

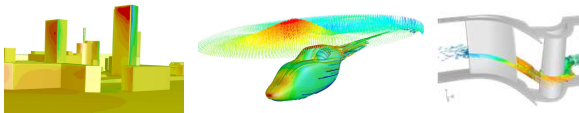
Áramlások numerikus modellezése

BME Áramlástan Tanszék

Előadás: Dr. Kristóf Gergely
 Gyakorlatok: Balla Esztella
 Bak Bendegúz

2017. ősz

Néhány szót a tantárgyról

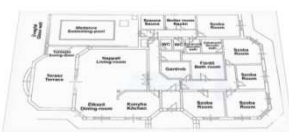


- Az első 7 oktatási héten előadás + laborgyakorlat.
- Előadás:
 - A CFD elemzés célja, a megoldás elve, az elemzés folyamata
 - Peremfeltételek, fizikai modell
 - Hálózás
 - Turbulencia modellezés
 - Termikus folyamatok modellezése
 - Hibabecslés
- A gyakorlati kurzusok helyszíne: AE ép. CFD labor
<http://www.ara.bme.hu/oktatas/tantargy/NEPTUN/BMEGEATAM04/2017-2018-1/ea/>
 5 szimulációs példa (részletes instrukciókkal) + 3 önálló feladat
- Számonkérés:
 - Elmélet ZH a 7. héten
 - Labor: 3 feladatbeadás, prezentáció a 14. héten

Mire jó a numerikus modellezés?

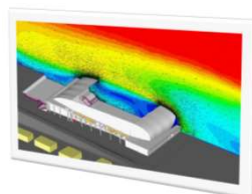
A tervrajz:

A tervező elképzelése a rendszer felépítéséről



A modell:

A tervező elképzelése a rendszer működéséről



1) Problémák feltárása tervezéskor

Offshore olajplatform
gázturbina füstgázvezeték

Kapcsolt áramlástani, hőtani,
mechanikai elemzés

Turbulens rázkódás
Hőfeszültségek
Egyenletes eloszlás
Ellenállás csökkentése

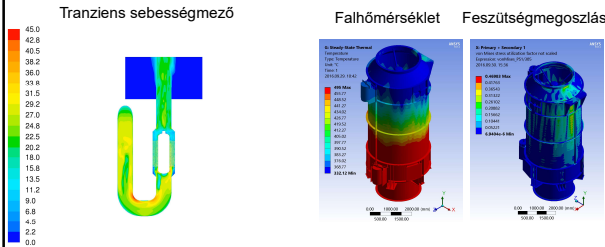



1) Problémák feltárása tervezéskor

Tranziens sebességmező

Falhőmérséklet

Feszültségmegoszlás

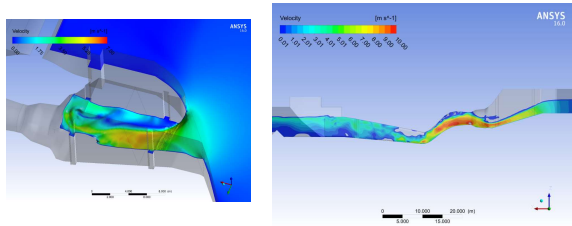


2) Ellenőrzés

Vízterőtelep: extrém alacsony hozzáfolyási szint

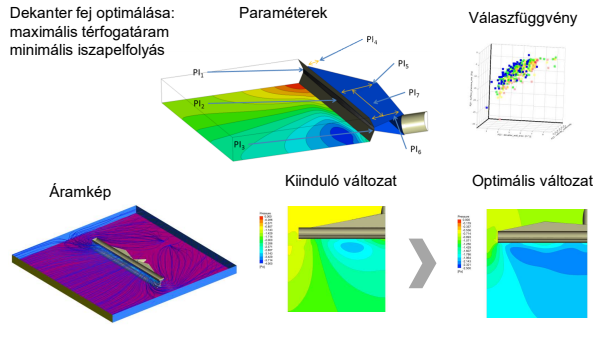
Lesz-e örvénybeszívás?

Kibirja-e a turbina az egyenetlen hozzáfolyást?



