AB

Név:.........**MEGOLDÁS**........... NEPTUN kód:..................

Aláírás:.. ÜLŐHELY sorszám..............

PONTSZÁM:Σ50p / p

Toll, fényképes igazolvány, számológépen kívül más segédeszköz nem használható!

1. FELADAT (elméleti kérdések) (10pont = 10×1pont, csak a tökéletesen jó válasz ér 1-1 pontot)

1.1)Karikázza be a helyes válasz(ok) betűjelét! Melyik összefüggés(ek) fejezi(k) ki egy elemi folyadékrész konvektív gyorsulását?

A) $\underline{\boldsymbol{a}}_{konv} = \frac{\partial \underline{\mathbf{v}}}{\partial \underline{\boldsymbol{r}}}$

B) $\underline{\boldsymbol{a}}_{konv} = \frac{\partial \underline{\boldsymbol{r}}}{\partial t}$

C) $\underline{\boldsymbol{a}}_{konv} = \frac{\partial \underline{\mathbf{v}}}{\partial t}$

D) $\underline{\boldsymbol{a}}_{konv} = \underline{\underline{\boldsymbol{D}}} \cdot \underline{\mathbf{v}}$

1.2)Karikázza be a helyes válasz(ok) betűjelét! Adott sűrűségű (ρ) levegő közeg áramlásában egy adott áramvonal adott pontjában a $\underline{v}$ sebességvektor és az érintő gömb sugara (0<R<∞) ismert nem zérus értékű. Az ún. természetes koordinátarendszerben felírt Euler-egyenlet szerint, az erőtér hatását elhanyagolva, a nyomásgradiens normális irányú komponensét ismerve kimondható, hogy…

A) … az érintő kör középpontja felé sugárirányban befelé haladva a nyomás nő.

B) … az érintő kör középpontjából sugárirányban kifelé haladva a nyomás csökken.

C) … $\frac{\partial p}{\partial n} < 0$.

D) … az érintő kör középpontjából sugárirányban kifelé haladva a nyomás nő.

1.3)Karikázza be a helyes válasz(ok) betűjelét! A légkörben ismert a tengerszinten z_0=0m magasságon érvényes p_0=101325Pa nyomás, T_0=288K hőmérséklet, R=287J/(kgK) gázállandó és g=9,81N/kg nehézségi gyorsulás. Izoterm atmoszféra feltétel esetén egy adott z_2 helyen érvényes p_2 nyomás az alábbi összefüggés segítségével számítható ki:

A) $p_2 = p_0 \cdot e^{-\frac{R\cdot(z_2 - z_0)}{g\cdot T_0}}$

B) $p_2 = p_0 \cdot e^{-\frac{g\cdot(z_0 - z_2)}{R\cdot T_0}}$

C) $p_2 = p_0 \cdot e^{-\frac{R\cdot(z_0 - z_2)}{g\cdot T_0}}$

D) $p_2 = p_0 \cdot e^{-\frac{g\cdot(z_2 - z_0)}{R\cdot T_0}}$

1.4)Karikázza be a helyes válasz(ok) betűjelét! A folytonosság tétel általános alakja:

A) $\frac{d\rho}{dt} + div(\rho\underline{\mathbf{v}}) = 0$

B) $\frac{\partial p}{\partial t} + div(\rho\underline{\mathbf{v}}) = 0$

C) $\frac{d\underline{\mathbf{v}}}{dt} + div(\rho\underline{\mathbf{v}}) = 0$

D) $\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho\underline{\mathbf{v}}) = 0$

1.5)Egészítse ki a Bernoulli-egyenlet alábbi hiányos alakját helyesre! Feltételek: ideális közeg instacioner áramlása, csak a potenciálos nehézségi erőtér hat, az „1” és „2” pontok egy áramvonalon helyezkednek el. Kérem, adja meg minden Ön által beírt mennyiség nevét és mértékegységét is!

$$\int_1^2 \frac{\partial \mathrm{v}}{\partial t} d\underline{s} + \left[\frac{\mathrm{p}}{\rho} + \frac{\mathrm{v}^2}{2} + g\, z \right]_1^2 = 0$$

1.6) Egészítse ki az impulzustétel alábbi hiányos integrál alakját helyesre, ha egy összenyomható, súrlódásmentes folyadékrészt körülvevő „A” zárt felülettel határolt „V” térfogat teljes mértékben tartalmaz egy szilárd testet, amelyre a folyadékról erő hat. Adja meg a minden (Ön által beírt hiányzó) mennyiség nevét és mértékegységét is!

