

Dr. Gausz Tamás



*Bevezetés a forgószárnyak
aërodinamikájába*

Légcsavarok, szélkerekek és tengelyirányú áramlásban
működő helikopter, illetve autogíró rotorok
aërodinamikai számítása

Budapest, 2015. VI. 5.

Tartalomjegyzék

Bevezetés	1
Bevezető definíciók, jelölések betűrendben	2
I. Aërodinamikai alapismeretek.....	13
II. Szárnyprofilok, szárnyak.....	24
II.1. Bevezetés	24
II.2. A szárnyprofilok geometriai jellemzői	25
II.3. A forgószárnyaknál fontos hasonlósági számok	28
II.4. A határréteg elmélet elemei	31
II.5. A szárnymetszeteken keletkező légerők és nyomatékuk	35
II.5.1. A felhajtóerő	36
II.5.2. Az ellenállás erő	38
II.5.3. A légerő nyomatéka	40
II.5.4. A siklószám és az aërodinamikai jósági szám	43
II.5.5. A légerők és nyomatékuk a teljes állásszög tartományon	43
II.5.6. Az időben változó áramlás hatásainak áttekintése	46
II.5.7. Erőtényezők húr-koordináta rendszerben	49
II.6. A szárnymetszetek jellemző tulajdonságai	51
II.6.1. A profilgeometria hatása	51
II.6.2. A Reynolds szám hatása	54
II.6.3. Az összenyomhatóság hatása	57
II.6.4. Fejezetzáró megjegyzések	60
II.7. Véges szárnyak	62
III. Légcsavar, szélkerék és rotor – sugár elmélet.....	63
III.1. Az egyszerű sugár elmélet	63
III.1.1. Az egyszerű sugár elmélet, légcsavar normál működési állapot esetére	63
III.1.2. Az egyszerű sugár elmélet, szélkerék normál működési állapot esetére	73
III.1.3. Az egyszerű sugár elmélet rotorok esetére	78
III.2. Működési állapotok vizsgálat	81
III.3. A módosított sugár elmélet	87
IV. Légcsavar, szélkerék és rotor – lapelem elmélet és a működési állapotok részletes vizsgálata.....	90
IV.1. A működési állapotok részletes vizsgálata, a szélkerék állapot	92
IV.2. A normál légcsavar állapot	97
IV.3. Az egyhelyben működő forgószárny állapot	99
IV.4. Kis sebességgel süllyedő rotor, ellenirányú haladás	100
IV.5. Örvénygyűrű és leszakadt örvénygyűrű állapot	101
IV.6. Nagysebességű ellenirányú haladás, normál autorotáció és légcsavar fék állapot	101

V.	Az impulzus és a lapelem elmélet egyesítése.....	104
V.1.	Számítási eljárás a jellemző metszetre	104
V.1.1.	Példaszámítás – bevezetés	109
V.1.2.	Példaszámítás helikopter rotor jellemző metszetre	111
V.1.3.	Példaszámítás légcsavar jellemző metszetre	114
V.1.4.	Példaszámítás szélkerék jellemző metszetre	118
V.2.	Számítás a teljes forgószárnyra	125
I.	Melléklet: Hogyan működik egy szárnymetszet	129
	M.I.1. Vizsgálat viszkózus közeg feltételezésével	137
II.	Melléklet: Profiljellemzők a példaszámításokhoz	142
	M.II.1. A NACA 0012 profil jellemzői	142
	M.II.2. A CLARK-Y profil jellemzői	145
III.	Melléklet: Megjegyzések szélkerék esetére	148
	M.III.1. Szélkerék esetére élesített számítás	148
	M.III.2. Dimenziótlan jelleggörbék és alkalmazásuk	157
	M.III.3. Szélmérés, mérés	162
	Irodalomjegyzék.....	164

Bevezetés

Ebben a munkában a forgószárnyak aërodinamikájának az alapismereteivel foglalkozunk. A forgószárny alatt légcsavart, szélkereket és tengelyirányú átáramlásban működő autogíró valamint helikopter fő és farok rotort értünk. A munkában olyan számítási eljárást mutatunk be, amely egyaránt alkalmas a légcsavarok, a rotorok (emelkedésre, lebegésre és autorotációra is) és a szélkerekek számítására, hacsak a kiinduló feltételek szerint létezik megoldás! A számítási eljárásból megállapítható, hogy valamely matematikai megoldás fizikailag is megoldás-e, vagy sem.

Az aërodinamika – légerőtan – alapvetően a levegőhöz képest mozgó testek és a levegő közötti kölcsönhatásokkal, főként erőhatásokkal foglalkozó tudomány. Az aërodinamika és az aërostatika együtt a folyadékok és gázok mechanikájának a részterülete. Ilyeténképpen tehát a mechanika egy, speciális része. Ezért az aërodinamikában is a mechanika alapelveiből indulunk ki.

A tárgyalásunkat a négy megmaradási elvre alapozzuk: axiómának választjuk az anyag, az energia, a mozgásmennyiség és a perdület megmaradásának elvét. A modern áramlástanban más alapok is ismertek, ebben a munkában azonban az itt leírt axiómákat alkalmazzuk.

Jól ismert, hogy a valóságos közegek, így a levegő is részecskékből állnak. A következőkben ugyan, fizikai oldalról a részecskékből, illetve ezek tulajdonságaiból indulunk ki, de végeredményben az un. kontinuum-modellt alkalmazzuk. A kontinuum-modell azt jelenti, hogy a levegő mérhető fizikai jellemzőit egy, matematikai értelemben folytonos tér pontjaiban adjuk meg, a fizikai jellemzőkből kiindulva matematikai mezőket definiálunk. Ilyen például a $p = p(\underline{r}, t)$ nyomás-eloszlás vagy a $\underline{v} = \underline{v}(\underline{r}, t)$ sebességtér. (Itt, a sok lehetőség közül csak két példát mutattunk be, a szemléltetés érdekében.)

Az aërodinamika igen kiterjedt tudomány, ebben a munkában csak az ide vonatkozó végeredményeket alkalmazzuk majd. Nagyon fontos lesz a következőkben mások mellett a folytonosság törvénye, az un. impulzus tétel és a Bernoulli egyenlet. Itt ezeknek a megmaradási elvekre épülő az egyenleteknek csak a bevezetésére, értelmezésére és alkalmazására kerül sor – a levezetésükkel nem foglalkozunk. Ajánlatosnak tartjuk, hogy ha a Tisztelt Olvasó ezen a területen nem elegendően járatos, akkor tanulmányozza az áramlástan szakirodalmat – véleményünk szerint erre alkalmasak lehetnek pl. [10]-től [21]-ig felsorolt művek.

Az irodalomjegyzék viszonylag bő: ez, reményeink szerint segíti a látókör szélesítését és azokra a területekre is elvezet, amelyekkel nem volt módunk foglalkozni.

Nagyon ajánlatos, hogy – mivel ebben a munkában több, a szakirodalomban nem olvasható állítás is található és „errare humanum est” – a Tisztelt Olvasó minden állítást, levezetést, stb. ellenőrizzen, és csak akkor fogadjon el, ha saját maga is meggyőződött a kérdéses részlet helyességéről.

Bevezető definíciók, jelölések

Bevezető definíciók

Ebben a munkában légcsavarok, szélkerekek, helikopter fő- és farokrotorok valamint autogiró rotorok aerodinamikai vizsgálatának főbb kérdéseivel foglalkozunk. Az itt felsorolt szerkezetekre a „forgószárny” gyűjtőnevet alkalmazzuk.

A következőkben a vektor mennyiségeket – több esetben – egyszerűsített formában, előjeles skalár számként használjuk. Ez a szám pozitív, ha a vektor a hatásvonalán felvett koordináta tengely pozitív irányába mutat, ellenkező esetben negatív. Ilyen például a $|\underline{T}| \text{signum}(\underline{T})$, a vonóerőből származtatott előjeles szám – pozitív, ha a vonóerő a hatásvonalán felvett koordináta tengely pozitív irányába mutat, ellenkező esetben negatív. A pozitivitást általában két alap ábrán definiáljuk (IV.1. és IV.2. ábra). Ezek a vizsgálataink hangsúlyozottan fontos **alap-ábrái**. Kimondjuk, hogy minden, az ezeken az ábrán látható vektor, illetve az ábrán feltüntetett forgásirányba forduló szög **pozitív**, az ezzel ellentétes értelmű vektorokat, illetve ellenkező forgásirányú szögeket tekintjük **negatívnak**.

Az itt következő számolási módot például akkor alkalmazzuk, ha egy-egy skalár tényezőt kívánunk definiálni, amikor a skalár tényezőt előjellel együtt kell értelmezni. Tekintsük a következő példát: a vonóerő segítségével definiáljuk a terhelési tényezőt: $t_c = |\underline{T}_T| \text{signum}(\underline{T}_T) / [(\rho/2)V^2(R^2\pi)]$ – ebben az esetben a terhelési tényező lehet pozitív és negatív, ahogyan azt a vonóerő fenti értelemben vett előjele meghatározza. A következőkben az ilyen típusú összefüggéseket az alábbi konvenció szerint írjuk át: $T_T := |\underline{T}_T| \text{signum}(\underline{T}_T)$, vagyis: $t_c = T_T / [(\rho/2)V^2(R^2\pi)]$. A szövegben az egyes változók vektor jellegét mutató aláhúzást csak akkor tüntetjük fel, amikor az valóban fontos.

Abban az esetben, ha a forgószárny működtetéséhez teljesítményt kell bevezetni (pl. normál légcsavar esete), a nyomatéki tényező pozitív, ellenkező esetben (pl. normál szélkerék esete) negatív. Ugyanígy az axiális erő normál légcsavar esetben pozitív, normál szélkerék esetben pedig negatív. (Ha ettől eltérünk, azt külön jelöljük!)

Sajnos azonos szimbólumokkal különböző fogalmakat is jelölünk, ezek azonban, kellő figyelemmel megkülönböztethetők, feltehetően nem okoznak zavart. (Például az R egyes esetekben a gázállandó, más esetekben – sokkal többször – a forgószárny sugara; \underline{R} -rel pedig az eredő erőt jelöltük.)



