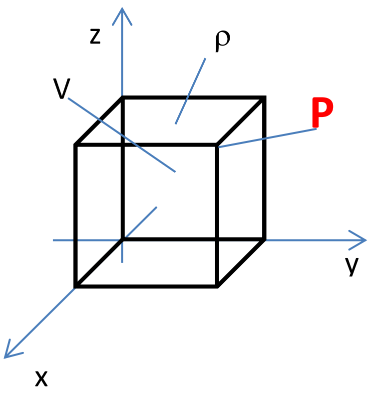
2.GYAKORLAT (4. oktatási hét)

PÉLDA



Egy folyadékban felvett, a mellékelt ábrán látható, térben rögzített, dx=dy=dz=100mm élhosszúságú, kocka alakú V térrészre az alábbiak ismeretesek:

I.) Inkompresszibilis folyadék, ρ=1000kg/m^3.
II.) Stacioner állapot.
III.) Egyik sebességkomponens sem változik saját irányától különböző irányban.
IV.) Az x irányú többlet tömegkiáramlás 10kg másodpercenként.
V.) Az áramlási sebesség y komponense 5m/s értékkel csökken saját irányában méterenként.
VI.) Az áramlási sebesség z komponense 5m/s értékkel csökken saját irányában méterenként.

KÉRDÉSEK:

A) Mekkora a lokális gyorsulás vektor x komponense a kocka jelölt **P** csúcspontjában? 0
B) Számítsa ki a sebességtér divergenciáját! div$\underline{v}$=0
C) Mekkorák az y és z irányú többlet tömegkiáramlások másodpercenkénti értékei? -5kg/s, -5kg/s

---

MEGOLDÁS

A.)

Mivel az áramlás **stacioner**, az $\underline{a}_{lok}$ lokális gyorsulás vektor (és annak mindhárom komponense is) **zérus** a vizsgált térben, így P pontban is.

$$\underline{a}_{lok}=\frac{\partial \underline{\mathrm{v}}}{\partial t}=0;\quad \text{az x komponense is:}\quad a_{lok,x}=\frac{\partial \mathrm{v}_x}{\partial t}=0$$

B.)

Az alábbi

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+div(\rho\underline{\mathrm{v}})=0$$

alakú folytonosság tétel **összenyomhatatlan** közegre vonatkozó egyszerűbb

$$div(\underline{\mathrm{v}})=0$$

alakja értelmében a sebességtér **divergenciája zérus**.

C.)

Ha a IV állítás szerint *x* irányban a többlet tömegkiáramlás másodpercenkénti értéke 10kg/s és az V. és VI. állítás szerint y és z irányban azonos a sebességváltozás méterenkénti mértéke, akkor inkompresszibilis közegben ez azt jelenti, hogy x irányon kívüli többi (y és z) irányokban összesen ugyanennyi többlet beáramlás (=negatív többet kiáramlás) szükséges. Azaz y és z irányokban külön-külön ennek a 10kg/s –nak a fele-fele mennyiségű többlet tömegbeáramlások szükségesek: egymással azonos, -5kg/s és -5kg/s értékű (negatív) többlet tömegkiáramlásnak, azaz y irányban 5kg/s és z irányban is 5 kg/s többlet tömegbeáramlásoknak kell létrejönnie.

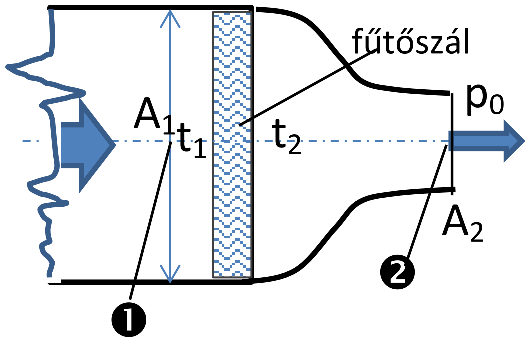
Egyebek:

Az V és VI állítás szerint: A folytonosság tétel fenti div$\underline{\mathbf{v}}$=0 alapján a $\frac{\partial \mathrm{v}_x}{\partial x}+\frac{\partial \mathrm{v}_y}{\partial y}+\frac{\partial \mathrm{v}_z}{\partial z}=0$ alak szerint az y és z sebességkomponensek saját irányuk szerinti megváltozásait kifejező tagok ismertek $\frac{\partial \mathrm{v}_x}{\partial x}-5\frac{\frac{m}{s}}{m}-5\frac{\frac{m}{s}}{m}=0.$ Ebből megkapjuk a v_x sebességkomponens saját (x) irányában történő megváltozásának értékét: $\frac{\partial \mathrm{v}_x}{\partial x}=10\frac{\frac{m}{s}}{m}=10\frac{1}{s}$.

