AB

csoport

Név:..................MEGOLDÁS........... NEPTUN kód:..................

Aláírás:... ÜLŐHELY sorszám..............

PONTSZÁM:Σ50p / p

Toll, fényképes igazolvány, számológépen kívül más segédeszköz nem használható!

1. FELADAT (elméleti kérdések) (10pont = 10×1pont, csak a tökéletesen jó válasz ér 1-1 pontot)

1.1) Sorolja fel az ideális közeg sajátosságait!

homogén
folytonos (azaz kontinuum)
összenyomhatatlan (azaz ρ=áll.)
súrlódásmentes (azaz μ =0)

1.2) Írja fel a folyadékokra vonatkozó Newton-féle viszkozitási törvényt a szögdeformáció-sebesség segítségével! Adja meg a kifejezésben szereplő minden mennyiség nevét és mértékegységét is!

$$\tau = \mu \frac{\partial \gamma}{\partial t} = \mu \cdot \dot{\gamma}$$

τ: csúsztatófeszültség [Pa] μ: dinamikai viszkozitás [kg/(ms)] $\dot{\gamma} = \frac{\partial \gamma}{\partial t}$: deformációseb. [rad/s]

1.3) Cseppfolyós közeg (pl. olaj) viszkozitása a **hőmérséklet** növekedésével...

A) nő B) csökken C) nem változik

Légnemű közeg (pl. levegő) viszkozitása a **nyomás** növekedésével...

D) nő E) csökken F) nem változik

1.4) Egy skalár mennyiség, mint pl. a $\rho(\underline{r},t)$ sűrűség teljes megváltozása felbontható ún. lokális és konvektív megváltozások összegére. Karikázza be a helyes kifejezés(ek) betűjelé(i)t!

A) $\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial \rho}{\partial \underline{r}} \frac{\partial \underline{r}}{\partial t}$ B) $\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial \underline{r}} \frac{\partial \underline{r}}{\partial t}$

C) $\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial \underline{r}} + grad\rho$ D) $\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + grad\rho\, \underline{v}$

1.5) Az alábbiak közül mely(ek) a nyomásgradiens vektor tulajdonsága(i)? Karikázza be a helyes válasz vagy válaszok betűjelé(i)t! A nyomásgradiens vektor…

A) … a nyomás legrohamosabb növekedésének irányára merőleges.
B) … a nyomás legrohamosabb növekedésének irányába mutat.
C) … a nyomás legrohamosabb csökkenésének irányára merőleges.
D) … a nyomás legrohamosabb csökkenésének irányába mutat.

1.6) Karikázza be a $\underline{\underline{D}}$ deriválttenzor helyes alakjára vonatkozó jó válasz vagy válaszok betűjelét!

A)
$$\underline{\underline{D}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{\partial v_x}{\partial y} & \frac{\partial v_x}{\partial z} \\ \frac{\partial v_y}{\partial x} & \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_y}{\partial z} \\ \frac{\partial v_z}{\partial x} & \frac{\partial v_z}{\partial y} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix}$$

B)
$$\underline{\underline{D}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{\partial v_y}{\partial x} & \frac{\partial v_z}{\partial x} \\ \frac{\partial v_x}{\partial y} & \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_z}{\partial y} \\ \frac{\partial v_x}{\partial z} & \frac{\partial v_y}{\partial z} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix}$$

C)
$$\underline{\underline{D}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix}$$

1.7) Az atmoszférában z_0=0m tengerszinten érvényes p_0=101325Pa, R=287J/(kgK) és T_0=288K értékekkel **ρ_0=áll. feltétellel** kiszámolt p nyomás z=2km magasságban … (g=9,81N/kg)

A)… feleannyi, mint 4km magasságban.
B)… negyedannyi, mint 4km magasságban.
C)… kisebb, mint p_0.
D)… nagyobb, mint p_0.