Jelölések, betűrendben

A, a	
a, a_0	hangsebesség, tartálybeli hangsebesség;
A	felület;
$a_{iK} = v_i^{sz}/V = v_i/V_0 = \hat{v}_i$	az axiális indukciós tényező (közeli), illetve a dimenziótlan tengelyirányú indukált sebesség;
$A_K \quad (A_K \leq H \cdot D)$	függőleges tengelyű szélkeréknek az áramlással szembeni, legnagyobb keresztmetszeti felület;
$A_K \quad (A_K = R^2 \pi = D^2 \pi/4)$	vízszintes tengelyű szélkerék széllel szembeni, a lapátok által súrolt (teljes) felülete;
$AF = \frac{10^5}{D^5} \int_{0.15R}^R h r^3 dr$	teljesítmény-felvételi tényező, légcsavaroknál („Activity factor”);
C, c	
$c_L = c_L(\alpha)$	felhajtóerő tényező;
$c_L^\alpha = \partial c_L / \partial \alpha$	a felhajtóerő tényező iránytangense
c_{Lmax}	maximális felhajtóerő tényező;
c_{L3D}	háromdimenziós áramlásban (véges lapát esetén) érvényes felhajtóerő tényező;
$c_D = c_D(\alpha)$	ellenállás tényező;
$c_m = c_m(\alpha)$	profil nyomatéki tényező;
c_{mAC}	az AC-re vonatkozó profil nyomatéki tényező;
c_{FT}	profilon keletkező húrirányú erő tényezője;
c_{FN}	profilon keletkező normálerő tényezője;
$c_t = c_L \cos \varphi - c_D \sin \varphi$	helyi vonóerő tényező;
$c_q = c_L \sin \varphi + c_D \cos \varphi$	helyi tangenciális erő tényező;
$c_S = \sqrt[5]{J^5 / c_P} = V_0 \sqrt[5]{\rho / (n_{mp}^2 P)}$	sebességi tényező;
$c_T = T / (\rho n_{mp}^2 D^4)$	vonóerő (axiális erő) tényező (egész forgószárny);
$c_{TH} = \frac{T}{\rho (R\Omega)^2 (R^2 \pi)} = \frac{T}{\rho U_{LV}^2 A_K}$	vonóerő (axiális erő) tényező (helikopter rotor);
$c_M = M / (\rho n_{mp}^2 D^5)$	nyomatéki tényező;
$c_{MH} = M / [\rho (R\Omega)^2 (R^2 \pi) R]$	nyomatéki tényező (helikopter rotor);

C, c	
$c_P = P / (\rho n_{mp}^3 D^5)$	teljesítmény tényező (légcsavar, rotor, vízszintes tengelyű szélkerék);
$c_{PF} = \frac{P}{(\rho/2)n_{mp}^3 D^3 A_K}$	teljesítmény tényező (függőleges tengelyű szélkerék);
$c_{PFV} = \frac{P}{(\rho/2)\Omega^3 R^3 A_K}$	teljesítmény tényező (vízszintes és függőleges tengelyű szélkerék);
$c_{PH} = \frac{P}{\rho(R\Omega)^3 (R^2\pi)} = \frac{R}{\rho U_{LV}^3 A_K}$	teljesítmény tényező (helikopter rotor);
D, d	
d	átmérő (általában);
D	a forgószárny átmérője;
D és H	(legnagyobb) átmérő és magasság, függőleges tengelyű szélkeréknél;
\underline{D} vagy D	ellenállás erő;
$d\underline{D}$ vagy dD	elemi légellenállás, egy forgószárny lapátra;
$d\underline{D}_T$ vagy dD_T	elemi légellenállás, a teljes forgószárnyra;
E, e	
\dot{e}	energia áram (általában)
$\dot{E}, \dot{E}_{kin}, \dot{E}_{Légáram}$	energia áram;
Eu	Euler szám;
F, f	
f	frekvencia;
f	(lapát) profil íveltsége;
\underline{F} vagy F	erő (általában);
Fr	Froude szám;
\underline{F}_N vagy F_N	normálerő, a profil húrjára merőleges erőösszetevő;
\underline{F}_T vagy F_T	tangenciális erő, profil húrirányú erőösszetevő;
G, g	
\underline{g} vagy g	nehézségi gyorsulás;
\underline{g} és \underline{g}_{II}	térerősség;
\underline{G} vagy G	súlyerő;
H, h	
h	húrhossz;
$\hat{h} = h/R$	dimenziótlán húrhossz;
$H = 2\pi r \tan \vartheta$	mértani emelkedés;
H	magasság, függőleges tengelyű szélkeréknél;

<i>I, i</i>	
$\underline{\dot{I}}$ vagy \dot{I}	időegységre eső mozgásmennyiség változás;
<i>J, j</i>	
$J = V_0 / (n_{mp} D) \quad (J = \Lambda_0 \pi)$	előrehaladási fok (légcsavar);
<i>K, k</i>	
$k = (\omega h) / (2V_0)$	dimenziótlan körfrekvencia;
$K = c_L / c_D = 1/\varepsilon$	aérodinamikai jósági szám;
$k_p = \eta = \frac{P}{P_{Légáram}} = \frac{P}{[(\rho/2)V_{SZ}^3 A_K]}$	teljesítmény tényező vagy összhatásfok (szélkeréknél);
$k_T = T / [(\rho/2)V_{SZ}^2 A_K]$	tengelyirányú erő-tényező;
<i>L, l</i>	
ℓ	hosszúság, hossz méret (általában);
\underline{L} vagy L	felhajtóerő;
\underline{L}_T vagy L_T	felhajtóerő, a teljes forgószárnyra;
$d\underline{L}$ vagy dL	elemi felhajtóerő, egy forgószárny lapátra;
$d\underline{L}_T$ vagy dL_T	elemi felhajtóerő, a teljes forgószárnyra;
<i>M, m</i>	
\dot{m}	tömeg-áram;
Ma	Mach szám;
\underline{M} vagy M	nyomaték (pl. aerodinamikai);
<i>N, n</i>	
N_B	lapátszám;
n	percenkénti fordulatszám;
n_{mp}	másodpercenkénti fordulatszám;
\underline{n} vagy n	normális irány;
<i>P, p</i>	
$p = p(\underline{r}, t)$	nyomás, nyomás-eloszlás;
P	forgatáshoz szükséges, ill. leadott teljesítmény;
P_T	a vonóerő teljesítménye;
P_H	hasznos teljesítmény;
$P_{Légáram}$	a légáram teljesítménye (szélkerék);
P_i	indukált teljesítmény;
P_F	helikopter rotor forgatáshoz szükséges teljesítménye, lebegésben;
$PL = T_h / P$	teljesítmény terhelés (helikoptereknél);
$p_{b\ell} = (4P) / (\pi D^2 N_B)$	teljesítmény terhelési tényező (légcsavaroknál);
p_{FT}	helikopter, autogíró rotorok felületi terhelése;

Q, q	
$q(r, t)$	forrás / nyelő a hely és az idő függvényében;
\underline{Q} vagy Q	kerületi (tangenciális) erő;
$d\underline{Q}$ vagy dQ	elemi kerületi erő, egy forgószárny lapátra;
$d\underline{Q}_T$ vagy dQ_T	elemi kerületi erő, a teljes forgószárnyra;
R, r	
r	a forgószárny lapát hossza menti, változó sugár;
\underline{r}	helyvektor;
R	gázállandó;
$\hat{r} = r/R$	dimenziótlan sugár;
r_0	profil, orrhoz simuló kör sugara;
\underline{R}	eredő erő;
Re	Reynolds szám;
R ill. D	a forgószárny sugara, ill. átmérője;
$R_j := 0.75R$	jellemző sugár (légcsavar, rotor, vízszintes tengelyű szélkerék);
\Re	reziduum (latin, tudományos: maradék);
S, s	
$d\underline{s}$	ívelem-vektor;
$s_v = r\Omega/V_0 = U/V_0 \quad (=1/\lambda_0)$	helyi sebesség-viszony;
Sr	Strouhal szám;
T, t	
t	idő;
t	(lapát)profil vastagsága;
\underline{t} vagy t	érintő, illetve húrirány;
$\hat{t} = t/h$	dimenziótlan vastagság;
$t_c = T_T / [(\rho/2)V_0^2 (R^2\pi)]$	terhelési tényező (egész forgószárny);
$T = T(r, t)$	a levegő (közeg) abszolút hőmérséklete, hőmérséklet-tér;
\underline{T} vagy T	tengelyirányú erő;
\underline{T}_T vagy T_T	a forgószárny axiális ereje;
T_F	helikopter rotor axiális ereje (emelő erő), lebegésben (függeszkedésben);
T_{ST}	statikus vonó / toló / erő;
$T_{SR} = R\Omega/V_0 = U_{LV}/V_0 \quad (=1/\Lambda_0)$	lapátvég-sebesség-viszony, (gyorsjárási szám);
$d\underline{T}$ vagy dT	elemi vonóerő, egy forgószárny lapátra;
$d\underline{T}_T$ vagy dT_T	elemi vonóerő, a teljes forgószárnyra;

U, u	
U	potenciál (pl. Bernoulli egyenletben);
\underline{U} vagy U	kerületi sebesség;
\underline{U}_{LV} ($ \underline{U}_{LV} = \Omega R$) vagy U_{LV}	lapátvég kerületi sebessége vagy legnagyobb kerületi sebesség;
\underline{u}_i^{sz} ($\underline{u}_i^{sz} = -\underline{u}_i$) vagy u_i^{sz}	kerületi irányú (tangenciális), közeli indukált sebesség („szélcsatorna szemlélet” szerint);
\underline{u}_i ($\underline{u}_i = -\underline{u}_i^{sz}$) vagy u_i	kerületi irányú (tangenciális), közeli indukált sebesség („külső megfigyelő” szerint);
u_D	ellenállás irányú, közeli indukált sebesség;
V, v	
V	térfogat;
\dot{V}	térfogat-áram;
$\underline{v} = \underline{v}(r, t)$	sebesség (sebesség-tér);
v	sebesség (általában);
\underline{V} ($\underline{V} = -\underline{V}_0$) vagy V	a zavartalan légáram forgószárnyhoz viszonyított haladási sebessége („szélcsatorna szemlélet”);
\underline{V}_0 ($\underline{V}_0 = -\underline{V}$) vagy V_0	az egész forgószárny levegőhöz viszonyított haladási sebessége („külső, álló megfigyelő szempontjából szemlélve”);
\underline{v}_i^{sz} ($\underline{v}_i^{sz} = -\underline{v}_i$) vagy v_i^{sz}	tengelyirányú (axiális), közeli indukált sebesség („szélcsatorna szemlélet” szerint);
\underline{v}_i ($\underline{v}_i = -\underline{v}_i^{sz}$) vagy v_i	tengelyirányú (axiális), közeli indukált sebesség („külső megfigyelő” szerint);
v_{i3} vagy \underline{v}_{i3} és v_{i3}^{sz} vagy \underline{v}_{i3}^{sz}	tengelyirányú (axiális), távoli indukált sebesség;
\underline{V}_{SZ} (szélkeréknél: $\underline{V}_{SZ} = \underline{V}$) vagy V_{SZ}	a szél sebessége („külső, álló megfigyelő szempontjából szemlélve”);
$\hat{v}_i = v_i^{sz}/V = v_i/V_0 = a_{iK}$	dimenziótlan tengelyirányú (közeli) indukált sebesség, illetve a az axiális indukációs tényező;
\underline{v}_{iF} vagy v_{iF} és \underline{v}_{iF}^{sz} vagy v_{iF}^{sz}	közeli átlagos indukált sebesség függeszkedésben (helikopter);

W, w	
$w = w(z)$	komplex potenciál;
\underline{w}_i vagy w_i és \underline{w}_i^{sz} vagy w_i^{sz}	eredő indukált sebesség;
\underline{W} vagy W	közeli eredő sebesség;
\underline{W}_0 vagy W_0	a lapátmetszet eredő sebessége, indukált sebesség nélkül („külső megfigyelő szempontjából szemlélve”);
$\underline{W} (= \underline{W}_1 = \underline{W}_2)$ vagy W	a lapátmetszet közeli eredő sebessége („külső megfigyelő szempontjából szemlélve”);
\underline{W}_3 vagy W_3	a lapátmetszet távoli eredő sebessége („külső megfigyelő szempontjából szemlélve”);
X, x	
x, y, z	Descartes féle koordináták;
x_f	a legnagyobb íveltség helye (profil);
x_f	profil-koordináta (felső oldal);
x_a	profil-koordináta (alsó oldal);
x_t	a legnagyobb vastagság helye (profil);
Y, y	
x, y, z	Descartes féle koordináták;
y_f	profil-koordináta (felső oldal);
y_a	profil-koordináta (alsó oldal);
Z, z	
z ($z = x + i \cdot y$)	komplex szám
x, y, z	Descartes féle koordináták;