Ez a IV állításból is megkaphatjuk: A 10kg/s-os x irányú többlet tömegkiáramlás másodpercenkénti értéke az x irányú be- és kiáramlás $q_{m,x}$ tömegáramainak a különbsége: $\Delta q_{m,x}=q_{m,x,KI}-q_{m,x,BE}=\rho\cdot \mathrm{v}_{x,KI}\cdot A_{x,KI}-\rho\cdot \mathrm{v}_{x,BE}\cdot A_{x,BE}=\rho\cdot\Delta \mathrm{v}_x\cdot A_x=$**1000**kg/m$^3\cdot\Delta \mathrm{v}_x\cdot$**0,01**m^2=**10**kg/s.

Ebből: $\Delta \mathrm{v}_x$=1m/s (0,1 méteren a sebességkomponens megváltozása), tehát 10-szeresét növekedik 1 méteren: $\frac{\partial \mathrm{v}_x}{\partial x}=10\frac{\frac{m}{s}}{m}=10\frac{1}{s}$. (De nem ez volt a kérdés.)

PÉLDA



Egy A_1=2m×2m négyzet keresztmetszetű légcsatorna egy konfúzoron keresztül A_2=1m×1m keresztmetszetre szűkül. Egy villamos fűtőszál a t_1=17°C hőmérsékletű levegőt t_2=47°C hőmérsékletűre melegíti fel. A levegő térfogatárama $q_{V,2}=10 m^3/s$ állandó. A közeg sűrűségének számításánál mindenhol p_0 vehető. **ADATOK**: R=287J/kgK, $p_0=10^5$Pa

KÉRDÉSEK: Számítással határozza meg

a) az A_1 és A_2 keresztmetszetbeli átlagsebességeket,

b) az A_1 keresztmetszetbeli térfogatáramot, és

c) az áramló levegő tömegáramát!

MEGOLDÁS *(a lap túloldalán is folytathatja)*

A légcsatorna áramcsőnek tekinthető, ahol a q_m=állandó az áramcső bármely keresztmetszetében.

A folytonosság tétele stacioner esetben: $\rho_1 \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot A_2$

$\rho_1 \cdot q_{V,1} = \rho_2 \cdot q_{V,2}$

Ahol a térfogatáramok: $q_{V,1} = v_1 \cdot A_1$

$q_{V,2} = v_2 \cdot A_2$

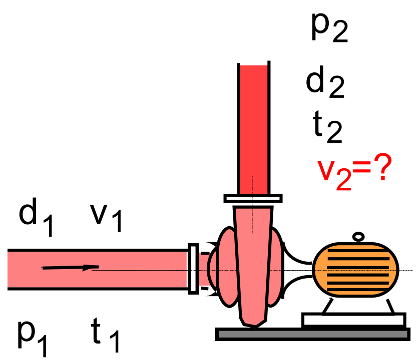
A levegő sűrűsége gáztörvénnyel számítható: $\rho_1 = p_1/(R \cdot T_1) \approx p_0/(R \cdot T_1) = 1{,}20149\ kg/m^3$

$\rho_2 = p_2/(R \cdot T_2) \approx p_0/(R \cdot T_2) = 1{,}08885\ kg/m^3$

A $q_{V,2}$ ismert adat, ebből v_2=10m/s, majd a levegő sűrűségek (lásd fent) kiszámítása után v_1=2,266m/s ill. $q_{V,1}=9{,}0625 m^3/s$ és q_m=10,8885kg/s számíthatók.