3) Optimális méretek meghatározása

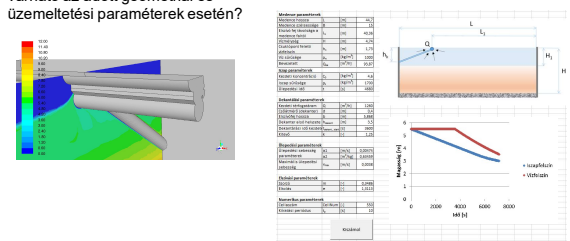
Dekanter fej optimalása:
maximális térfogatáram
minimális iszapelfolyás



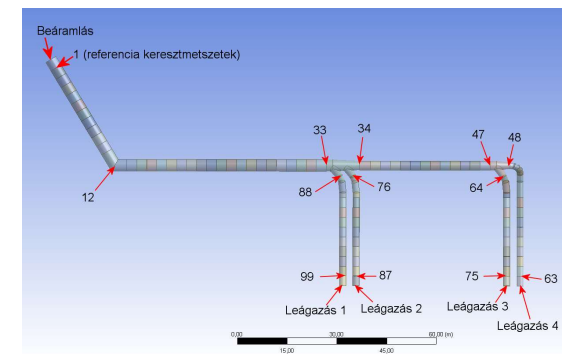
4) Tervezést segítő korrelációk

Milyen mértékű iszapelfolyás
várható az adott geometriai és
üzemeltetési paraméterek esetén?

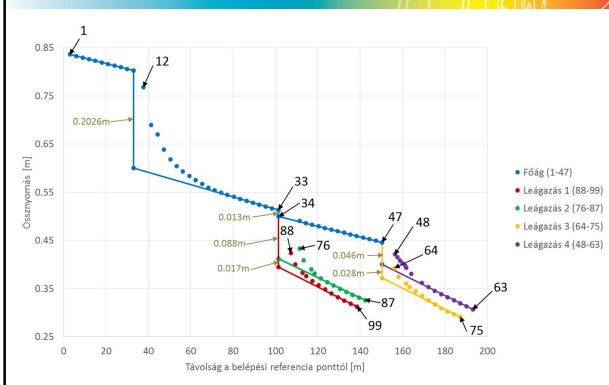
1D ülepedés-dekantálás modell
a tervezés támogatására



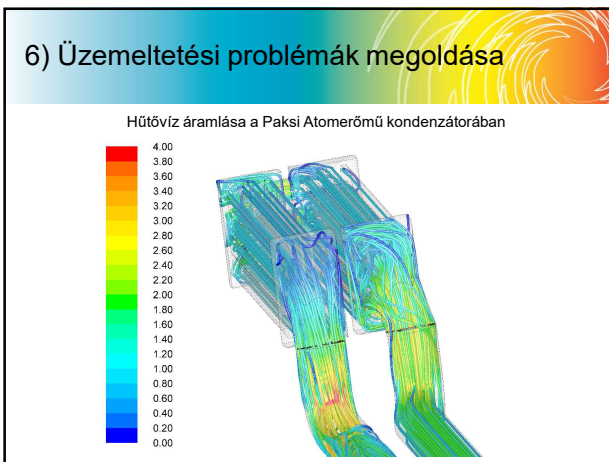
4) Tervezést segítő korrelációk



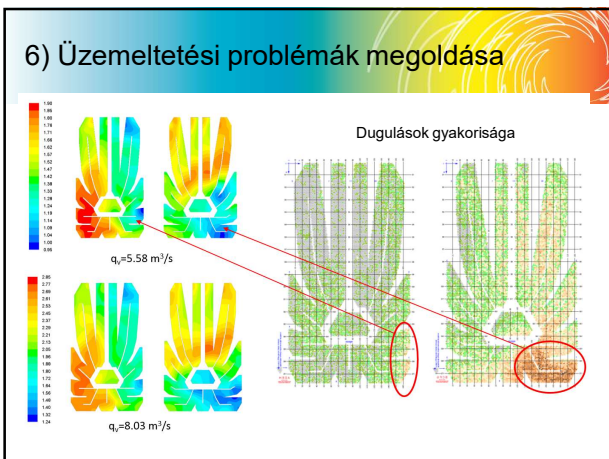
4) Tervezést segítő korrelációk



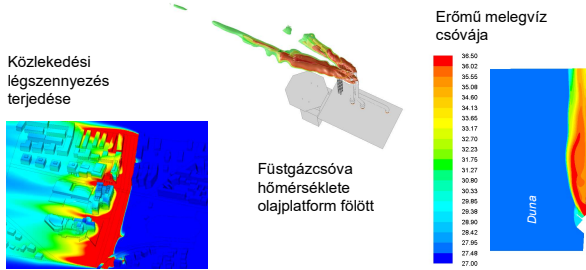
6) Üzemeltetési problémák megoldása



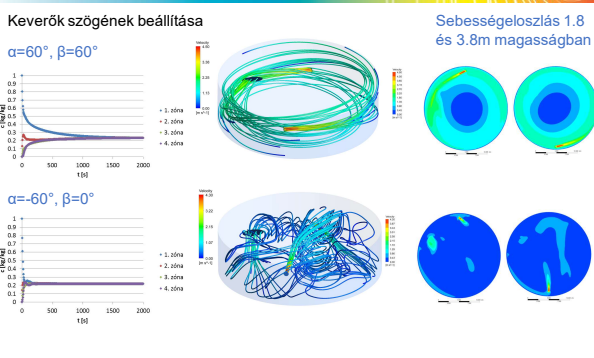
6) Üzemeltetési problémák megoldása



7) Környezeti hatások feltárása



8) Optimális szabályzás



Mire jó a numerikus modellezés?