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho \cdot \underline{\mathbf{v}} \cdot dV + \int_A \underline{\mathrm{v}} \cdot \rho \cdot (\underline{\mathbf{v}} \cdot d\underline{A}) = \int_V \rho \cdot \underline{\mathrm{g}} \cdot dV - \int_A p \cdot d\underline{A} - \underline{R}$$

1.7) Karikázza be a helyes válasz (ok) betűjelét!

A) $p_{stat} = \frac{\rho}{2}\mathrm{v}^2$

B) $p_{din} = p_{össz} + p_{stat}$

C) $p_{össz} = p_{stat} - p_{din}$

D) $p_{din} = \frac{\rho}{2}\mathrm{v}^2$

1.8) Karikázza be a helyes válasz (ok) betűjelét! A Navier-Stokes-egyenlet helyes alakja az alábbi:

A) $\frac{d\underline{\mathbf{v}}}{dt} = \underline{\mathbf{g}} - \frac{1}{\rho}\mathbf{grad}\boldsymbol{p} - \nu\Delta\underline{\mathbf{v}}$

B) $\frac{d\underline{\mathbf{v}}}{dt} = \underline{\mathrm{g}} + \frac{1}{\rho}\mathbf{grad}\boldsymbol{p} - \nu\Delta\underline{\mathbf{v}}$

C) $\frac{d\underline{\mathbf{v}}}{dt} = \underline{\mathbf{g}} + \frac{1}{\rho}\mathbf{grad}\boldsymbol{p} + \nu\Delta\underline{\mathbf{v}}$

D) $\frac{d\underline{\mathbf{v}}}{dt} = \underline{\mathrm{g}} - \frac{1}{\rho}\mathbf{grad}\boldsymbol{p} + \nu\Delta\underline{\mathbf{v}}$

1.9) Valós ($\mu \neq 0$) közeg áramlik egy ØD=áll. állandó kör keresztmetszetű, $L \neq 0$ hosszúságú vízszintes tengelyű csőben. Stacioner áramlás, potenciálos erőtér. A folyadék két, egymástól különböző, „1” → „2” áramlási irányban felvett pontja közül az „1”-ben ismert a statikus p_1 nyomás és a v_1 sebesség. **Karikázza be a helyes válasz(ok) betűjelét!**

A) $p_1 = p_2$

B) $p_1 < p_2$

C) $v_1 < v_2$

D) $v_1 = v_2$

E) $p_1 > p_2$

F) $v_1 > v_2$

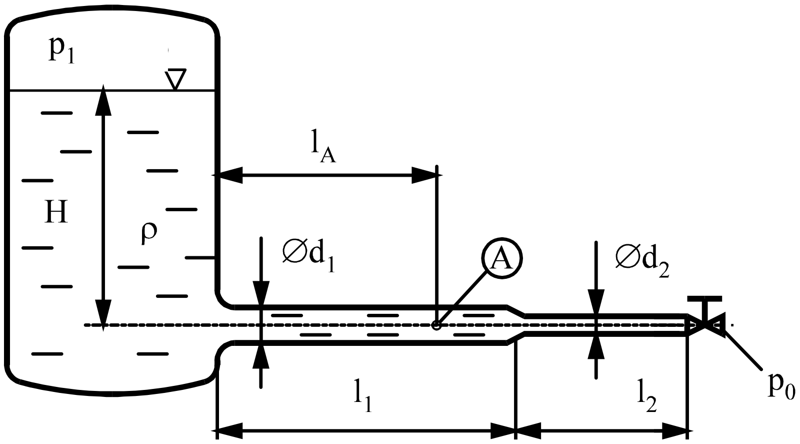
1.10) Karikázza be a helyes válasz(ok) betűjelét!

A) Az 1.6.) tesztkérdésben nem kell aláhúzni az „R” betűt, mert a testre ható erő nem vektor.

B) Nem szeretném megnyerni a 2. fakZH legjobb eredményéért járó jutalmat.

C) Nem tanultam a félévben semmit, tuti nem lesz megajánlott vizsgajegyem.

D) Ha még ezt a D) állítást is elolvassa a kedves Hallgató, akkor annak legalább annyi haszna van, hogy megtudja, hogy sem az A), sem a B), sem a C) válaszok nem helyesen egyik tesztkérdésnél sem, valamint a 2. feladat A) kérdésére majd a helyes válasz az a_{ki}=30m/s^2 lesz.