PÉLDA

A mellékelt rajzon vázolt kompresszor q_m=213,09 kg/óra állandó tömegáramú levegőt szállít. A be- illetve kiáramlási keresztmetszetben a levegő nyomása és hőfoka rendre p_1 ill. p_2, valamint t_1 ill. t_2. A kompresszor áramcsőnek tekinthető.



ADATOK:

$p_1 = 10^5\,Pa \qquad p_2 = 2.5 \cdot 10^5\,Pa$;

$t_1 = 20°C \qquad t_2 = 65°C$;

d_1=65mm $\qquad$ d_2=32,5mm;

$R = 287 J/(kgK)$.

KÉRDÉSEK: Határozza meg a kompresszor „1” be- ill. „2” kilépő keresztmetszetein átáramló levegő átlagsebességét és térfogatáramát!

MEGOLDÁS *(a lap túloldalán is folytathatja)*

A kompresszor áramcsőnek tekinthető, ahol a q_m=állandó az áramcső bármely keresztmetszetében.

A folytonosság tétele stacioner esetben: $\rho_1 \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot A_2$

$\rho_1 \cdot q_{V,1} = \rho_2 \cdot q_{V,2}$

Ahol a térfogatáramok: $q_{V,1} = v_1 \cdot A_1$

$q_{V,2} = v_2 \cdot A_2$

A levegő sűrűsége gáztörvénnyel számítható: $\rho_1 = p_1/(R \cdot T_1) = 1{,}1892\ kg/m^3$

$\rho_2 = p_2/(R \cdot T_2) = 2{,}5772\ kg/m^3$

A kompresszor „1” be- ill. „2” kilépő keresztmetszetein átáramló levegő átlagsebessége és térfogatárama előzőekhez hasonlóan számítható.

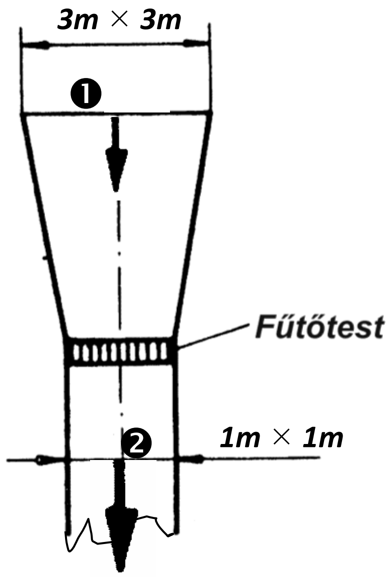
PÉLDA

Az A_1=3m×3m négyzetes belépő keresztmetszeten beszívott hideg (t_1=-3°C hőmérsékletű) levegő (R=287J/kgK) mennyisége ismert: 16200m^3/h. A beáramló levegőt utána egy fűtőtesttel melegítjük fel t_2=78°C hőmérsékletűre, így áramlik tovább az A_2=2m×2m légcsatornába. Stacioner áramlás. A közeg sűrűségének kiszámításánál mindenhol $p_0=10^5$Pa vehető.
KÉRDÉSEK:

a) Határozza meg az A_1 és A_2 keresztmetszetek átlagsebességeit!

b) Számítsa ki a A_2 keresztmetszetbeli térfogatáramot!

c) Számítsa ki a levegő tömegáramát!



MEGOLDÁS *(a lap túloldalán is folytathatja)*

A z idom áramcsőnek tekinthető, ahol a tömegáram q_m=állandó az áramcső bármely keresztmetszetében a stacioner feltétel esetén.

A folytonosság tétele stacioner esetben: $\rho_1 \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot A_2$

$\rho_1 \cdot q_{V,1} = \rho_2 \cdot q_{V,2}$

Ahol a térfogatáramok: $q_{V,1} = v_1 \cdot A_1$

$q_{V,2} = v_2 \cdot A_2$

A tömegáram: $q_{m,1} = \rho_1 \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot A_2 = q_{m,2}$

A levegő sűrűsége gáztörvénnyel számítható: $\rho_1 = p_1/(R \cdot T_1) = 10^5/(287 \cdot (273-3)) = 1{,}290489$ kg/m^3

$\rho_2 = p_2/(R \cdot T_2) = 10^5/(287 \cdot (273+78) = 0{,}992684$ kg/m^3

Az „1” be- ill. „2” keresztmetszeteken átáramló levegő átlagsebessége és térfogatárama ill. a tömegáram számítható.