1.8) Karikázza be a jó válasz vagy válaszok(ok) betűjelét! A folytonosság tétel általános alakja:

A) $\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_A \rho \, \underline{v} \, d\underline{A} = 0$

B) $\frac{\partial p}{\partial t} + div(p\underline{v}) = 0$

C) $\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\underline{v}) = 0$

D) $\int_V \frac{dv}{dt} dV + \int_V div(\rho \underline{v}) dV = 0$

1.9) Egy elemi folyadékrész lokális gyorsulása az alábbi összefüggéssel írható fel:

A) $\underline{\boldsymbol{a}}_{lok} = \frac{\partial \underline{\mathbf{v}}}{\partial t}$

B) $\underline{\boldsymbol{a}}_{lok} = \frac{\partial \underline{\boldsymbol{r}}}{\partial t}$

C) $\underline{\boldsymbol{a}}_{lok} = \frac{\partial \underline{\mathbf{v}}}{\partial \underline{\boldsymbol{r}}} \frac{\partial \underline{\boldsymbol{r}}}{\partial t}$

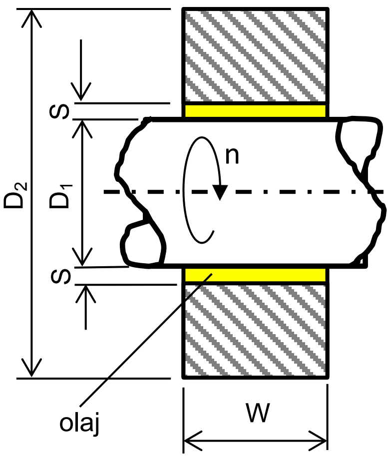
D) $\underline{\boldsymbol{a}}_{lok} = \underline{\underline{D}} \cdot \underline{\mathbf{v}}$

1.10) Karikázza be a jó válasz vagy válaszok betűjelét! A $\underline{g}=-g_g\underline{k}$ térerősségvektorral jellemzett potenciálos nehézségi erőtérben egy nyugalomban lévő ρ=áll. sűrűségű folyadéktér két térben eltérő helyen, de egymással azonos $z_1=z_2$ koordinátájú $P_1(x_1;y_1;z_1)$ és $P_2(x_2;y_2;z_2)$ pontjára igaz(ak) az alábbi állítás(ok):

A) $p_1 \neq p_2$
B) $U_1 = U_2$
C) A két pont izobár szintvonalon(szintfelületen) helyezkedik el.
D) Egyik előző válasz sem helyes.

1.FELADAT (8pont) A $\varnothing D_1$=40mm átmérőjű tengelyt állandó n=9550 ford/perc fordulatszámmal forgatjuk. A tengelyt egy W=40mm hosszúságú és $\varnothing D_2$=100mm külső átmérőjű álló csapágyház veszi körül (koncentrikus tengelyek). A tengely és a csapágyház között lévő S=0,01mm méretű rést állandó 800kg/m^3 sűrűségű és állandó 0,001kg/(m·s) viszkozitású kenőolaj tölti ki. **FELTÉTELEK**: stacioner állapot, vékony résben a sebességprofil lineáris, newtoni folyadék. **KÉRDÉS**:

Határozza meg a résben ébredő csúsztatófeszültséget, az ebből adódó átlagos kerületi erőt, a veszteség-nyomatékot és -teljesítményt!



MEGOLDÁS

a)

Fordulatszám: n=9550 ford/perc = 159,17 ford/s

Szögsebesség: $\omega=2\pi n$=1000 1/s (kerekítve)

Kerületi sebesség: $v_{ker}=R_1\cdot\omega$=20m/s (kerekítve),

ahol $R_1=D_1/2$=40mm/2=20mm=0,02 m

Csúsztatófeszültség: $\tau = \mu\frac{\partial\gamma}{\partial t} \cong \mu\frac{\partial v_{ker}}{\partial r}$,

ahol $\partial v_{ker}= v_{ker}-0 = v_{ker}$ = 20 m/s,

és ∂r= S= 0,01mm=10^{-5}m

mivel a dinamikai viszkozitás: μ=0,001kg/(m·s),

Ezekkel a csúsztatófeszültség: τ=2000Pa

A nyírt folyadék (rés) középátmérője $D_{közép}=D_1+S$= 40mm+0,01mm=0,04001m,

azaz a középsugár $R_{közép}=D_{közép}/2$=0,020005m

A nyírt folyadékfelszín a résben egy hengerpalást felülete:

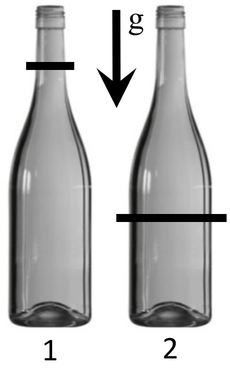
$A_{palást}=D_{közép}\cdot\pi\cdot W$=0,005028 m^2

Kerületi erő: $F_{ker}=\tau\cdot A_{palást}$=10,0564 N (≈10 N)

Veszteségnyomaték: $M_{veszt}=F_{ker}\cdot R_{közép}$= 0,2011 Nm

A csapágy veszteségteljesítménye: $P_{veszt}=M_{veszt}\cdot\omega$= 201,14 W (≈201 W)

MEGJEGYZÉS: A megoldókulcsban lévő eredmények számértékének fenti, akár sok tizedesre való kijelzését csak a megoldásuk (részeredmények, elszámolások, kerekítési hibák) ellenőrzése miatt használom, ezt így kijelezni mérnöki szempontból nem helyes, csak nekem segítség a ZH javítás során. A megoldásukat természetesen, mérnöki szempontból „értelmesen”, a kerekítési szabályok szerint helyesen kerekített részeredményekkel kapott végeredménnyel is elfogadom.



2.FELADAT (8pont) Egyik csoporttársa tegnap este megunta az áramlástan zh-ra való készülést, és felbontott inkább egy üveg bort, ami a kollégiumi szobában tartva szobahőmérsékletű (22°C) volt. A 0,75 literes üvegben („1" ábra) lévő 0,7 liter bor felét megitta („2" ábra), majd miután a csavaros kupakjával tökéletesen hermetikusan lezárta, betette az üveget az 4°C hőmérsékletű hűtőszekrénybe.

ADATOK: levegőre R=287J/(kgK), $p_0=10^5$Pa, $\rho_{bor}=10^3$kg/m^3

FELTÉTELEK: Tételezze fel, hogy a bor összenyomhatatlan, nem párolgó, levegővel nem keveredő folyadék, valamint hogy a borosüveg és a kupak tökéletesen merev / alaktartó, tehát egyáltalán nem deformálódik hőmérsékletváltozás hatására és hermetikusan zár. A szoba légköri nyomása (p_0) és a szoba hőmérséklete (22°C), valamint a hűtőbeli (4°C) hőmérséklet végig állandó. A folyadékszinteket az ábrákon vonallal jelöltük.

KÉRDÉS: Amikor ma este előveszi a hűtőből az üveget („2" ábra), a kupak lecsavarása előtt mekkora a nyomáskülönbség a kupak belső és külső oldala között? (Az üveg asztalra téve függőlegesen áll.)

MEGOLDÁS

A hűtőbe rakás előtti borosüvegben lévő szobahőmérsékletű („m": „meleg") levegő

térfogata $V_m=4\text{dl} = 4\cdot10^{-4}\ \text{m}^3$

hőmérséklete $T_m=273+t_m=273+22=295\text{K}$

nyomása $p_m=p_0=100000\text{Pa}$

A lezárás előtti üvegben lévő „meleg" levegő m_m tömege lezárás (majd lehűlés) utáni üvegben lévő h: „hideg" levegőével) azonos, mivel hermetikusan zárt a rendszer:

$$m_m = m_h$$

$$\rho_m V_m = \rho_h V_h$$

Valamint nincs sem üveg, sem kupak, sem bor térfogat/alak deformáció, tehát a meleg és hideg levegő térfogata és tömege is azonos, így a sűrűsége is azonos: $\rho_m = \rho_h$, ami csak úgy lehet, hogy a (T_h=277K-re) lehűlt levegő a nyomása lecsökken. A gáztörvény $\rho=p/(RT)$ felhasználásával a zárt palackbeli „hideg" levegő nyomására kapjuk:

$$p_h=p_m\cdot(T_h/T_m) = 100000\cdot(277/295) = 93898\ \text{Pa}$$

A keresett nyomáskülönbség a kupak két oldala között:

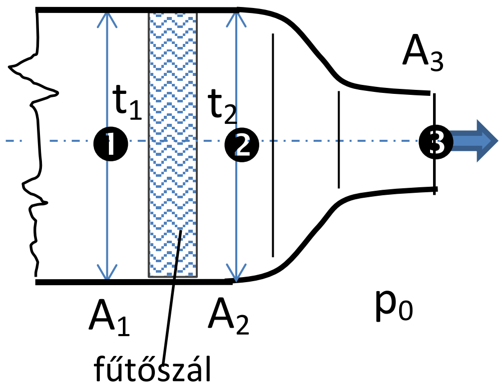
$$\Delta p_a = p_{külső} - p_{belső} = p_m - p_h = 100000 – 93898 = \mathbf{6102\ Pa}$$

(vagy $\Delta p_a = p_{belső} - p_{külső} = p_h - p_m = 93898 – 100000 = –6102$ Pa)

Az üvegen belül kisebb a nyomás, mint kívül (azaz az üvegben depresszió uralkodik): $p_{belső} < p_{külső}$

MEGJEGYZÉS: A megoldókulcsban lévő eredmények számértékének fenti, akár sok tizedesre való kijelzését csak a megoldásuk (részeredmények, elszámolások, kerekítési hibák) ellenőrzése miatt használom, ezt így kijelezni mérnöki szempontból nem helyes, csak nekem segítség a ZH javítás során. A megoldásukat természetesen, mérnöki szempontból „értelmesen", a kerekítési szabályok szerint helyesen kerekített részeredményekkel kapott végeredménnyel is elfogadom.

3.FELADAT (8pont) Egy A_1=A_2=2m×2m négyzet keresztmetszetű légcsatorna egy konfúzoron keresztül A_3=1m×1m keresztmetszetre szűkül. Egy villamos fűtőszál a t_1=27°C hőmérsékletű levegőt t_2=87°C hőmérsékletűre melegíti fel, majd hőmérsékletváltozás nélkül (t_2=t_3) a szabadba áramlik ki. A forró levegő ❸ keresztmetszetbeli térfogatárama $q_{V,3}$=1200m^3/perc.



ADATOK: R=287J/(kgK), p_0=10^{5}Pa (A közeg sűrűségének kiszámításánál mindenhol p_0 vehető.)

KÉRDÉSEK: Számítással határozza meg

a) az A_1, A_2 és A_3 keresztmetszetbeli átlagsebességeket,

b) az A_1 keresztmetszetbeli térfogatáramot,

c) és az áramló levegő tömegáramát!

MEGOLDÁS

		keresztmetszet		
Jel	**mértékegység**	**„1”**	**„2”**	**„3”**
R	J/(kgK)	287		
p	Pa	10^5		
A	m2	4		1
t	°C	27	87	
T	K	300	360	
qV	m3/perc			1200
qV	m3/s		=20	=1200/60=20
v	m/s		=qV/A=20/4=**5**	=$q_{V,3}/A_3$=**20**
ρ	kg/m3	=p/(RT)=**1,16144**	=**0,967867**	
qm	kg/s	=$\rho_3 v_3 A_3$=**19,35734**		
qm	kg/perc	1161,44		
v	m/s	=$q_m/(\rho_1 A_1)$=**4,16667**	=$q_m/(\rho_2 A_2)$=**5**	
qV	m3/s	=$q_m/(\rho_1)$=**16,6667**		
qV	m3/perc	1000	1200	1200

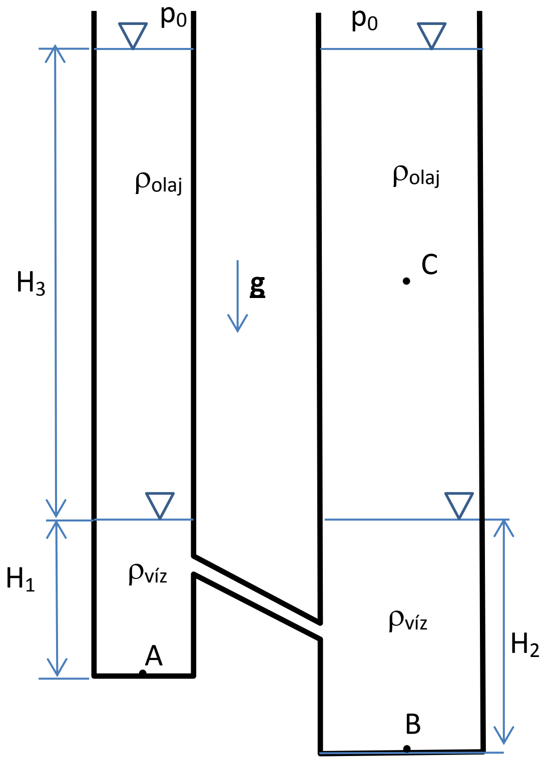
a) v_1 =**4,17 m/s** v_2=**5 m/s** v_3=**20m/s**