Görög betűk

α	
α	lapátmetszet állásszöge (általános esetben, a húrvonalhoz viszonyítva);
α_n	lapátmetszet állásszöge (nulla felhajtóerő irányhoz viszonyítva);
α_a	lapátmetszet állásszöge (az alapvonalhoz viszonyítva);
$\alpha_{szk} = -\alpha$	lapátmetszet állásszöge (szélkerék esetben, a húrvonalhoz viszonyítva);
α_{kr}	kritikus állásszög;
Γ, γ	
$\gamma = \arctan(c_D/c_L)$	lapátmetszet siklószöge;
$\Gamma = \oint \underline{v} d\underline{s} = \int_A \text{rot } \underline{v} dA$	cirkuláció;
ε	
$\varepsilon = c_D/c_L$	lapátmetszet siklószáma;
η	
$\eta = \frac{P}{P_{\text{Légáram}}} = \frac{P}{[(\rho/2)V_{SZ}^3 A_K]} (=k_P)$	összhatásfok (szélkeréknél);
$\eta = \frac{P}{P_{\text{Motor}}}$	összhatásfok (légcsavarnál);
$\eta_p = 1/(1 + \hat{v}_i)$	propulziós hatásfok;
$\eta_U = 1 - \hat{u}_i$	tangenciális hatásfok;
$\eta_K = \eta_U \eta_P$	kerületi hatásfok;
η_{pr}	profil hatásfok;
$\eta_F (= FM) = \frac{T_h v_{ih}^{sz}}{P}$	függeszkedési, lebegési hatásfok;
$\eta_{BETZ} = 16/27$	szélkerekek alap hatásfoka;
$\eta_{JM, \text{légsavár}} = \frac{V_0 c_t}{R_j \Omega c_q}$	a jellemző metszet hatásfoka légcsavar - állapotban;
$\eta_{JM, \text{szélkerék}} = \frac{R_j \Omega c_q}{V_0 c_t}$	a jellemző metszet hatásfoka szélkerék - állapotban;

$\Theta, \theta, \vartheta$	
ϑ	polár koordináta rendszerben a polár-szög;
ϑ	lapátmetszet beállítási szöge;
κ	
κ	adiabatikus kitevő;
Λ, λ	
λ	hővezetési tényező (pl. Peclet számnál);
$\Lambda_0 = V_0 / (\Omega R) = V_0 / U_{LV}$	sebességi tényező az egész forgószárnyra;
$\lambda_0 = V_0 / (\Omega r) = V_0 / U$	helyi sebességi tényező;
$\lambda_i = v_i / (R\Omega) = v_i / U_{LV}$	indukált átáramlási tényező (helikopter);
μ	
μ	dinamikai viszkozitás;
ν	
ν	kinematikai viszkozitás;
ρ	
ρ	a levegő sűrűsége;
$\rho = \rho(\underline{r}, t)$	sűrűség, sűrűség-eloszlás;

σ	
$\sigma, \sigma_{xx} \dots$	normális feszültség (nyomás);
$\sigma = \frac{N_B h}{2 \pi r}$	helyi befedési v. kitöltési tényező;
$\sigma_{SZK} = \frac{N_B h}{R}$	szélkerék befedési v. kitöltési tényezője (elsősorban függőleges tengelyű gépeknél);
$\sigma_s = \frac{8 \pi r}{N_B h} = \frac{4}{\sigma}$	számítási segédváltozó;
τ	
$\tau, \tau_{xy} \dots$	csúsztató feszültség;
τ	kilépőél szög;
Φ, ϕ, φ	
$\varphi = \varphi(\underline{r}, t)$	(sebességi) potenciál;
φ_0	sebességi sokszög jellemző szöge, indukált sebességek nélkül;
$\varphi (= \varphi_1 = \varphi_2)$	sebességi sokszög jellemző szöge, a közeli indukált sebességek figyelembe vételével;
φ_3	sebességi sokszög jellemző szöge, a távoli indukált sebességek figyelembe vételével;
$\underline{\underline{\Phi}}$	feszültség tenzor;
ψ	
$\psi = \psi(x, y, t)$	áramfüggvény;
ξ	
$\xi_0 = T_{ST \text{ valóságos}} / T_{ST}$	statikus vonóerő tényező (légcsavar);
Ω, ω	
$\underline{\omega}$ vagy ω	szögsebesség;
ω	körfrekvencia;
$\underline{\underline{\Omega}}, \quad \underline{\underline{\Omega}} = (n 2 \pi) / 60 = n_{mp} 2 \pi$	a forgószárny szögsebessége;

Kapcsolat a teljesítmény tényező és az összhatásfok között, szélkerekek esetében

Vízszintes tengelyű szélturbina esetén:

$$c_P = \frac{P}{\rho n_{mp}^3 D^5} = \frac{P}{2 \frac{\rho}{2} \left(\frac{\Omega}{2\pi} \right)^3 (2R)^3 \frac{D^2 \pi}{4} \frac{4}{\pi}} = \frac{P}{2} \frac{\pi^4}{(\Omega^3 R^3) A_K} = \frac{P}{2} \frac{\pi^4}{\frac{\rho}{2} \left(\frac{V_{SZ}}{\Lambda_0} \right)^3 A_K} =$$

$$= \frac{P}{\frac{\rho}{2} \left(\frac{V_{SZ}}{\Lambda_0} \right)^3 A_K} \frac{\pi^4}{8} = \frac{P}{\frac{\rho}{2} V_{SZ}^3 A_K} \left(\Lambda_0^3 \frac{\pi^4}{8} \right) = \eta \left(\Lambda_0^3 \frac{\pi^4}{8} \right) = k_P \left(\Lambda_0^3 \frac{\pi^4}{8} \right)$$

azaz:

$$c_P = \eta \left(\Lambda_0^3 \frac{\pi^4}{8} \right) \quad \text{és} \quad \eta = c_P \left(T_{SR}^3 \frac{8}{\pi^4} \right) \quad \text{vagy} \quad c_P = k_P \left(\Lambda_0^3 \frac{\pi^4}{8} \right) \quad \text{és} \quad k_P = c_P \left(T_{SR}^3 \frac{8}{\pi^4} \right)$$

Függőleges tengelyű szélturbina esetén:

$$c_{PF} = \frac{P}{\rho n_{mp}^3 D^3 A_K} = \frac{P}{2 \frac{\rho}{2} \left(\frac{\Omega}{2\pi} \right)^3 (2R)^3 A_K} = \frac{P}{2} \frac{\pi^3}{(\Omega^3 R^3) A_K} = \frac{P}{2} \frac{\pi^3}{\frac{\rho}{2} \left(\frac{V_{SZ}}{\Lambda_0} \right)^3 A_K} =$$

$$= \frac{P}{\frac{\rho}{2} \left(\frac{V_{SZ}}{\Lambda_0} \right)^3 A_K} \frac{\pi^3}{2} = \eta \left(\Lambda_0^3 \frac{\pi^3}{2} \right) = k_P \left(\Lambda_0^3 \frac{\pi^3}{2} \right)$$

azaz:

$$c_{PF} = \eta \left(\Lambda_0^3 \frac{\pi^3}{2} \right) \quad \text{és} \quad \eta = c_{PF} \left(T_{SR}^3 \frac{2}{\pi^3} \right) \quad \text{vagy} \quad c_{PF} = k_P \left(\Lambda_0^3 \frac{\pi^3}{2} \right) \quad \text{és} \quad k_P = c_{PF} \left(T_{SR}^3 \frac{2}{\pi^3} \right)$$

illetve mindkét esetre:

$$c_{PFV} = \frac{P}{\frac{\rho}{2} \Omega^3 R^3 A_K} = \frac{P}{\frac{\rho}{2} \left(\frac{V_{SZ}}{\Lambda_0} \right)^3 A_K} = \frac{P}{\frac{\rho}{2} V_{SZ}^3 A_K} \Lambda_0^3 = \eta \Lambda_0^3 = k_P \Lambda_0^3$$

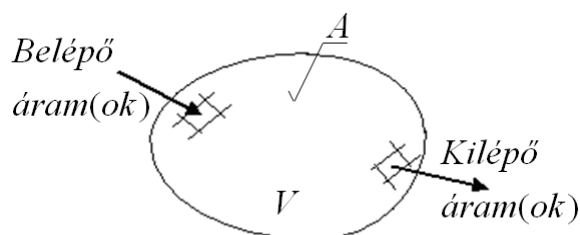
azaz:

$$c_{PFV} = \eta \Lambda_0^3 \quad \text{és} \quad \eta = c_{PFV} T_{SR}^3 \quad \text{vagy} \quad c_{PFV} = k_P \Lambda_0^3 \quad \text{és} \quad k_P = c_{PFV} T_{SR}^3$$

(Szélkerekekénél: $\eta = k_P$)

I. Aërodinamikai alapismeretek

A légcsavarok, szélkerekek és rotorok aërodinamikai vizsgálatát a folyadékok és gázok mechanikájában alkalmazott megmaradási elvekre alapozzuk. Ezek az anyag, a mozgásmennyiség, az energia és a perdület megmaradását mondják ki, figyelembe véve, hogy az általunk vizsgált rendszerek nyitottak (I.1. ábra). Ez azt jelenti, hogy a vizsgált jellemzők megváltozásánál figyelembe vesszük az eseteleges forrásokat, illetve a rendszerhatárokon átlépő áramokat is. A megmaradási elveket kifejező matematikai egyenleteket – általában – a mérleg egyenletből (transzport egyenletből) – pl. [12] 6. pontja – származtathatjuk.



I.1. ábra – Nyitott rendszer

Tekintsük elsőnek az *anyagmegmaradás* elvét. Gondolatban határoljunk el egy V térfogatot (I.1. ábra), amelyet A , egyszeresen összefüggő, zárt felület határol (a $\underline{v}^T d\underline{A}$ szorzat a két vektor skaláris szorzatát jelöli):

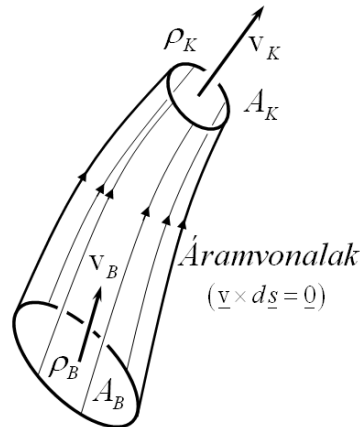
$$\frac{d}{dt} \int_V \rho(\underline{r}, t) dV = \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_A \rho \underline{v}^T d\underline{A} = \int_V q(\underline{r}, t) dV ; \quad (\text{I.1})$$

Az (I.1) egyenlet az anyag megmaradás elvén alapul és teljesen általános – vagyis az általunk tekintett, kontinuum modell esetén nincs az érvényességét korlátozó feltétel. Bal oldala a V térfogatban elhelyezkedő tömeg időbeli teljes megváltozását fejezi ki. Ezt felbontjuk a lokális változás (a választott térfogatbeli tömegváltozás) és konvektív változás (a választott térfogattól ki- és belépő tömegáramok összessége) összegére. A jobb oldal (a harmadik tag) pedig azt mondja ki, hogy ez a megváltozás a keletkező vagy eltűnő anyag mennyiségével egyenlő. Ha olyan folyamatokat vizsgálunk, ahol nincs sem keletkező, sem eltűnő anyag ($q(\underline{r}, t) \equiv 0$, azaz forrás- és nyelő-mentes), továbbá rögtön a teljes megváltozás lokális és konvektív összetevőre bontott alakját tekintjük, akkor a következő kifejezést kapjuk:

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_A \rho \underline{v}^T d\underline{A} = 0 ; \quad (\text{I.2})$$

Ha a sűrűség az időben nem változik (a hely szerint változhat), akkor (I.2) bal oldali első tagja nulla lesz. Számoljunk továbbá átlagsebességekkel és legyenek ezek a választott felületekre merőlegesek – akkor egy áramcső ki (K) és belépő (B) felületére kapjuk (I.2. ábra):

$$\rho_B \underline{v}_B A_B = \rho_K \underline{v}_K A_K = \dot{m} = \text{áll.} \quad \text{vagy a } \rho = \text{áll.} \text{ esetben: } \underline{v}_B A_B = \underline{v}_K A_K = \dot{V} = \text{áll.} \quad (\text{I.3})$$



I.2. ábra – Áramcső

Ezek a folytonosság törvényének jól ismert és általánosan használt alakjai, illetve ezek integrál egyenletek. A folytonosság valamelyik, (I.3) szerinti alakja a továbbiakban rendkívül gyakran fordul majd elő. A folytonosság törvényét differenciál-egyenletként is felírhatjuk – ezzel azonban ebben a munkában nem foglalkozunk.