Ismert a térfogatáram: $q_{V,1}$=16200 m^3/h = 16200/3600 m^3/s = 4,5 m^3/s

Így ismert a sebesség: $v_1 = q_{V,1}/ A_1$= 4,5 / 9 = 0,5 m/s

A tömegáram: $q_{m,1} = \rho_1 \cdot v_1 \cdot A_1 = 1{,}290489 \cdot 4{,}5 \cdot 9 = 52{,}2648$ kg/s $= q_{m,2}$

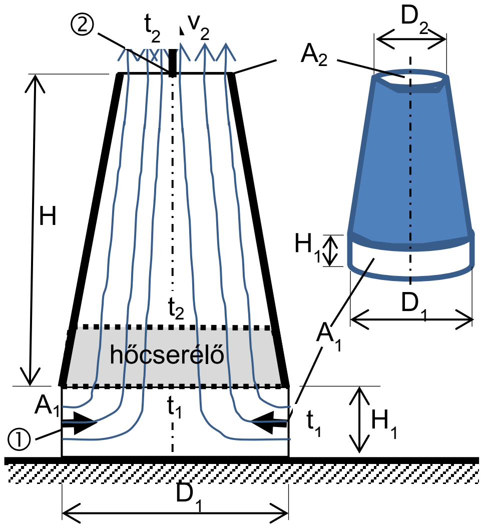
A „2” sebesség: $v_2 = q_m / (\rho_2 \cdot A_2)$= 13,1625 m/s

A „2” térfogatáram: $q_{V,2} = v_2 \cdot A_2$= 52,65 m^3/s = 189 540 m^3/h

PÉLDA

Az ábrán látható H=100m magas erőművi hűtőtorony alsó, hengerpalást (H_1=4m; $\varnothing D_1$=40m) alakú A_1 belépő keresztmetszetén külső hideg (t_1=-7°C) levegő áramlik be, majd a hőcserélőn t_2=+77°C-ra felmelegedve, további hőmérsékletváltozás nélkül a hűtőtorony kéményének $\varnothing D_2$=10m átmérőjű kilépő (A_2) keresztmetszetén v_2=8m/s átlagsebességgel távozik a szabadba. A levegő sűrűségének kiszámításához $p_0=10^5$Pa vehető. Stacioner állapot. A hűtőtorony az A_1 és A_2 keresztmetszetek között áramcsőnek tekinthető.

KÉRDÉSEK: Határozza meg az A_1 keresztmetszetbeli átlagsebességet, az A_1 és A_2 keresztmetszetbeli térfogatáramokat, és a levegő tömegáramát!



MEGOLDÁS *(a lap túloldalán is folytathatja)*

A q_m=állandó az áramcső bármely keresztmetszetében.

A folytonosság tétele stacioner esetben: $\rho_1 \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot A_2$

$\rho_1 \cdot q_{V,1} = \rho_2 \cdot q_{V,2}$

Ahol a térfogatáramok: $q_{V,1} = v_1 \cdot A_1$

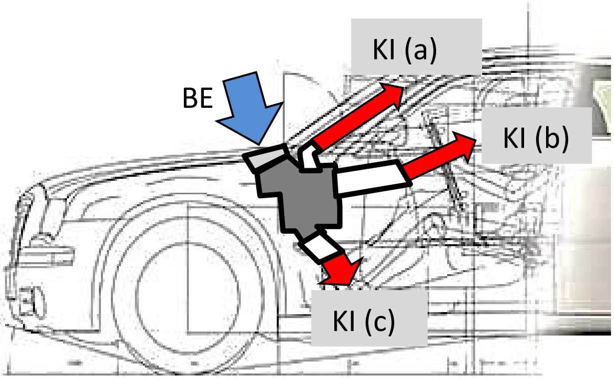
$q_{V,2} = v_2 \cdot A_2$

A levegő sűrűsége gáztörvénnyel számítható: $\rho_1 = p_1/(R \cdot T_1) \approx p_0/(R \cdot T_1)$