2. FELADAT (10pont) Egy H=5m vízzel töltött, $p_t=5\cdot10^5$Pa nyomású zárt tartályhoz alul egy vízszintes tengelyű cső csatlakozik. A csővégen egy alapállapotban teljesen zárt gömbcsap van. **FELTÉTELEK**: μ=0, ρ=áll., $A_{tartály} \gg A_{cső}$; Az átmeneti idomok és a gömbcsap hossza elhanyagolható. A gömbcsap be- és kiáramlási keresztmetszete azonos. **ADATOK:** $p_0=10^5$Pa; $\rho_{víz}=10^3$kg/m^3; L_1=20m; L_A=15m; L_2=10m; d_1=100mm; d_2=50mm; g=10N/kg; **KÉRDÉSEK:**

A) Határozza meg a víz csővégi gyorsulását a hirtelen nyitás t_0=*0s* időpillanatában!

B) Határozza meg a víz csővégi gyorsulását abban a nyitás utáni *t* időpillanatban ($t_0<t<\infty$), amikor a csővégi kiáramlási sebesség éppen v_{ki}=15m/s!

C) Határozza meg az „A" pontbeli nyomást stacioner áramlási állapotban!

MEGOLDÁS

A)Instacioner Bernoulli egyenlet rendezve a_{ki}-re:

$$a_{ki} = \frac{p_t - p_0 + \rho \cdot g \cdot H}{\rho \cdot \left(\frac{A_2}{A_1} L_1 + L_2\right)} = \frac{500000 - 100000 + 1000 \cdot 10 \cdot 5}{1000 \cdot (5+10)} = \frac{450}{15} = 30 m/s^2$$

B) Instacioner Bernoulli egyenlet rendezve a_{ki}-re, ha van v_{ki}=15m/s is:

$$a_{ki} = \frac{p_t - p_0 + \rho \cdot g \cdot H - \frac{\rho}{2} v_{ki}^2}{\rho \cdot \left(\frac{A_2}{A_1} L_1 + L_2\right)} = \frac{500000 - 100000 + 1000 \cdot 10 \cdot 5 - \frac{1000}{2} 15^2}{1000 \cdot (5+10)} = \frac{450 - 112{,}5}{15} = 22{,}5 m/s^2$$

C) Stacioner esetben a Bernoulli egyenlet vízfelszín és kifolyás keresztmetszete között

$$p_t + \rho \cdot g \cdot H = p_0 + \frac{\rho}{2} \cdot v_{ki}^2$$

$$v_{ki,stac} = \sqrt{\frac{2(p_t - p_0)}{\rho} + 2gH} = 30 m/s$$

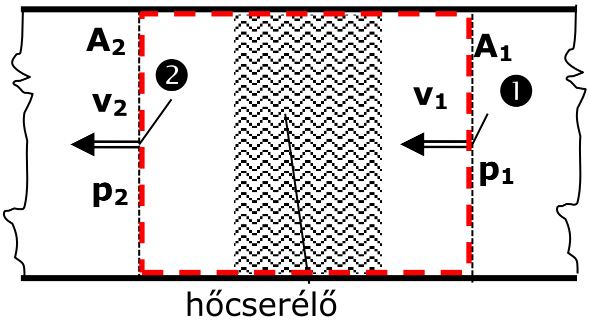
$$p_A = p_0 + \frac{\rho}{2} \cdot \left(v_{ki,stac}^2 - v_A^2\right)$$

Majd folytonosság tétel felhasználásával:

$$p_A = p_0 + \frac{\rho}{2} \cdot v_{ki}^2 \left(1 - \left(\frac{A_{ki}}{A_A}\right)^2\right) = ☑$$

3. FELADAT (10pont) Egy vízszintes tengelyű, $A_1=A_2=4m^2$ állandó keresztmetszetű hőcserélőn átáramolva a $\rho_1=1{,}25kg/m^3$ sűrűségű hideg levegő felmelegszik, így sűrűsége $\rho_2=0{,}9kg/m^3$ lesz. Ismert az „1 pontbeli $v_1=10m/s$ áramlási átlagsebesség.

FELTÉTELEK: $\mu=0$; stacioner állapot, a hőcserélőre ható erő és a folyadékra ható súlyerő elhanyagolható. A sűrűségszámítás szempontjából a nyomás 10^5Pa értékűnek vehető.



KÉRDÉS: Határozza meg az „1” ill. „2” keresztmetszetek közötti $\Delta p_{12}=p_1-p_2$ nyomáskülönbséget!