A *mozgásmennyiség megmaradásának* elve szintén [12] 6. pontja szerint írható fel. Mivel a mozgásmennyiség vektor, ezért a három összetevőre felírt transzport egyenletet összefogva a következő, három komponens egyenletet összefogó vektor egyenletet írhatjuk fel:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho(\underline{r}, t) \underline{v}(\underline{r}, t) dV = \int_V \frac{\partial \rho \underline{v}}{\partial t} dV + \int_A \underline{v} \rho \underline{v}^T d\underline{A} = \sum \underline{F}_K; \quad (I.4)$$

Vagyis a mozgásmennyiség időegységre eső teljes megváltozása – ami a lokális és konvektív változás összegeként írható fel – egyenlő a kiválasztott V térfogatbeli közegre ható külső erők eredőjével (összegével: $\sum \underline{F}_K$).

Az általunk vizsgált körben felületi és térfogati erők értelmezhetők. Ezen túl, véges térfogat esetén előfordulhat idegen test is a térfogatban (az ellenőrző felületen belül). Ezek szerint a külső erők a következőképpen írhatók:

$$\sum \underline{F}_K = \int_{(A)} \underline{\Phi} d\underline{A} + \int_V \rho \underline{g} dV + \underline{F} = \int_{(A)} \underline{\Phi} d\underline{A} + \int_V \rho \underline{g} dV - \underline{T}; \quad (I.5)$$

A fenti kifejezés középső részének és jobb oldalának első tagja a felületi erő (lásd még a II.8 kifejezést), a második tag a térfogati erő és a harmadik tag a középső részben az idegen test folyadékra gyakorolt ereje (\underline{F}). Illetve a jobboldalon a testre gyakorolt erő (\underline{T}) áll, amely erő a folyadékra ható erő reakció ereje – ezt mutatja a negatív előjel. Hangsúlyozzuk, hogy egy vektor-mennyiség előjele mindig fizikai tartalmat hordoz: jelen esetben a \underline{T} előtti negatív előjel azt jelenti, hogy ez egy reakció erő.

Az úgynevezett „impulzus tétel” gyakorlati számításokban használatos alakja az (I.6) egyenlet. A baloldalon a stacionárius, legfeljebb kvázi stacionárius áramlásokra érvényes,

időegységre eső mozgásmennyiség változás konvektív része áll. A jobboldalon az első két tag a felületi erőket jelenti. Ideális közegre a feszültség tenzor egyszerűen írható: $\underline{\underline{\Phi}}_{id} = -p \underline{\underline{E}}$, vagyis csak a nyomást tartalmazza. A negatív előjel azt fejezi ki, hogy a felületi normális kifele mutat, a nyomásból származó erő ezzel ellentétesen, befelé mutat; ez a felületi erők első tagja. A második tag ($\underline{\underline{S}}$) a súrlódásból származó erők összefoglaló formája (ezt gyakran figyelmen kívül hagyjuk). A harmadik, térfogati integrál a térfogati erőket jelenti – ez gyakran (de nem mindig) a nehézségi erő. A negyedik tag az ellenőrző felületen belül elhelyezkedő idegen testre ható erő.

$$\int_{(A)} \underline{\underline{v}} \rho \underline{\underline{v}}^T d\underline{\underline{A}} = - \int_{(A)} p d\underline{\underline{A}} + \underline{\underline{S}} + \int_V \rho \underline{\underline{g}} dV - \underline{\underline{T}}; \quad (I.6)$$

Az impulzus tételt igen gyakran ideális közegre írjuk fel, illetve a következőkben a térfogati erőkkel nem foglalkozunk. Ebben az esetben az alábbi, igen gyakran használt alakot kapjuk:

$$\int_{(A)} \underline{\underline{v}} \rho \underline{\underline{v}}^T d\underline{\underline{A}} = - \int_{(A)} p d\underline{\underline{A}} - \underline{\underline{T}}; \quad (I.7)$$

Ez a mozgásmennyiség megmaradására épülő integrál egyenlet, ami valójában a mozgásmennyiség megváltozásáról szól: az időegységre vonatkozó mozgásmennyiség annyit változik, amennyi változást a külső erők előidéznek. (A mozgásmennyiség megváltozásának az oka, vagy a forrása a külső erő impulzusa.) Az (I.7) egyenlet érvényességi feltételei pedig a konkrét alakokkal kapcsolatosan a fentiekben olvashatók.

A mozgásmennyiség megmaradására épülő differenciálegyenlet, (I.4)-ből kiindulva és az idegen test hatását kivéve (hiszen az az elemi térfogatban nem lehet), vezethető le:

$$\frac{d \underline{\underline{v}}}{dt} = \frac{1}{\rho} \operatorname{div} \underline{\underline{\Phi}} + \underline{\underline{g}}; \quad (I.8)$$

Az (I.8) egyenlet jelentése – a feszültség tenzor elemeitől függően – többféle lehet. Itt csak az ideális folyadék esetében adódó, **Euler** egyenletet mutatjuk be:

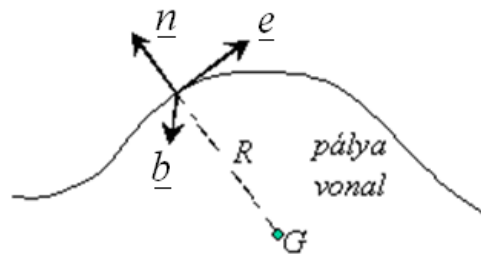
$$\frac{d \underline{\underline{v}}}{dt} = - \frac{1}{\rho} \mathbf{grad} p + \underline{\underline{g}}; \quad (I.9)$$

Az Euler egyenlet, az impulzus tételhez hasonlóan a mozgásmennyiség megmaradás elvére épül, és azt fejezi ki, hogy a mozgásmennyiség időegységre és tömegegységre eső megváltozása a tömegegységre eső külső erők eredőjével egyenlő. Ez az időegységre és tömegegységre eső mozgásmennyiség változás konkrétan, az (I.9) bal oldalán a teljes, totális vagy szubsztanciális gyorsulás, ennek felbontása látható (I.10) középső részében. A jobb oldalon pedig az egységnyi tömegre ható felületi erő (ami a nyomásváltozásból, nyomáskülönbségből származik) és az erők eredő térerősségéből adódó, szintén egységnyi tömegre ható térfogati erő összege áll. Ez, nagyon egyszerűen a középiskolából ismert, Newton II. törvényét jelenti, ami szerint: " $\underline{\underline{a}} = \underline{\underline{F}} / m$ ".

Az Euler egyenlet bal oldalán a teljes vagy totális gyorsulást felbonthatjuk a lokális és a konvektív gyorsulás összegére. Ez részletesebben például [12] kinematikával foglalkozó részben olvasható. A felbontás utáni alak:

$$\frac{d\underline{v}}{dt} = \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + \text{grad} \left(\frac{v^2}{2} \right) - \underline{v} \times \text{rot} \underline{v} = -\frac{1}{\rho} \text{grad} p + \underline{g}; \quad (\text{I.10})$$

Az Euler egyenlet (I.10) szerinti alakja például a numerikus számolásokban fontos, illetve használatos. A számunkra fontos az Euler egyenletnek az un. kísérő triéder normális irányában megfogalmazott rész egyenlete lesz.



I.3. ábra – Kísérő triéder

A pályavonal egy, kijelölt részecske útja. A pályavonalhoz rendelhető az érintő (\underline{e}), a normális (\underline{n}) és a binormális (\underline{b}) egység-vektorból álló kísérő triéder. Ezek, definíció szerint jobb rendszert alkotnak. A továbbiakban szorítkozzunk az időálló (stacionárius) áramlások esetére. Ekkor egyébként az áramvonal, a pályavonal és a nyomvonal azonos.

Időálló, azaz stacioner áramlás esetén, [12] szerint felírható az Euler egyenlet normálvektor irányába vett komponens egyenlete:

$$-\frac{v^2}{R} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} + g_n \quad \text{ha } g_n = 0 \text{ akkor } \Rightarrow \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} = \frac{v^2}{R}; \quad (\text{I.11})$$

Leggyakrabban az (I.11) jobb oldalán látható egyenletet használjuk. Ez az egyenlet azt mondja ki, hogy egy görbült pályavonal vagy áramvonal (stacionárius áramlás esetén a pályavonal, az áramvonal és a nyomvonal azonos) esetén a nyomás az „R” sugár mentén kifelé növekszik, vagy befele csökken. Illetve megfordítva is igaz az állítás: nyomásváltozás esetén az áramvonal görbül. Ennek az egyenletnek a jelentősége főként abban áll, hogy a segítségével akár gondolatban is felbecsülhető egy, görbült áramlásban a nyomás változása. (I.11) tehát – az érvényességi körén belül – kapcsolatot teremt az áramkép és a nyomásmegoszlás között.

Az (I.10) egyenletet – vagyis az Euler egyenletet – egy áramlás két pontja között integrálva kapjuk az **energia megmaradás** elvére épülő Bernoulli egyenletet:

$$\int_1^2 \left(\frac{\partial \underline{v}}{\partial t} \right)^T d\underline{s} + \left[\frac{v^2}{2} \right]_1^2 - \int_1^2 (\underline{v} \times \text{rot} \underline{v})^T d\underline{s} + [U]_1^2 + \int_1^2 \frac{dp}{\rho} - \int_1^2 \underline{g}_{\parallel}^T d\underline{s} = 0; \quad (\text{I.12})$$

A Bernoulli egyenlet – a levezetésnek megfelelően – egységnyi tömegre vonatkozik. Ezt a továbbiakhoz mindig hozzá kell érteni. A baloldal első tagja a választott két pont közötti, gyorsításra fordítandó munka, vagy a lassulásból származó munkavégző képesség. A második tag a választott pontok közötti mozgási energia különbség. A harmadik tag a forgatásra fordítandó munka, vagy a forgásból származó munkavégző képesség. A negyedik a potenciál különbség. Az ötödik a nyomásnövekedés ellenében végzendő munka, vagy a nyomáscsökkenésből származó munkavégző képesség. Végül a hatodik tag a nem-potenciális erők térerőssége (\underline{g}_{II}) ellenében végzendő munka, vagy az abból származó munkavégző képesség. A fentiekből látható, hogy bár a Bernoulli egyenlet az energia megmaradás elvére épül, a tagjai mégsem csak energiák. Ezért a szakirodalomban (pl. [17]-ben) a Bernoulli egyenlet tagjainak összegét Bernoulli összegnek nevezik, és erről mondjuk, hogy az érvényességi körén belül ez az összeg állandó.