$\rho_2 = p_2/(R \cdot T_2) \approx p_0/(R \cdot T_2)$

A megoldás az előzőekhez hasonló, de egyre kell figyelni, hogy az A_1 beáramlási keresztmetszet itt egy H_1 magasságú $K=D_1\pi$ kerületű hengerpalást keresztmetszet: $A_1 = K \cdot H_1 = D_1 \pi \cdot H_1$

PÉLDA



Egy személyautó utastéri klímaventilátorának szívóoldali BElépő keresztmetszetén /A_{BE}=100cm^2/ beszívott külső /t_{BE}=20°C/ levegő térfogatárama $q_{V,BE}$=216m^3/óra. A levegőt azonos hőmérsékleten három helyen áramoltatjuk KI az utastérbe:

„KI = a)" felfelé (szélvédőre),
„KI = b)" középre (vezetőre, utasra) és
„KI = c)" lefelé (lábtérbe).

Az alábbi táblázatban ismertek az utastérbe kilépő keresztmetszetek, a levegő hőmérsékletek és kiáramlási sebességek. A rendszer mindenhol máshol le van zárva.

LÉGBEFÚVÓK	levegő hőmérséklet t [°C]	áramlási keresztmetszet A_i [cm^2]	átlagsebesség v [m/s]
a)felfelé, szélvédőre	20	2db×25 cm^2 = 50 cm^2	$v_{KI,a}$=1 m/s
b)középre	20	4db×25 cm^2 =100 cm^2	$v_{KI,b}$= ?
c)lábtérbe	20	2db×25 cm^2 = 50 cm^2	$v_{KI,c}$=1 m/s

Feltételek: A sűrűség számításához mindenhol p_0=10^{5}Pa vehető, R=287J/(kgK), μ=0., stacioner áramlás.

KÉRDÉSEK:

a) Határozza meg a $v_{KI,b}$ **középre** KIfújt levegő sebességét, térfogatáramát és tömegáramát!

b) A BEfúvás tömegáramát nem változtatva hányszorosára változik a **szélvédőre** KIfújt levegő sebessége, ha a középre és a lábtérbe való KIáramoltatást teljesen lezárjuk? $v_{KI,a}$'=?

MEGOLDÁS *(a lap túloldalán is folytathatja)*

A q_m =állandó az áramcső bármely keresztmetszetében.

A folytonosság tétele stacioner esetben: $\rho_{BE} \cdot v_{BE} \cdot A_{BE} = \rho_{KI,a} \cdot v_{KI,a} \cdot A_{KI,a} + \rho_{KI,b} \cdot v_{KI,b} \cdot A_{KI,b} + \rho_{KI,c} \cdot v_{KI,c} \cdot A_{KI,c}$

Mivel a hőmérséklet azonos mindenhol, így $q_{V,BE}=q_{V,Ki,a}+q_{V,Ki,b}+q_{V,Ki,c}$

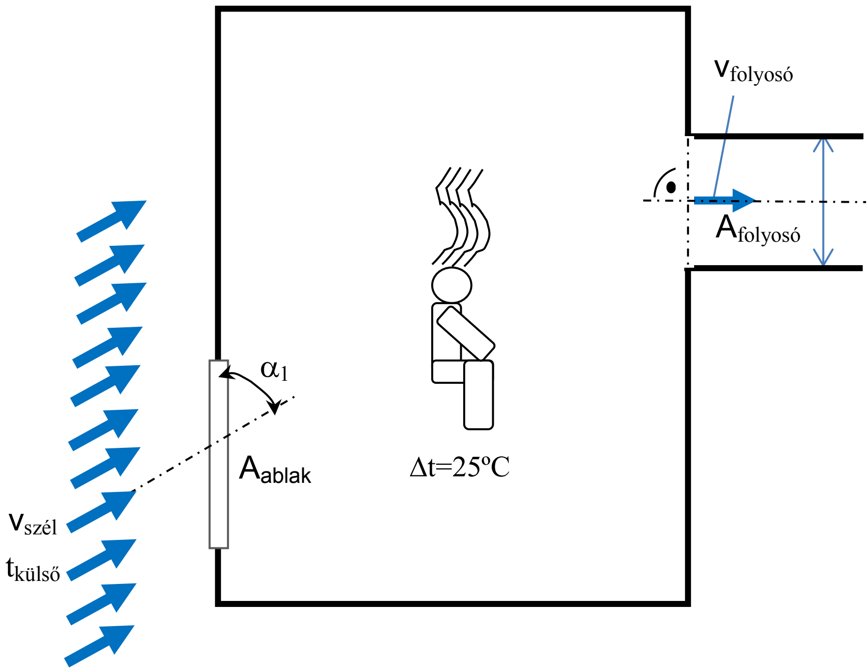
$$v_{BE} \cdot A_{BE} = v_{KI,a} \cdot A_{KI,a} + v_{KI,b} \cdot A_{KI,b} + v_{KI,c} \cdot A_{KI,c}$$