Megjegyzés: Kérem, rajzolja be az ábrába a felvett koordinátarendszert és az ellenőrző felületet! A példa megoldása ezek nélkül nem értelmezhető

MEGOLDÁS

Folytonosság tétele: $\rho_1 v_1 A_1= \rho_2 v_2 A_2$, és mivel $A_1=A_2$. ezért $\rho_1 v_1= \rho_2 v_2$
így v_1 és a sűrűségek ismeretében v_2 kiszámítható. ($v_2=10\cdot 1{,}25/0{,}9=13{,}89m/s$)

Mivel ρ nem állandó ($\Delta\rho>5\%$), így Bernoulli-egyenlet felírása durva elvi hiba lenne, így ez csak impulzustétellel kaphatjuk meg a keresett nyomáskülönbséget.

Az $A_{e.f.}$ felvétele a csatornán belül célszerű (lásd ábra), a hőcserélőre ható erő elhanyagolható, valamint **(x←)** irányítottságú koordinátarendszer x tengely felvétele az első lépés. (Másik irány nem is szükséges)

Az impulzustétel **x irányban** felírt komponensegyenlete:

$$-\rho_1 v_1^2 A_1 + \rho_2 v_2^2 A_2 = -\int_{Ax} p d\underline{A}$$

Ahol a nyomáseloszlásból származó erő x komponense az általunk felvett x irányítottság esetén:

$$-\int_{Ax} p d\underline{A} = -(-p_1 A_1 + p_2 A_2)$$

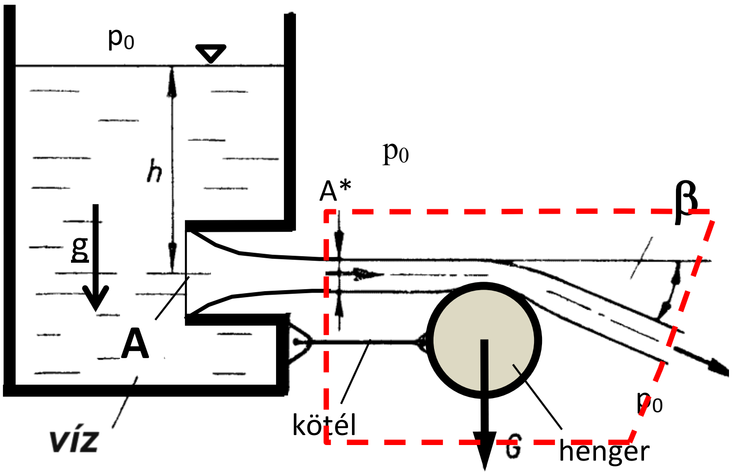
Ezzel:

$$-\rho_1 v_1^2 A_1 + \rho_2 v_2^2 A_2 = -(-p_1 A_1 + p_2 A_2)$$

Mivel $A_1=A_2$, így írható

$$(p_1 - p_2) = -\rho_1 v_1^2 + \rho_2 v_2^2 = ☑$$

4. FELADAT (10pont) Az A=0,002m^2 Borda-féle kiömlőnyílás valós kontrakciós tényezője α=0,6 értékű. Az ezen kiáramló, vízszintes tengelyű A* kontrahált keresztmetszetű vízsugár egy ismeretlen G[N] súlyú hengert tart egyensúlyban. A tartályhoz a henger vízszintes (súlytalan) kötéllel van kikötve, a vízsugár a hengeren a Coanda-effektus miatt **β=5°** eltérül. **FELTÉTELEK**: ρ=áll.; stac.; $A_{tartály}$>>A; az erőtér hatása elhanyagolható a víz szabadsugár esetében. **ADATOK:** h=5m; A=0,002m^2; $p_0=10^5$Pa; $\rho_{víz}=10^3$kg/m^3; g=10N/kg; **β=5°**



KÉRDÉSEK: **A)**Határozza meg a hengerre ható **R** erőt!

B)Mekkora a henger súlya és a kötélerő? G=? $F_{kötél}$=?

Megjegyzés: Kérem, rajzolja be az ábrába a felvett koordinátarendszert és az ellenőrző felületet! A példa megoldása ezek nélkül nem értelmezhető

MEGOLDÁS

Folytonosság tétele és Bernoulli-egyenlet szabadsugárra (súlyerő elhanyagolásával) alapján írható, hogy v*= áll. , A* = állandó. A tartálybeli vízfelszín és a kontrahált A* keresztmetszet közötti áramvonalra felírt Bernoulli-egyenletből v*=$\sqrt{2gh} = 10m/s$

A Borda-féle kifolyónyílás α=0,6=A*/A alapján A*= α A=0,6*0,002=0,0012m^2

Az $A_{e.f.}$ felvétele (lásd ábra), valamint **(x→, z↑)** irányítottságú koordinátarendszer felvétele az első lépés.