A Bernoulli egyenlettel kapcsolatban két, nagyon fontos érvényességi feltételt kell kiemelni: a közeg csak ideális lehet – sűrűdéses áramlásra a fenti egyenlet nem alkalmazható és a két, választott pont között nem lehet energia be- vagy elvezetés. Ez utóbbi feltételt jeleníti meg számszerűen az (I.12) jobb oldalán álló nulla szám, másképpen fogalmazva: e nullának a fizikai jelentése az, hogy nem lehet energia be- vagy elvezetés.

A következőkben általában a Bernoulli egyenlet jelentősen egyszerűsített alakjával számolunk majd:

$$\left[\frac{v^2}{2} + U \right]_1^2 + \int_1^2 \frac{dp}{\rho} = 0 \quad \text{illetve ha } \rho = \text{áll}, \text{ akkor } \Rightarrow \left[\frac{v^2}{2} + U + \frac{p}{\rho} \right]_1^2 = 0; \quad (\text{I.13})$$

Az összenyomható közegek áramlásakor az energia-egyenlet alábbi, igen egyszerű formáját használjuk:

$$\frac{v^2}{2} + c_p T = c_p T_0 = \text{áll}. \quad (\text{I.14})$$

Ez az egyenlet azt mondja ki, hogy az (egységnyi tömeg) kinetikai energiájának és entalpiájának ($c_p T$) összege állandó és (mondjuk) a tartály entalpiával egyenlő. Az egyenlet érvényességéhez – a Bernoulli egyenletnél mondott érvényességi feltételeken túl – a potenciálváltozásnak és az örvényességgel kapcsolatos tagnak is vagy nullának, vagy elhanyagolhatóan kicsinek kell lenni. Hasonlóképpen nem lehet jelen nem-potenciális erőtér és az instacioneritás sem engedhető meg.

A *perdület megmaradás* elvére épülő alap-egyenlethez úgy jutunk el, ha a mozgásmennyiség megmaradására épülő, (I.6) egyenlet minden tagját balról vektorialisan szorozzuk „ \underline{r} ”-rel (az „ \underline{r} ” az általunk választott koordináta rendszer origójától az integrálásban szereplő pontig tartó helyvektor):

$$\int_{(A)} \underline{r} \times (\underline{v} \rho \underline{v}^T d\underline{A}) = \int_{(A)} \underline{r} \times (-p d\underline{A}) + \underline{r} \times \underline{S} + \int_V \underline{r} \times (\rho \underline{g} dV) - \underline{r} \times \underline{T}; \quad (\text{I.15})$$

A baloldalon az időegységre eső perdület-változás található – ez a kiválasztott ellenőrző felületben elhelyezkedő közegre ható, eredő, külső nyomatékkal egyenlő. A jobb oldal első és második tagja a felületi erők nyomatéka, a harmadik a térfogati erők nyomatéka. Végül a jobboldal negyedik tagja az ellenőrző felületen belül elhelyezkedő idegen testre ható, az áramló közegtől eredő nyomaték. Ez, az (I.5) kifejezésnél leírtak analógiájára reakció nyomaték, amit a negatív előjel mutat.

Az (I.15) kifejezés, hasonlóan (I.6)-hoz, csak stacionárius, vagy kvázi-stacionárius áramlásra igaz.

A perdület megmaradás elvére épülnek az aërodinamikában nagyon fontos szerepet betöltő örvény tételek. Definiáljuk a **cirkulációt**:

$$\Gamma = \oint \underline{v} d\underline{s}; \quad (\text{I.16})$$

A cirkulációt elvileg ugyan a Stokes tétel szerint a sebességtér rotációjából is számolhatnánk – e munkában azonban csak olyan cirkulációval vagy más néven örvénnyel foglalkozunk, amely esetében a sebességtér rotációja a végtelenhez tart, miközben a felület, amelyen integrálunk, tart a nullához. Így kapunk egy örvény-szálat vagy általában görbült örvény-vonalat), amelynek cirkulációja Γ és az átmérője nulla.

A gyakorlatban is nagyon fontos az olyan örvény-szál, melyhez sebességi potenciált tudunk rendelni. Végezzük a vizsgálatot síkáramlás esetén, egy „ $r - \vartheta$ ” polár koordináta rendszerben. Ebben a koordináta rendszerben a sebesség rotációja a következőképpen számítható:

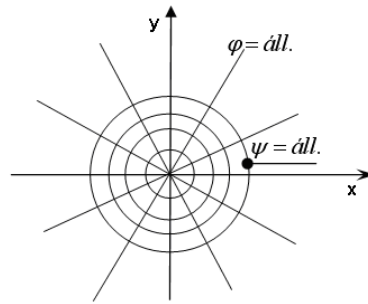
$$\text{rot } v|_z = \frac{v}{r} + \frac{d v}{d r} \quad (\text{vagyis az áramlás hengersizmetrikus}); \quad (\text{I.17})$$

Tegyük fel, hogy ez a rotáció azonosan nulla, akkor (I.17) integrálásával a következőt kapjuk:

$$\frac{v}{r} + \frac{d v}{d r} = 0 \Rightarrow \frac{d v}{v} = -\frac{d r}{r} \Rightarrow v = \frac{K}{r} = \frac{\Gamma}{2\pi r}; \quad (\text{I.18})$$

Könnyen belátható, hogy az (I.18) szerinti sebesség az (M1.4) kifejezésben definiált, örvény komplex potenciáljából számítható sebesség abszolút értékével azonos. Az ilyen, „potenciálos” örvény körül kialakuló áramképet a I.4. ábrán tüntettük fel, a $z_0 = 0 + i0$ esetre – ebben az esetben az örvény középpontja az origó. Az ábrán látható „ $\psi = \text{áll.}$ ” körök az áramvonalak és a „ $\varphi = \text{áll.}$ ” sugárirányú, egyenes vonalak az ekvipotenciális vonalak.

A potenciálos örvény a valóságban nem létezik, hiszen a középpontja szinguláris pont, a középpontjához tartva a sebesség minden határon túl növekszik. Ezzel együtt a következőkben csak potenciálos örvényekkel foglalkozunk.



I.4. ábra – Potenciális örvény körüli áramkép

Vizsgáljuk meg először egy örvény (cirkuláció) időbeli változását:

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{d}{dt} \oint \underline{v} d\underline{s}; \quad (\text{I.19})$$

A differenciálást és az integrálást felcserélve, illetve az Euler egyenletet beírva kapjuk:

$$\frac{d}{dt} \oint \underline{v} d\underline{s} = \oint \frac{d\underline{v}}{dt} d\underline{s} + \oint \underline{v} \frac{d\underline{s}}{dt} = \oint \left(-\frac{\mathbf{grad} p}{\rho} + \underline{g} \right) d\underline{s} + \oint \underline{v} d\underline{v}; \quad (\text{I.20})$$

A fenti kifejezés jobboldalán lévő első tag, állandó sűrűség esetén akkor nulla, ha a \underline{g} térerősségnek van potenciálja. A jobb oldal második tagjáról rögtön látható, hogy az nulla. Ezzel a következő eredményre jutunk:

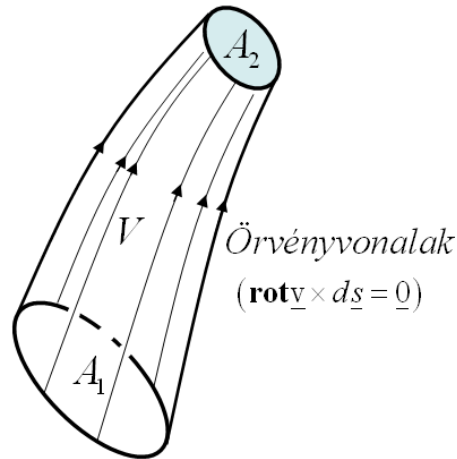
$$\frac{d\Gamma}{dt} = 0, \quad \text{illetve:} \quad \oint \underline{v}^T d\underline{s} = \text{az időben állandó}; \quad (\text{I.21})$$

Az (I.21), *Thomson* (lord *Kelvin*) tétele; kimondja, hogy a cirkuláció értéke – ideális, összenyomhatatlan közeg esetén – egy zárt, folyékony vonal mentén az időtől független. Kelvin tételéből levonható számos következtetés közül az egyik legfontosabb az, hogy a nyugvó térből eredő áramlás örvénymentes, azaz potenciális – mindaddig, amíg például a súrlódás (ezzel kilépünk a tétel érvényességi köréből) ezt meg nem változtatja.

Helmholtz első örvény tételét fizikai megfontolásokra alapozva mondjuk ki. Tegyük fel, hogy a vizsgálatunkban szereplő folyadékokra érvényesek a Kelvin tételnél kimondott feltételek. Akkor, a perdület megmaradásra alapozva kimondhatjuk, hogy a folyadék részecskék forgásállapota nem változik: a nem forgó részecskék nem is fognak forogni, míg a forgó részecskék megtartják a forgásukat – ez *Helmholtz* első örvény tétele. Ennek a tételének több, alternatív megfogalmazása is ismert:

- az örvénycsövek egyúttal áramcsövek is;
- az örvényesség a részecskékhez kötődik (egy örvény azonos részecskékből áll);
- két örvényfelület metszéseként előálló örvényvonal azonos részecskékből áll.

Helmholtz második örvény-tételét a I.5. ábrán látható örvénycső felhasználásával mutatjuk be. Az örvénycső hasonló az áramcsőhöz, csak áramvonal helyett örvényvonalak ($\mathbf{rot} \underline{v} \times d\underline{s} = \underline{0}$) alkotják.



I.5. ábra - Örvénycső

Vektoranalitikai azonosság, hogy $div(\mathbf{rot} \mathbf{v}) = 0$, ezért ennek a mennyiségnek az örvénycső térfogatára (V) vett integrálja is nulla: $\int_V div(\mathbf{rot} \mathbf{v}) dV = 0$.

A Gauss-Osztrogradszkij tételt alkalmazva írható, hogy:

$$\int_V div(\mathbf{rot} \mathbf{v}) dV = \int_A \mathbf{rot} \mathbf{v}^T d\mathbf{A} = 0 \quad \text{illetve ha:} \quad \int_{A_1} \mathbf{rot} \mathbf{v}^T d\mathbf{A} = \Gamma_1$$

továbbá:

$$\int_{A_2} \mathbf{rot} \mathbf{v}^T d\mathbf{A} = \Gamma_2 \Rightarrow \Gamma_1 + \Gamma_2 = 0; \quad \left(\text{mert} \int_{A-A_1-A_2} \mathbf{rot} \mathbf{v}^T d\mathbf{A} = 0 \right) \quad (\text{I.22})$$

Kimondható tehát, hogy a cirkuláció abszolút értéke – egy örvénycső két, örvényvonalakkal nem párhuzamos metszetében – azonos. Ha az örvénycső keresztmetszete nullához tart, akkor az örvényességnek minden határon túl nőnie kellene – ez fizikailag nem lehetséges. Ezért egy örvénycsőnek – ideális folyadékban – a közeg belsejében nem lehet vége: vagy önmagába záródik (ez az *örvénygyűrű*), vagy a közeg határáig tart. Az örvénygyűrűk gyakorlati jelentősége igen nagy, számos műszaki berendezés (főként az örvénygépek) működésében játszanak fontos szerepet – példaként említjük a repülőgép szárnyakat, a rajtuk keletkező hordozó örvény a szárvégeknél leúszó örvényekben folytatódik, és az ún. indulási örvénnyel zárul be.

