\mu = \text{áll.}$ ),  $\rho = \text{áll.}$ ,  $\text{stac.}$ ,  
pot.erőtér,  $\underline{v} \parallel \underline{s}$

a veszteséges Bernoulli- egyenlet 
$$p_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 + \rho U_1 = p_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 + \rho U_2 + \sum \Delta p'$$

Nyomásveszteség: 
$$\Delta p' = \frac{\rho}{2} v^2 \cdot \zeta \quad \Delta p' = ? \text{ [Pa]}$$

Veszteségtényező: 
$$\zeta = \frac{\Delta p'}{p_{din}} \quad \zeta = ? [-]$$



A) Feladat típus:

Ismert:  $\rho, \mu, \nu, k, l, d, H, p_0, p_t, \zeta$

Ismert:  $\Delta p, \Delta U, \Delta v$ ,

Keressük:  $\sum \Delta p' = ?$  (vagyis  $\zeta = ?$ )

B) Feladat típus:

Ismert:  $\rho, \mu, \nu, k, l, d, H, p_0, p_t, \zeta$ ,

Ismert:  $\Delta U, \Delta v, \sum \Delta p'$

Keressük:  $\Delta p = ?$  (vagyis  $p_t = ?$ )

C) Feladat típus:

Ismert:  $\rho, \mu, \nu, k, l, d, H, p_0, p_t, \zeta$ ,

Ismert:  $\Delta p, \Delta U, \sum \Delta p'$

Keressük:  $v = ?$  (vagyis  $q_v = ?$ )



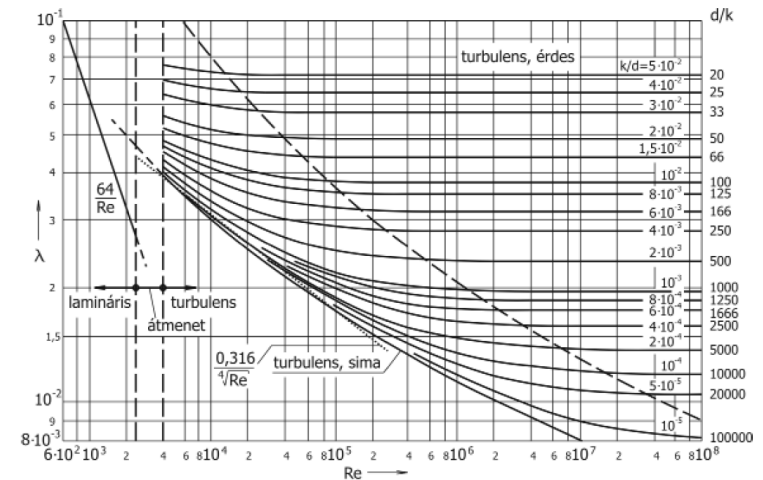
# 10. Hidraulika

Köszönöm a figyelmet!

Áramlástan előadást kiegészítő prezentáció  
Dr. Suda Jenő Miklós, adjunktus  
BME Áramlástan Tanszék

Felhasznált szakirodalom:

- Dr. Lajos T.: Az áramlástan alapjai tankönyv
- Dr. Balogh M.: Turbulencia modellezése előadásjegyzet
- Dr. Suda J.M.: Járműáramlástan előadásjegyzet



10.4. ábra

A nem homogén érdességű csövekre vonatkozó Moody diagram