b) $q_{V,1}$=**16,67 m^3/s (1000m^3/perc)**

c) q_m=áll.=**19,35734kg/s** = $q_{m,1}$ = $q_{m,2}$ = $q_{m,3}$

MEGJEGYZÉS: A megoldókulcsban lévő eredmények számértékének fenti, akár sok tizedesre való kijelzését csak a megoldásuk (részeredmények, elszámolások, kerekítési hibák) ellenőrzése miatt használom, ezt így kijelezni mérnöki szempontból nem helyes, csak nekem segítség a ZH javítás során. A megoldásukat természetesen, mérnöki szempontból „értelmesen", a kerekítési szabályok szerint helyesen kerekített részeredményekkel kapott végeredménnyel is elfogadom.

4.FELADAT (8pont) Az ábrán látható két függőleges tartály, melyek alul egy ferde csővel össze vannak kötve. Mindkét tartály levegőre nyitott szabadfelszínű ($p_0=10^5$Pa), a tartályokban alulra vizet, majd rá olajat töltöttünk, melyek nyugalomban vannak. A víz és olaj folyadékszintjei a két tartályban azonos magasságban vannak. **Feltételek:** ideális közeg, stacioner állapot, az ábrán látható elrendezésben a nem keveredő folyadékok nyugalomban vannak.



ADATOK: $g=10N/kg$; $p_0=10^5Pa$; $\rho_{víz}=1000kg/m^3$; $\rho_{olaj}=800kg/m^3$; $H_1=2m$; $H_2=3m$; $H_3=8m$;

KÉRDÉSEK:

a)Határozza meg a tartályok alján lévő „A" és „B" pontok közötti nyomáskülönbséget! $\Delta p=p_B-p_A=?$

b)Határozza meg a jobboldali tartályban 4 méterrel az olajfelszín alatt lévő „C" pontbeli nyomást! $p_C=?$

MEGOLDÁS

a)

„Gyors" megoldás:

Mivel nyugalomban van a rendszer és azonos H_3 magasságú olajoszlop van a két tartályban, így a jobboldali tartály alján 1m vízoszlop nyomásával kell nagyobbnak lennie:

$\Delta p = p_B - p_A = \rho_{víz} \cdot g \cdot (H_2 - H_1) = 1000 \cdot 10 \cdot 1 =$ **10 000 Pa**

„Hosszú" megoldás:

$p_A = p_0 + \rho_{olaj} \cdot g \cdot H_3 + \rho_{víz} \cdot g \cdot H_1$ $\quad$ $p_A = 100\,000Pa + 800 \cdot 10 \cdot 8 + 1000 \cdot 10 \cdot 2 = 184\,000$ Pa

$p_B = p_0 + \rho_{olaj} \cdot g \cdot H_3 + \rho_{víz} \cdot g \cdot H_2$ $\quad$ $p_B = 100\,000Pa + 800 \cdot 10 \cdot 8 + 1000 \cdot 10 \cdot 3 = 194\,000$ Pa

Rendezve a gyors megoldás összefüggését kapjuk:

$\Delta p = p_B - p_A = \rho_{víz} \cdot g \cdot (H_2 - H_1) = 1000 \cdot 10 \cdot 1 = 10\,000$ Pa

b)

A „C" pontbeli nyomás a jobboldali olajfelszínhez képest lejjebb van 4m-rel:

$p_C = p_0 + \rho_{olaj} \cdot g \cdot 4 = 100\,000$ Pa $+ 800 \cdot 10 \cdot 4 =$ **132 000 Pa**

MEGJEGYZÉS: A megoldókulcsban lévő eredmények számértékének fenti, akár sok tizedesre való kijelzését csak a megoldásuk (részeredmények, elszámolások, kerekítési hibák) ellenőrzése miatt használom, ezt így kijelezni mérnöki szempontból nem helyes, csak nekem segítség a ZH javítás során. A megoldásukat természetesen, mérnöki szempontból „értelmesen", a kerekítési szabályok szerint helyesen kerekített részeredményekkel kapott végeredménnyel is elfogadom.