A gyakorlati alkalmazások szempontjából nagyon fontos egy-egy örvény-szál (Γ) által, valamely „P” pontban indukált sebesség (\underline{w}_i) számítása. Ez a Biot-Savart törvény alapján lehetséges:

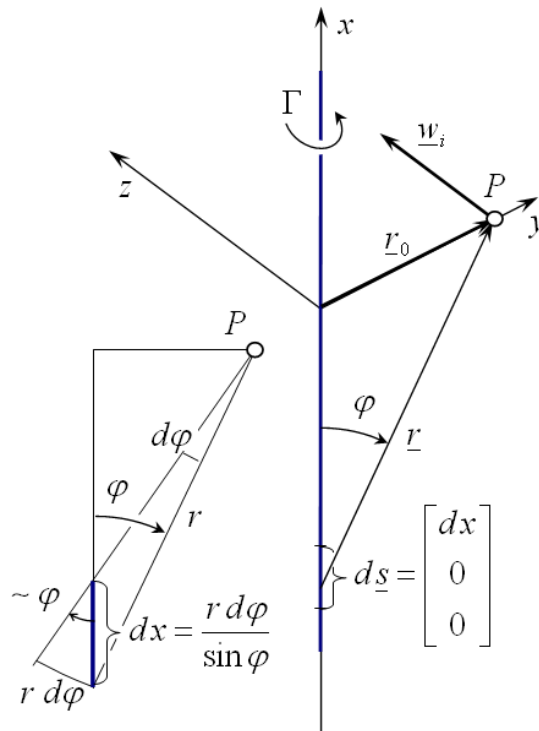
$$\underline{w}_i = \frac{\Gamma}{4\pi} \int_s \frac{d\mathbf{s} \times \underline{r}}{|\underline{r}|^3}; \quad (\text{I.23})$$

Tegyük fel – az egyszerűség kedvéért – hogy az örvény éppen az „ x ” tengely mentén helyezkedik el (I.6. ábra). Ebben az esetben a „ P ” pontban keltett indukált sebességet a Biot-Savart törvény alapján, az alábbiak szerint számíthatjuk:

$$\underline{w}_i|_z = - \frac{\Gamma}{4\pi} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{r \sin \varphi (r d\varphi / \sin \varphi)}{r^3} = - \frac{\Gamma}{4\pi} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{d\varphi}{r}$$

de: $r = r_0 / \sin \varphi$; ezzel:

$$\underline{w}_i|_z = - \frac{\Gamma}{4\pi r_0} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sin \varphi d\varphi = - \frac{\Gamma}{4\pi r_0} [\cos \varphi]_{\varphi_1}^{\varphi_2}$$



I.6. ábra – Egyenes örvény-szál által indukált sebesség

Végeredményben, a mínusz végtelentől ($\varphi_1 \Rightarrow 0$) plusz végtelenig ($\varphi_2 \Rightarrow 180$) terjedő integrál értéke:

$$|\underline{w}_i| = - \frac{\Gamma}{4\pi r_0} [-1-1] = \frac{\Gamma}{2\pi r_0}; \quad (I.24)$$

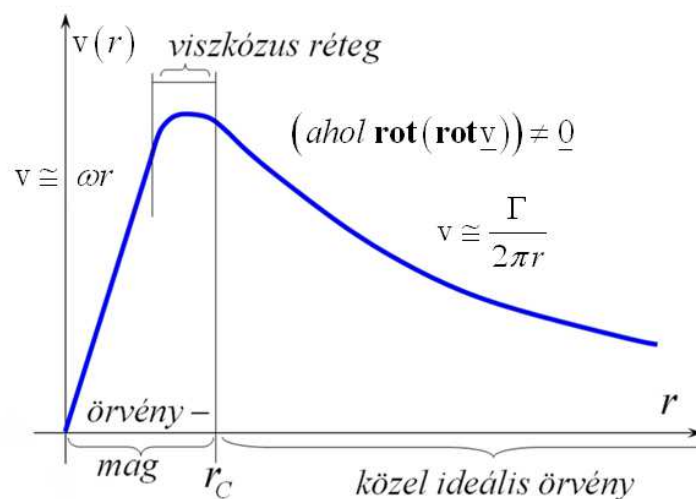
Ugyanerre az eredményre jutottunk az (M1.4)-gyel leírt örvény komplex potenciálja alapján és a potenciálos örvény (I.18)-ban megfogalmazott esetében. (Megjegyzendő, hogy a síkáramlásbeli „ r ” azonos a térbeli áramlásban – I.6. ábra – értelmezett „ r_0 ”-lal.) A térbeli és a síkáramlás viszonya célszerűen úgy képzelhető el, hogy a síkáramlás – amelyet a potenciálos örvény bevezetésénél kikötöttünk – általában nem egy kétméretű tartományban (síkon) jön létre, hanem azt jelenti, hogy a szóban forgó síkra merőleges irányban semmi sem változik. Azaz az áramlás olyan háromméretű áramlás, amelynek minden síkmetszetben azonos áramkép alakul ki.

Az (I.24)-gyel adott indukált-sebesség számítási kifejezés szinte minden, az örvényesség felhasználásán alapuló numerikus feladatban előfordul. Számos szakmunkában foglalkoznak ennek az integrálnak a zárt alakú vagy numerikus kiszámítási lehetőségeivel.

Az örvény (vagy a cirkuláció) lehet kötött és lehet szabad. A kötött örvényt a profilhoz, szárnyhoz rögzítve képzeljük el, és ezt az örvényt kapcsoljuk össze a felhajtóerő keletkezésével is. Ezt, matematikailag az „I. Melléklet”-ben, az (M1.5) kifejezés, a Kutta-Zsukovszkij tétel írja le. A tétel szerint a felhajtóerő (\underline{L}) akkor és csak akkor létezik, ha van kötött örvény (Γ), illetve a felhajtóerő és a kötött örvény között egyenes arányosság áll fenn. Emiatt a kapcsolódás miatt a kötött örvényt, a repülésben hordozó örvénynek is nevezik.

A hordozó örvény – egyszerű elképzelés szerint – végighúzódik a (forgó)szárny hosszában. Ahol a hordozó örvény megváltozik ott a változással ellentétes értelmű ún. leúszó örvény úszik le. A már korábban is említett örvénygyűrűt az áramlás megindulásakor keletkező indulási örvény zárja be. A leúszó és az indulási örvény egyaránt szabad örvény. A szabad örvényt másképpen erőmentes örvénynek nevezzük – mivel a szabad örvény az őt tartalmazó közeggel együtt mozog.

A teljesség kedvéért tekintsük egy valóságos (nem potenciális) örvény vázlatos szerkezetét (I.7. ábra). Ennek az örvénynek a külső, az örvénymagon kívüli része jó közelítéssel olyan sebességmezőt indukál, mint a potenciális örvény. Ebben a tartományban tehát a potenciális örvény jó közelítés lehet. Az örvénymagban azonban az indukált sebességet az (I.23), (I.24) és az (I.18) képlettel nem szabad számolni, ez akár rendkívül nagy eltérésre is vezethet!



I.7. ábra – Valóságos örvény

Az örvény közepén létrejön egy örvény-mag. Ennek a belső részében a közeg megközelítően merev test-szerűen forog, emiatt a valóságos örvény közepén a sebesség nulla - szemben a potenciális örvénnyel, ahol a középpont felé haladva a sebesség a (fizikailag lehetetlen) végtelenhez tart.

Az örvénymag külső részén lesz egy zóna, ahol \mathbf{rot}_y a merevtest-szerű forgásnak megfelelő, állandó értékről a potenciális örvényben adódó nulla értékre változik (csökken). Emiatt $\mathbf{rot}(\mathbf{rot}_y) \neq 0$ lesz, és ez pontosan az az eset, amikor a közegben csúsztató feszültség keletkezik. A csúsztató feszültség miatt a közeg energiája disszipálódik, ami az örvénymag átmérőjének növekedését és a legnagyobb sebesség csökkenését (az örvény ellaposodását) okozza. Ezt nevezzük az örvény öregedésének. Érdeemes megjegyezni, hogy az örvény öregedése az alapáramlás turbulenciájának fokozódásával gyorsul.

II. Szárnyprofilok, szárnyak

II.1. Bevezetés

A könyvben alapvetően légcsavarok, vízszintes tengelyű szélkerekek és rotorok aërodinamikai viselkedésével foglalkozunk – ezeket összefoglalóan forgószárnynak nevezzük. A forgószárnyak lapátjai – szárnyprofilokból épülnek fel és véges (forgó) szárnyként működnek. Ezért a következőkben, ebben a fejezetben összefoglaljuk a szárnyprofilok vagy másképpen a szárnymetszetek számunkra legfontosabb aërodinamikai tulajdonságait. Ez, természetesen csak a leglényegesebbnek ítélt sajátosságokra terjed ki – a szárnyprofilokkal kapcsolatos ismertek igen kiterjedtek, ezek mélyebb megismerése a vonatkozó szakirodalomból lehetséges. Ezen túl a fejezetben szó lesz még a véges szárnyak (szintén csak legfontosabb) tulajdonságairól is.

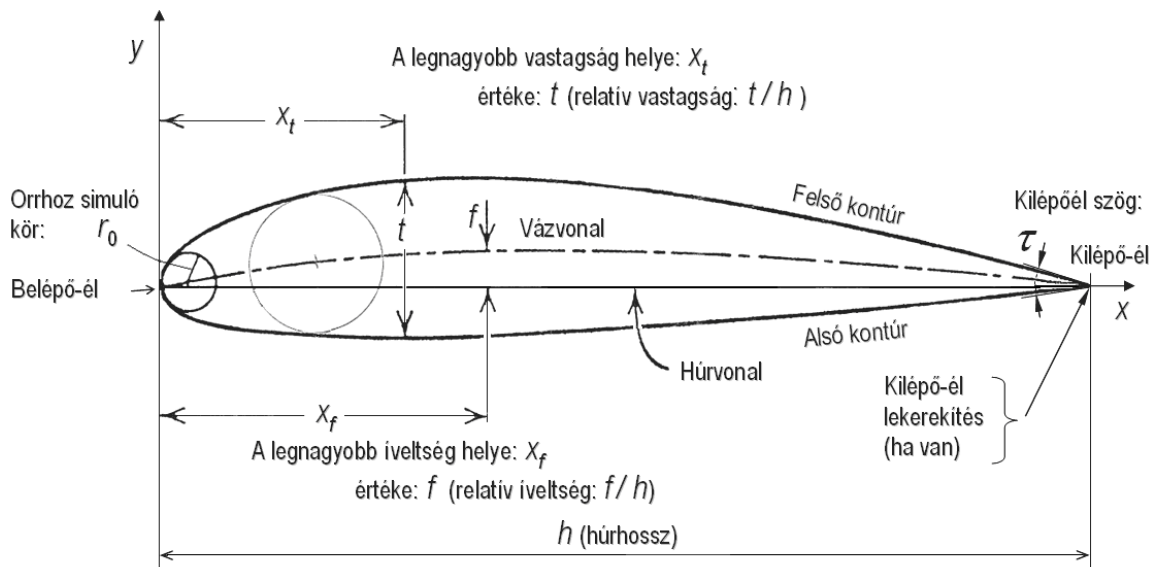
Az általunk vizsgált forgószárnyak általában mérsékelt sebességű áramlásban működnek. Ritkán fordul csak elő, hogy a helyi áramlási sebesség megközelíti, vagy valamelyest átlépi a helyi hangsebességet. Ezért a következőkben csak a mérsékelt sebességek esetében alkalmazott szárnyprofilokkal foglalkozunk.