1. Problémák feltárása tervezéskor
2. Ellenőrzés
3. Optimális méretek meghatározása
4. Tervezést segítő korrelációk
5. Üzemeltetési problémák megoldása
6. Környezeti hatások feltárása
7. Optimális szabályzás

Az áramlást leíró parciális differenciálegyenletek közelítő megoldásának módszerei

- A három legelterjedtebb módszercsalád:
 - Véges differenciák módszere;
 - Véges térfogatok módszerek (FVM);**
 - Végeselem módszer (FEM);

Néhány kevésbé elterjedt módszer:

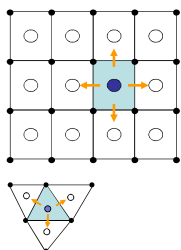
- Spektrál módszerek;
- Rács nélküli módszerek (SPH);
- Rács-gáz módszerek (LBM).

Legelterjedtebb a véges térfogatok módszere, mert:

- Konzervatív** tulajdonság: A teljes tartományra vonatkozó fontos megmaradási tételek a pontosan teljesülnek, akár durva térbeli felbontás esetén is.
- A $\text{div}(\dots)$, $\text{grad}(\dots)$ és $\text{div}(\text{grad}(\dots))$ operátorok diskretizálása egyszerű képletekre vezet, ami **egyszerűen implementálható, hatékonyan parallelizálható** programot eredményez.

Véges térfogatok módszere

Mezőváltók értékei



U: valamilyen megmaradó mennyiség térfogati sűrűsége

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V U dV + \oint_A \vec{F} \cdot d\vec{A} = \int_V S_V dV + \oint_A \vec{S}_A \cdot d\vec{A}$$

A megmaradó mennyiség egységnyi tömegre vonatkoztatva:

$$\Phi = U / \rho$$

Konvektív és konduktív fluxusok:

$$\vec{F}_c = \rho \Phi \vec{v} \quad \vec{F}_D = -\Gamma \nabla \Phi$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \Phi dV + \oint_A \rho \Phi \vec{v} \cdot d\vec{A} = \oint_A (\Gamma \nabla \Phi + \vec{S}_A) \cdot d\vec{A} + \int_V S_V dV$$

Az általános transzportegyenlet differenciál alakban:

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \phi \vec{v}) = \nabla \cdot \vec{S}_A + \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) + S_v$$

Egykomponensű folyadék áramlását leíró transzportegyenletek konzervatív alakja:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = S_m$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \vec{v}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \nabla \cdot (\mu \nabla u) + \rho g_x + S_u$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v \vec{v}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \nabla \cdot (\mu \nabla v) + \rho g_y + S_v$$

$$\frac{\partial \rho w}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho w \vec{v}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \nabla \cdot (\mu \nabla w) + \rho g_z + S_w$$

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho e \vec{v}) = \nabla \cdot (-p \vec{v} + \vec{\tau} \cdot \vec{v}) + \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + S_e$$

Egyenlet:	ϕ
kontinuitás	1
x-impulzus	u
y-impulzus	v
z-impulzus	w
fajlagos energia	e

$$\nabla \cdot (-p \vec{E} + \vec{\tau})$$

A diszkretizálás módszere

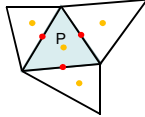
Az általános transzportegyenlet differenciál alakja:

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \phi \bar{v}) = \nabla \cdot \bar{S}_d + \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) + S_v$$

A hely szerinti differenciálást mindig $\text{div}(\dots)$, $\text{grad}(\dots)$, vagy $\text{div}(\text{grad}(\dots))$ alakban kell elvégezni, csak ezekre kell tehát közelítő sémákat találni.
Véges térfogatok módszere esetében a fenti operátorokat felületi és térfogati integrálokra valamint a hálón végzett interpolációkra vezetjük vissza.

A numerikus háló egy részlete az i-edik cella körül:

Adottak a felületvektorok dA_i koordinátái.