5.FELADAT (8pont) Budapest repülőterének z=151m tengerszint feletti magasságban fekvő kifutópályáján egy indulásra váró repülőgép utasterében a nyomás a helyi környezeti nyomás, a hőmérséklet pedig 15°C. Felszállás után a repülő gyorsan eléri az utazómagasságot, ahol a külső nyomás ismert 30 923 Pa értékű. Ezen magasságban az utastér nyomását $p_{belső}$= 75 000 Pa értéken, az utastér hőmérsékletét pedig állandó 15°C értéken tartják.

ADATOK: Az I.S.A.(*International Standard Atmosphere*) adatok: z_0=0m, p_0 = 101 325 *Pa*, T_0=288, valamint levegőre: R=287 J/(kgK). Ebben a példában g=9,81N/kg értékkel számoljon!

KÉRDÉSEK:

A) Izoterm atmoszféra feltétellel határozza meg, hogy mekkora az utazómagasság! z=?

B) Izoterm atmoszféra feltétellel határozza meg, hogy mekkora repülőtéri kifutópályán a külső nyomás! p=?

C) Számítsa ki, hogy utazómagasságon mekkora a belső / külső tér közötti nyomáskülönbség (Δp=?), valamint az ebből adódó, az utastér egy 300mm×400mm téglalap alakúnak tekinthető ablakára ható erő! F=? (nagyság és irány)

MEGOLDÁS

A)

Izoterm atmoszféra esetén a p=*f*(z):

$$p = p_0 \cdot e^{-\frac{g(z-z_0)}{RT_0}}$$

Utazómagasságon ismert a külső nyomás a meghatározandó z magasságban : p = 30 923 Pa.

Rendezve z-re kapjuk:

$$\ln\frac{p}{p_0} = -\frac{g(z-z_0)}{RT_0}$$

azaz:

$$z = -\frac{RT_0}{g} \cdot \ln\frac{p}{p_0}$$

behelyettesítve:

$$z = -\frac{287 \cdot 288}{9{,}81} \cdot \ln\frac{30923}{101325} = 10000m$$

Az utazómagasság tehát **z = 10 000 m** (10km).

B)

$$p = p_0 \cdot e^{-\frac{g(z-z_0)}{RT_0}} = 101325 \cdot e^{-\frac{9{,}81(151-0)}{287\cdot 288}} = 99525{,}3Pa$$

A z=151m tengerszint feletti magasságon lévő repülőtéren a nyomás **p = 99 525 Pa**.

C)

Utazómagasságon az ablak belső és külső oldala közötti nyomáskülönbség fentiek alapján:

$\Delta p_{ablak}=p_{belső} - p_{külső}$ = 75 000Pa – 30 923Pa = 44 077 Pa

Az ablak keresztmetszete: A_{ablak}=a·b=0,3·0,4=0,12 m^2

Az erő: $F_{ablak}=\Delta p \cdot A_{ablak}$ = 5289,24 N = 5,29kN

Mivel $p_{belső} > p_{külső}$, ezért belülről kifelé mutat az erővektor.

MEGJEGYZÉS: A megoldókulcsban lévő eredmények számértékének fenti, akár sok tizedesre való kijelzését csak a megoldásuk (részeredmények, elszámolások, kerekítési hibák) ellenőrzése miatt használom, ezt így kijelezni mérnöki szempontból nem helyes, csak nekem segítség a ZH javítás során. A megoldásukat természetesen, mérnöki szempontból „értelmesen”, a kerekítési szabályok szerint helyesen kerekített részeredményekkel kapott végeredménnyel is elfogadom.