A szárnyprofilok – mint látható – a szárnyak és így a forgószárnyak alapvető építő elemei. Ezért **nagyon fontos, hogy törekedjünk a profiljellemezők lehető legpontosabb meghatározására.** Ez, általában igen nehéz feladat. Figyelembe kell venni például, hogy a szárnymetszetek alapvetően 3 dimenziós, adott esetben instacionárius áramlásban, változó Reynolds, illetve Mach szám mellett működnek, a felületi érdességük az üzemük során akár jelentősen is változik és a forgószárny lapátok áramlási viszonyait – főleg a határreteg viselkedését – a forgás miatti centrifugális erő is jelentősen befolyásolja. Továbbá az is jelentős probléma, hogy a forgószárny lapátok sokszor különböző profilokból épülnek fel, ezért az egyes zónák között átmeneti profilokat kell kialakítani, illetve vizsgálni. Megjegyezzük, hogy a szakirodalomban közölt mérések sem mindig megbízhatók, előfordul, hogy egy szárnymetszet két, egyébként azonos körülmények közötti mérésből származó adatai különböznek. Ezért nyilvánvaló, hogy a vizsgálatainkban csak közelítésekkel dolgozhatunk, illetve végeredményben a tényleges tulajdonságokat a kész forgószárny működési jellemzőinek mérésével lehet meghatározni. Nagyon ajánlatos, hogy a mérések eredményeiből levonható következtetések alapján – ha erre mód van – levonjuk az elméleti vizsgálatra vonatkozó konzekvenciákat. A tapasztalatok rendszerezett gyűjtése és hasznosítása alapvető jelentőségű!

A szárnyprofilokkal kapcsolatban, a profil körüli áramlás alakulásának, a felhajtóerő keletkezésének és ezzel összefüggő további kérdéseknek a Szerző szerinti magyarázata az I. Mellékletben olvasható.

II.2. A szárnyprofilok geometriai jellemzői

A mérsékelt (általában hangsebesség alatti) sebességű áramlásban működő szárnyprofilok vagy szárnymetszetek (röviden profilok vagy metszetek) egy lehetséges, jellegzetes kontúrja a II.1. ábrán látható. A teljes kontúr az alsó és felső kontúrból áll, ezekhez simul elöl az orrhoz simuló kör, hátul a kilépőél lekerekítését jelentő kör. Az ábrán egy, jellegzetes alak látható, de a gyakorlatban természetesen sok, különböző mértékben eltérő kontúrral találkozhatunk. Különösen a kilépőél kialakítása lehet másféle, helikopter rotorlapát profilok vagy szélkerék lapát tőprofilok kilépő része akár jelentősen is különbözhet az ábrán vázolt kialakítástól.



II.1. ábra – Szárnyprofil geometriai jellemzői

A II.1. ábrán vázolt profilt az $x-y$ derékszögű koordinátarendszerben ábrázoltuk. A koordinátarendszer origója éppen a profil orrpontja, az orrhoz simuló kör legelső pontja. A profil ezzel ellentétes végpontja a kilépőél pont. E két pontot összekötő egyenest nevezük a szárnymetszet húrjának (húrvonalnak) és gyakran – de nem minden esetben – e két ponton megy át a koordináta rendszer x tengelye is.

Az alsó és felső kontúr közé berajzolható a kontúrokat érintő körök sorozata. Az érintő körök középpontjai pedig kirajzolják a profil vázvonalát. Ez általában görbe vonal, a húrtól való legnagyobb távolságát nevezük íveltségnek. Megjegyezzük, hogy például szimmetrikus profilok esetén (pl. NACA 0012 – lásd II.10. és II.11. ábra, illetve pl. [22]) a vázvonal egyenes és egybeesik a húrvonallal. Léteznek továbbá ún. „S” profilok (II.30. ábra), amelynek vázvonala a húr felett és alatt is halad.

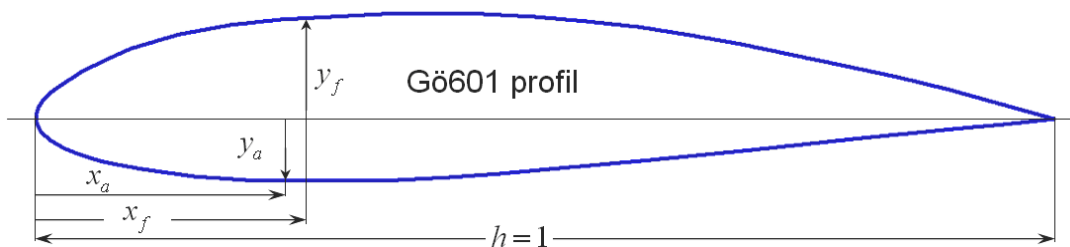
Elméletileg létezhetnek végtelen vékony profilok is, ilyen metszete van pl. a síklapnak vagy az ívelt lapnak. A repülés hajnalán, egyes repülőgépeknél ezeket közelítő profilokat alkalmaztak. Síklapot vagy még inkább ívelt lapot közelítő profilt alapvetően kisméretű, örvénygépeknél (pl. kis ventilátorok) ma is alkalmaznak.

II. Szárnyprofilok, szárnyak

A II.1. ábrán látható, hogy a vázvonatra általában körök rajzolhatók. Ez mutatja, hogy a profilok vastagságát. A vastagság legnagyobb értékét t -vel jelöljük.

A valóságos szárnymetszetek fontos geometriai jellemzője az általában nullánál nagyobb kilépőél szög (τ). Az elméleti vizsgálatok keretében, a Zsukovszkij profilok esetében például nulla kilépőél szöget kapunk. Ez a gyakorlatban, nyilvánvalóan nem valósítható meg, így a Zsukovszkij profilok alapvetően elméleti jelentőséggel bírnak, bár modern helikopter rotorlapát profiloknál előfordul, hogy a profil rövid, vékony síklapban végződik. Ebben az esetben a kilépőél szög közel nullának vehető.

A profilok megadása leggyakrabban a kontúrnak a megadásával történik: például a profil alsó és felső kontúrjának pontjait egy táblázatban tüntetik fel (II.2. ábra és II.1. táblázat). Természetesen, több, másféle profilmegadási mód is létezik.



II.2. ábra – Göttingen-i 601-es profil

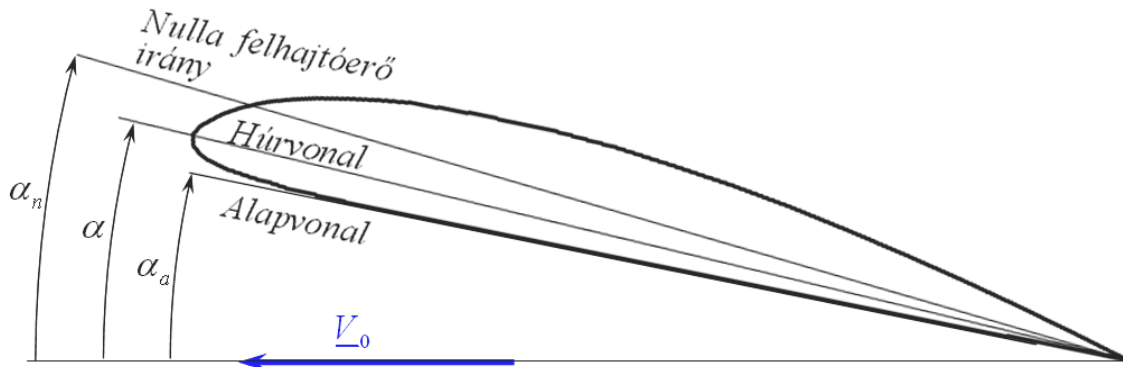
II.1. Táblázat: Göttingen-i 601-es profil koordinátái

x_f	y_f	x_a	y_a
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.01032	0.02203	0.01463	-0.02104
0.02191	0.03119	0.02785	-0.02822
0.04542	0.04604	0.05384	-0.03812
0.06923	0.05792	0.07948	-0.04455
0.09324	0.06782	0.10487	-0.04851
0.14180	0.08218	0.15557	-0.05544
0.19091	0.09109	0.20596	-0.05940
0.29007	0.09950	0.30606	-0.06039
0.38977	0.10247	0.40571	-0.05693
0.49011	0.09901	0.50486	-0.04851
0.59110	0.08911	0.60397	-0.03960
0.69273	0.07277	0.70298	-0.02970
0.79486	0.05148	0.80199	-0.01980
0.89718	0.02822	0.90099	-0.00990
0.94862	0.01386	0.95050	-0.00495
1.00000	0.00000	1.00000	0.00000

A II.1. táblázatban az első sor az orrpontot, az utolsó sor pedig a kilépőél-pontot jelenti. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy az alsó és a felső kontúrponatok „ x ” koordinátája általában nem azonos. Előfordul, hogy a profil kontúrponkjain kívül megadják a profil

további jellemzőit (pl. orr és kilépőél lekerekítés, felületi súlypont, keresztmetszeti tényezők stb. – az utóbbiak alapvetően homogén szerkezetű szárnyak esetében, pl. fa légcsonkak fontosak).

Másfajta profil megadási módra példa a [30] 177. oldalán található III. táblázat, amelyben a NACA 2R200 profil vázvonala koordinátáit, illetve a kontúrponok erre merőleges távolságait adják meg.



II.3. ábra – Állásszög

A szárnyprofilok rendkívül fontos (változó) jellemzője az állásszög. Ez a II.3. ábra szerinti sebesség egyenesétől leggyakrabban a húrvonalig rajzolható szög (α). Ebben a munkában, az általános eljárásnak megfelelően az elmozdulások mellett az elfordulásoknak is van pozitív értelme. Ennek megfelelően a II.3. ábrán látható állásszögek pozitívak. Egy állásszög negatív, ha a forgásiránya a II.3. ábrán bemutatottal ellentétes.

Néhány esetben, különösen akkor, ha van a profilnak alapvonala (ilyen pl. a II.3. ábrán látható, Clark-Y profil alsó egyenes kontúrszakasza által meghatározott vonal), az állásszöget az alapvonalától is mérhetik (α_a).

Általában meghatározható egy irány, ahonnan, ha a szárnymetszetet megfúvás éri, nem keletkezik felhajtóerő. Ez a „nulla felhajtóerő irány”. A forgószárnyaknál – ahol egyelőre általában olyan szárnyakat alkalmaznak, amelyeken nincsenek mozgó elemek – a nulla felhajtóerő irány rögzíthető. Az aerodinamikai számítások szempontjából pedig – ha erre mód van – előnyös az állásszöget ettől, a nulla felhajtóerő iránytól mérni (α_n). A különböző állásszögek egymás közti átszámítása egyszerű feladat, tekintetbe kell azonban venni azt, hogy a forrásanyagban, ahonnan a profil adatai származnak, hogyan lett az állásszög definiálva.

II.3. A forgószárnyaknál fontos hasonlósági számok

Itt a hasonlóságelmélet – amely meglehetősen kiterjedt tudomány – néhány, szorosan a munka témáját illető kérdésével foglalkozunk csak. Ez az elmélet – amint az elnevezése is mutatja – áramlástani, aërodinamikai jelenségek összehasonlíthatóságával foglalkozik. Kritériumokat állapít meg, melyek betartása esetén két (vagy több) jelenséget hasonlónak minősíthetünk. Amennyiben hasonlóság áll fenn, akkor az egyik, általában már ismert jelenségből következtethetünk a másik jelenség lefolyására. Ezen a módon a hasonlóságelmélet a tájékozódást, a számításokat szolgálja.