a)Ez $v_{ki,b}$ –re könnyen rendezhető.

b)Ez $v_{ki,a}$'-re könnyen rendezhető, ha a b) és c) ágakat lezártuk.

PÉLDA

A K.1.50. előadóterem A_{ablak}=6m×3m téglalap alakú nyitott ablakán befúj a hideg ($t_{külső}$=10ºC) szél egyenletes $v_{szél}$=3,6km/h átlagsebességgel (α_1=60º, ld. ábra). A teremben ülő 100 hallgató és a téli fűtés miatt a levegő Δt=25ºC hőmérséklet-növekedés után a folyosóra áramlik ki. A folyosó a terem falára merőleges tengelyű, $A_{folyosó}$=4m×2m téglalap keresztmetszetű csatornának tekinthető. A terem mindenhol máshol zárt.



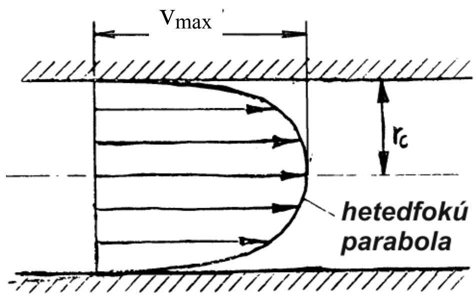
Kérdés: Határozza meg folyosón áramló levegő átlagsebességét, a termen átáramló levegő tömegáramát, és az ablakon beáramló ill. a folyosón áramló levegő térfogatáramát!!

Feltételek: stacioner állapot, levegőre R=287*J/(kg.K)*; a levegő sűrűségének kiszámítása szempontjából a nyomás mindenhol $p_0=10^5$Pa értékűnek vehető.

MEGOLDÁS

PÉLDA

Adott egy n=7 hetedfokú forgásparaboloid sebességprofillal jellemzett csőáramlás, a cső sugara r_C. Az áramlás hengerszimmetrikus. A tengelyben a maximális sebesség értéke v_{max}.



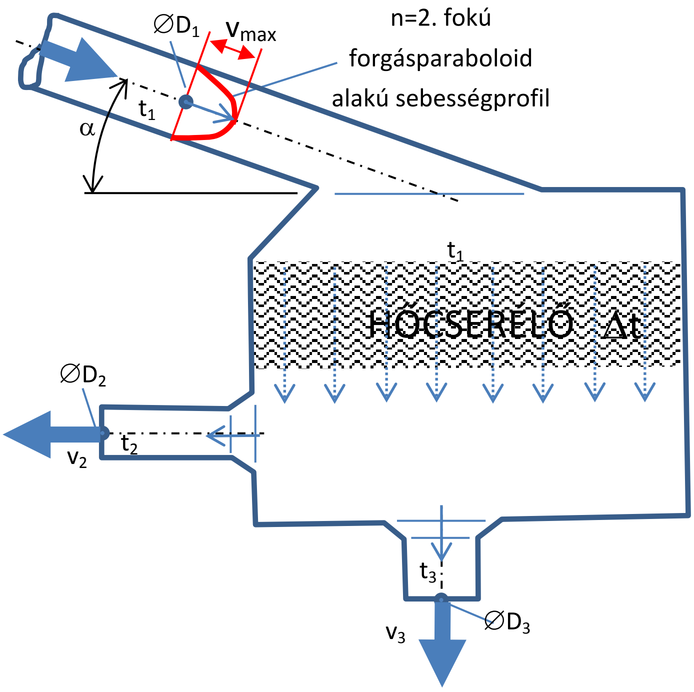
Kérdés:

Határozza meg a ($v_{átlag}$ / v_{max}) hányados értékét!