Az A_{ef} ellenőrző felületen mindenhol p_0 a nyomás.

A sűrűség állandó.

Az impulzustétel **x irányban** felírt komponensegyenlete:

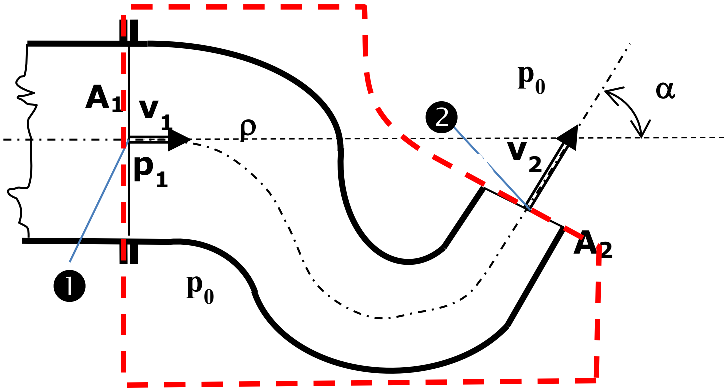
$$-\rho v^{*^*} A * +\rho v^{*2} A *\cdot cos60° = -R_x$$

Az impulzustétel **z irányban** felírt komponensegyenlete:

$$-\rho v^{*2} A *\cdot sin60° = -R_z$$

A ható erő komponenseire fenti két komponensegyenlet rendezhető, majd *R* nagysága és iránya kiszámítható, felrajzolható. G henger súlya Rz-ból a kötélerő pedig Rx-ből adódik. (nagyság azonos, irány ellentétes)

5. FELADAT (10pont) A $p_0=10^5$Pa nyomású szabadba nyíló S-alakú csővégi idom $A_1=0{,}1\text{m}^2$ és $A_2=0{,}05\text{m}^2$ keresztmetszetbeli tengelyei egymással $\alpha=60°$ szöget zárnak be. Ismert a $\rho=1000\text{kg/m}^3$ sűrűségű víz „2" keresztmetszetbeli átlagsebessége: $v_2=16\text{m/s}$. **FELTÉTELEK**: ideális közeg stacioner áramlása, a súlyerő elhanyagolható, vízszintes síkban fekszik az idom.



KÉRDÉS: Határozza meg a csővégi S-idomra ható **R** erőt!

Megjegyzés: Kérem, rajzolja be az ábrába a felvett koordinátarendszert és az ellenőrző felületet! A példa megoldása ezek nélkül nem értelmezhető

MEGOLDÁS

Folytonosság tétele: $v_1 A_1=v_2 A_2$, és $A_1/A_2=2$

A feltételek szerinti folytonosság tételt kihasználva $v_1=8\text{m/s}$, $v_2=16\text{m/s}$, és a stac. Bernoulli –egyenletet felírva „1" és „2" pontok közé a nyomáskülönbség ($p_1-p_0 = 500(16^2-8^2)=96000$ Pa) ismeretében :

Az $A_{e.f.}$ felvétele (lásd ábra), valamint (**x→, y↑**) irányítottságú koordinátarendszer felvétele az első lépés.

A nyomás az $A_{e.f.}$ –en mindenhol p_0, kivéve A_1 keresztmetszetet, ahol p_1.

A sűrűség állandó.

Az impulzustétel **x irányban** felírt komponensegyenlete:

$$-\rho_1 v_1^2 A_1 + \rho_2 v_2^2 A_2 \cos 60° = -\int_{Ax} p d\underline{A} - R_x$$

Ahol a nyomáseloszlásból származó erő x komponense: $-\int_{Ax} p d\underline{A} = -(-p_1 A_1 + p_0 A_1) = (p_1 - p_0) A_1$

Az impulzustétel **y irányban** felírt komponensegyenlete:

$$\rho_2 v_2^2 A_2 \sin 60° = -\int_{Ay} p d\underline{A} - R_y$$

Ahol a nyomáseloszlásból származó erő y komponense: $-\int_{Ay} p d\underline{A} = 0$

A ható erő komponenseire fenti két komponensegyenlet rendezhető, majd *R* nagysága és iránya kiszámítható, felrajzolható.