- Cella középpontokban tároljuk ϕ_P -t.
- Felület középpontokra bármit interpolálhatunk a középpontokból

A divergencia közelítő alakja

Véges térfogatos módszere esetében a divergencia operátort felületi integrálásra visszavezetve közelítjük, ezért a Gauss-tételből kell kiindulni:

$$\int_V \nabla \cdot F \, dV = \oint_A F \cdot d\bar{A}$$

Diszkrét közelítés elvégzéséhez \bar{u} vektort a cella felületére **interpolálnunk kell**. Jelöljük ezt „i” indexszel!

A felületre interpolált \bar{E} vektor Descartes koordinátáit $F_{i,j}$ -vel jelölve az alábbi módon definiálhatjuk a divergencia operátor diszkrét alakját egy P középpontú, k oldalú cellára:

$$\nabla \cdot F_i = \frac{\sum_{i=1}^3 F_{i,j} dA_{i,j}}{V_P}$$

Ez az operátor tehát egy tárolt értékekből álló algebrai kifejezést jelöl.

A gradiens közelítő alakja

Egy p skalármező gradiensét a Gauss-tételből levezetett alábbi integrál átalakító tételből határozhatjuk meg:

$$\int_V \nabla p \, dV = \oint_A p \cdot d\bar{A}$$

A gradiens operátor i komponensét tehát az alábbi alakban számolhatjuk:

$$\nabla_i p = \frac{\sum_{i=1}^3 p_i dA_{i,j}}{V_P}$$

$A_{i,j}$ a felületvektor i komponensét jelöli Descartes koordináta-rendszerben.

A Laplace-operátor közelítő alakja

Egy ϕ skalármezőre vonatkozó Laplace operátor felírható a gradiens divergenciájaként:

$$\Delta\phi = \nabla \cdot \nabla\phi$$

Ugyanez elvégezhető a diszkrét operátorokkal:

$$\tilde{\Delta}\phi = \nabla \cdot (\nabla|_i\phi)$$

Gyakorlatilag, a nyomás kivételével, (pl. hőmérséklet vagy transzportált passzív skalárok esetében) a gradiens felületre merőleges komponensét egyszerűbben is közelíthetjük a két szomszédos cellában tárolt ϕ értékek alapján, kihasználva hogy csak a gradiens felületre merőleges komponense szükséges a divergencia kiszámításához, így a Laplace operátor közelítő alakja a P pontban és a szomszédos cellákban tárolt ϕ értékek lineáris kombinációja lesz:

$$\tilde{\Delta}\phi = a_p\phi_p + \sum a_i\phi_i$$

Az „a” skalár együtthatók csak a háló méreteitől függenek.



Véges térfogatok módszere

- Az alapegyenletek előbbi alakjait **konzervatív** (megmaradási) **alaknak** hívjuk.
- A teljes cella felületre vonatkozó fluxus-integrálok a cella egyes oldalfelületeire vonatkozó integrálok összegeként írható fel, melyek numerikus közelítése **csak a felület két oldalán tárolt (ismeretlen) mezőváltozóktól függ**.
- Minden transzportegyenlet, minden cellára egy-egy algebrai egyenletet eredményez**, ezt nevezzük a leíró egyenletek **diszkrét közelítésének**.
Típusos példaként: 5 transzportegyenlet és 1 000 000 cella esetén 5 000 000 db. algebrai egyenletből álló egyenletrendszert kapunk.
- Az algebrai egyenletrendszer fontos tulajdonsága, hogy az egyenletekben **egy-egy cella mezőváltozóit csak a szomszédos cella mezőváltozóival állnak kapcsolatban**.
- A sok ismeretlen és az egyenletek nemlinearitása miatt az algebrai egyenletrendszer pontos megoldása nem lehetséges, **iteratív közelítő eljárásokat** alkalmazunk. Azt szeretnénk, hogy a megoldás valamilyen **iniciális** (kezdeti) állapotból indulva lépésenként **konvergáljon** a diszkrét egyenletrendszer pontos megoldásához. (Legtöbbször meg is teszi.)
- A számítási tartomány határára eső cella-részfelületekre vonatkozó integrálok számításához az elhagyott térrész hatását leíró újabb összefüggések: **peremfeltételek** megadása szükséges.



A CFD elemzés folyamata

- | | | |
|---|--------------------|-------------------|
| 1. Geometriai modell előállítás | SpaceClaim | } ANSYS Workbench |
| 2. Hálógenerálás | } Workbench Mesher | |
| 3. Peremfeltételi zónák kijelölése | | |
| 4. Fizikai modell kiválasztása, anyagjellemzők megadása | } FLUENT | |
| 5. Peremfeltételek számértékei | | |
| 6. Numerikus paraméterek | } CFD-Post | |
| 7. Megoldás inicializálása | | |
| 8. Iteráció | | |
| 9. Eredmények értékelése | | |