MEGOLDÁS *(a lap túloldalán is folytathatja)*

$v_{átlag} = v_{max} \cdot [\, n / (n+2) \,]$

PÉLDA



Egy hőcserélőt tartalmazó tartályba az „1” ismeretlen ∅D_1 átmérőjű csövön t_1=180°C forró füstgáz áramlik be. A tengelybeli sebesség v_{max}=20m/s, a sebességprofil n=2 fokú forgásparaboloid alakú. A csőtengely árbán látható fallal bezárt szöge α=30°. A hőcserélőn t_2=t_3=40°C hőmérsékletre hűl a füstgáz, és a „2” ill. „3” csöveken ismert $q_{V,2}$=0,5m^3/s ill. $q_{V,3}$=1m^3/s térfogatárammal távozik. Stacioner állapot. Túlnyomásos rendszer: a füstgáz nyomása a sűrűségszámítás szempontjából mindenhol p=1,2bar értékűnek vehető, *R*=287J/(kgK). **ADATOK**:

Jel	„1”	„2”	„3”	Mértékegység
∅D	**∅D$_1$=?**	300	500	mm
t	180	40	40	°C
p	1,2	1,2	1,2	bar

KÉRDÉSEK: Határozza meg az „1”, „2” és „3” csőkeresztmetszetbeli átlagsebességeket, az ismeretlen ∅D_1 csőátmérőt és a füstgáz tömegáramát!

MEGOLDÁS

A folytonosság tétele stacioner esetre: div($\rho \underline{v}$) = 0, azaz q_m = állandó, tehát $q_{m,BE}$ = $q_{m,KI}$, ahol $q_{m,BE}$ = $q_{m,1}$, valamint $q_{m,KI}$ = $q_{m,2}$ + $q_{m,3}$.

Ezzel: $q_{m,1} = q_{m,2} + q_{m,3}$

$\rho_1 \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot A_2 + \rho_3 \cdot v_3 \cdot A_3$

$\rho_1 \cdot q_{V,1} = \rho_2 \cdot q_{V,2} + \rho_3 \cdot q_{V,3}$

Továbbá, mivel t_2=t_3, így ρ_2=ρ_3.

	„1”	„2”	„3”
D [m]	?	0,3 m	0,5 m
A [m^2] = D^{2}π/4	?	0,070685834 m^2	0,19634954 m^2
t [°C]	180 °C	40 °C	40 °C
T [K]	273+180=453 K	273+40=313 K	273+40=313 K
p [Pa]=1.2bar mindenhol	1,2·10^5 Pa	1,2·10^5 Pa	1,2·10^5 Pa
ρ [kg/m^3] =p/(RT)	0,922998823 kg/m^3	1,335841747 kg/m^3	1,335841747 kg/m^3
q_V [m^3/s]	?	0,5 (=$v_2 \cdot A_2$)	1 (=$v_3 \cdot A_3$)
v [m/s] (Az adott keresztmetszetre vonatkozó átlagsebességek!)	**n=2. forgásparaboloid esetén: v_1=v_{max}· [n/(n+2)]=10 m/s**	**fentiből v_2=$q_{V,2}$/A_2: v_2=7,073553026 m/s**	**fentiből v_3=$q_{V,3}$/A_3: v_3=5,092958179 m/s**
q_m [kg/s]	q_m=$\rho_2 \cdot q_{V,2}$+$\rho_3 \cdot q_{V,3}$=$\rho_2 \cdot (q_{V,2}+q_{V,3})$= 1,335841747·1,5=2,003762621 kg/s ≈ **2 kg/s**		
A_1	A_1=q_m/($\rho_1 v_1$)=0,217092651 m^2		
D_1	**A keresett átmérő:** **D_1=√(4·A_1/π)=0,52574799 m ≈ 526mm**		