A hasonlóságelmélet nagyon fontos konkrét alkalmazása a mérési eredmények felhasználhatóságának megállapítása. Alapvetően a Navier-Stokes egyenlet (ez az (I.8) kifejezés, itt nem részletezzük, de pl. a [10].–[21] mindegyikében részletes ismeretek találhatók) segítségével vezethetjük be a számunkra fontos hasonlósági kritériumokat. Tekintsük először a tehetetlenségi és a súrlódási erők viszonyát jellemző hányadost:

$$Re = \frac{v h}{\nu} \quad (\text{II.1})$$

Ez az „ Re ”-vel jelölt, Reynolds szám (ahol v az áramlás sebessége, h az általunk vizsgált területnek megfelelően a húr hossz és ν a levegő kinematikai viszkozitása). Példaként tekintsük: 20 C^0 -on, 1 bar nyomáson a levegő kinematikai viszkozitása $1.51 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, dinamikai viszkozitása pedig $1.84 \cdot 10^{-5} \text{ N s/m}^2$). Megemlítjük, hogy statisztikus mechanikai értelemben a Reynolds szám a makroszkopikus sebesség és hosszúság, illetve a mikroszkopikus sebesség (a részecskék hőmozgásának átlagsebessége) és a hosszúság (közepes szabad úthossz) hányadosával arányos:

$$Re \sim \frac{v h}{v_{rh} r_{ksz}}; \quad (\text{II.2})$$

ahol: v_{rh} - a részecskék rendezetlen hőmozgásának átlagsebessége;

r_{ksz} - a részecskék közepes szabad úthossza.

A tehetetlenségi és a nyomásváltozásból származó erőket jellemző hányados:

$$Eu = \frac{v^2 \rho}{p} \quad (\text{II.3})$$

Ez az Euler-szám (ahol v az áramlás sebessége, ρ a közeg, itt levegő sűrűsége és p a statikus nyomás). Az Euler szám segítségével – bár hasonlósági kritériumként kevésbé közismert, mint a Reynolds szám – definiáljuk a felhajtóerő tényezőt, az ellenállás tényezőt továbbá a nyomatéki tényezőt is. Amikor ezekkel a tényezőkkel számolunk, akkor lényegében az Euler számot (is) alkalmazzuk!

A tehetetlenségi és a térerősségből származó erőket jellemző hányados a Froude szám:

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{\ell g}}; \quad (\text{II.4})$$

II. Szárnyprofilok, szárnyak

A Froude szám például szabad felszínű áramlások esetében fontos: ezért ezt a hasonlósági kritériumot gyakran alkalmazzák a hajók áramlástani vizsgálatában. Ide az összenyomhatóság megállapításában játszott szerepe miatt került be.

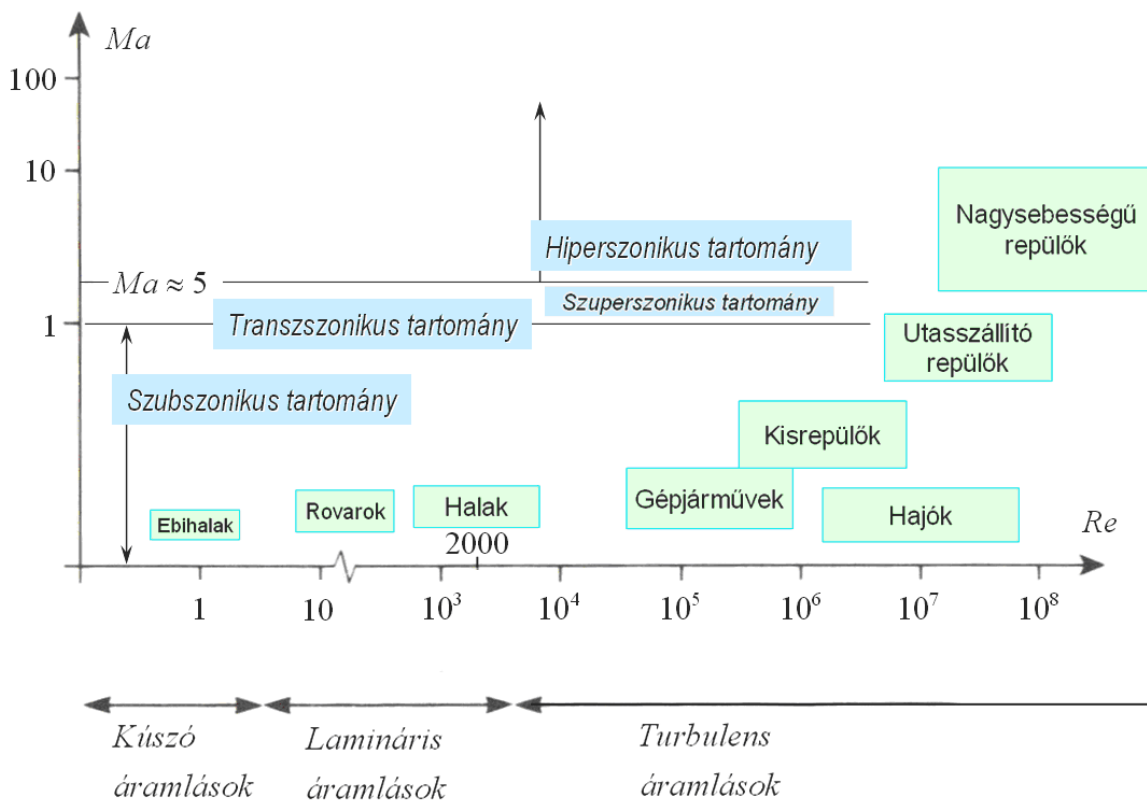
Vezessük be végezetül az összenyomhatóság esetében döntő fontosságú Mach számot – ez a sebesség (v) és a hangsebesség (a) viszonya:

$$Ma = v/a ; \quad (II.5)$$

Amennyiben a Mach szám kisebb, mint egy, akkor hangsebesség alatti (szubszonikus) áramlásról beszélünk. Ha az áramlásra jellemző Mach szám értéke egy körüli, akkor hangsebesség körüli (transzszonikus) áramlásról beszélünk. Egynél nagyobb Mach szám esetén hangsebesség feletti (szuperszonikus), egynél sokkal nagyobb Mach szám esetén pedig szintén hangsebesség feletti, de hiperszonikus az áramlás. Az általunk vizsgálni kívánt forgószárnyak esetében mindig szubszonikus áramlást tételezünk fel, bár, különösen a helikopter főrotorok esetében, a lapátvégen sokszor transzszonikus, ritkán szuperszonikus áramlás is kialakulhat. Ugyanez lehet igaz egyes légcsavarak lapátvégeire is.

Az összenyomható közegek áramlásának hasonlóságához a fentiekén túl még az adiabatikus kitevő (κ) azonossága is szükséges.

Az eddig említett összes esetben a hasonlósághoz még a geometriai hasonlóság is szükséges.



II.4. ábra – Reynolds és Mach szám tartományok

A hasonlóság a hasonlósági kritériumok teljesítésével érhető el. A gyakorlatban az összes kritérium egyidejű teljesítése – a triviális esettől eltekintve – nem lehetséges. Ezért szokás az egyes hasonlósági számoknál azt hangsúlyozni, hogy mely problémakörben fontosak. Ez ad gyakorlati iránymutatást arra, hogy egy, adott esetben hogyan rangsoroljuk a hasonlósági kritériumokat. Elsősorban a legfontosabbnak tartott kritériumok betartására kell törekedni. Számunkra – a geometriai hasonlóságot kiindulási alapként tekintve – ez az **Euler szám**, a **Reynolds szám** és a **Mach szám**, ezek azonossága döntő fontosságú. Az adiabatikus kitevő általában, a közeg (levegő) azonossága miatt azonos. Ha ezután mód van rá akkor érdemes foglalkozni a többi kritériummal is.

A II.4. ábrán – kiemelendő, illetve hangsúlyozandó a két, nagyon fontosabb kritérium jelentőségét – néhány, jellemző Reynolds számot, illetve Mach számot tüntettünk fel. A „Természet” nagyjából az ábra bal alsó sarkában látható; az emberkéz alkotta járművek jobb oldalon, illetve magasabban is találhatóak – ezekben az esetekben a Reynolds szám, illetve a Mach szám, néhány esetben pedig mindkettő nagyobb, vagy jelentősen nagyobb, mint a természetben előforduló mozgásformákhoz tartozó jellemző számok. A II.4. ábra, a létező példák közül természetesen csak néhányat mutat be.

Az időben változó folyamatok esetében fontos, hogy a hasonló jelenségeknél az időlépték is hasonló legyen. Legyen a változó folyamat (pillanatnyi) frekvenciája f , a jellemző méret az általunk vizsgált problémakörre tekintettel a húr hossz: h . Ezzel, v sebességű áramlásban a Strouhal szám az alábbi formában írható:

$$Sr = \frac{f h}{v}; \quad (\text{II.6})$$

Az érdekesség kedvéért megjegyezzük, hogy a *hengeres testek* mögött kialakuló, Kármán féle örvénysor esetén az örvényleválás frekvenciáját a Strouhal szám segítségével számíthatjuk ki:

$$f = \frac{Sr v}{d} \left(= \frac{Sr v}{d^2} Re \right)$$

A frekvencia fenti kifejezésében a d a hengeres test átmérője, illetve a Reynolds számot a $Re = vd/\nu$ kifejezéssel számoljuk. Közelítőleg mondhatjuk, hogy a $10^2 < Re < 10^5$ Reynolds szám tartományban a fenti Strouhal szám értéke 0.2 körülire vehető. Illetve, ebből következően adott henger esetén a frekvencia – ebben a Reynolds szám tartományban – közelítőleg egyenesen arányos az aktuális Reynolds számmal.

A szakirodalom (pl. [5]) szerint egy közeg összenyomhatatlannak tekinthető, ha az alábbi kritériumok teljesülnek:

$$Ma \ll 1 \quad \text{vagy} \quad (Ma/Fr)^2 \ll 1 \quad \text{és} \quad Ma^2/Re \ll 1 \quad (\text{II.7})$$

II.4. A határréteg elmélet elemei

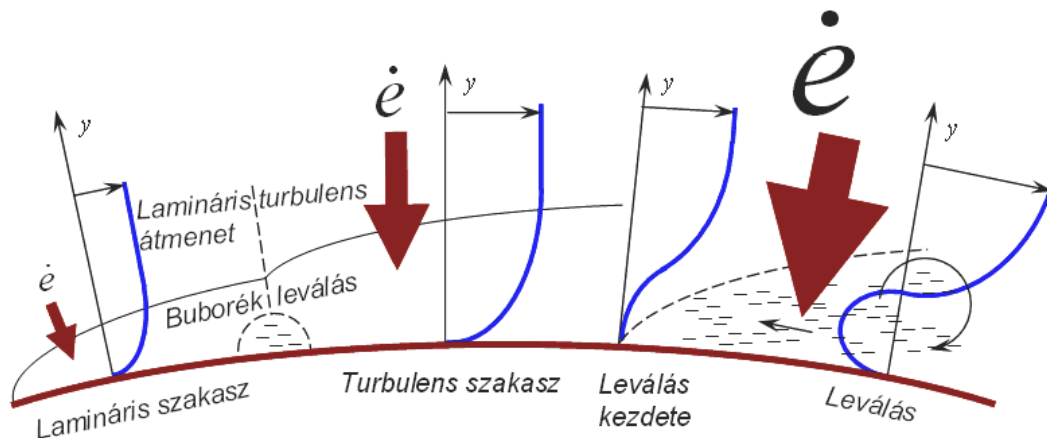
A határréteg egy olyan, általában jól körülhatárolható áramlási zóna, ahol a csúsztató feszültség hatása jelentős. Itt meg kell jegyezni, hogy a csúsztató feszültség keletkezésének szükséges és elégséges feltétele: egyrészt a közeg legyen viszkózus (ez mindig teljesül, de esetenként eltekintünk tőle \Rightarrow ideális közeg), másrészt léteznie kell sebesség-különbségnek. Viszkózus folyadék estében például, hidrosztatikai probléma esetében nem keletkezik csúsztató feszültség, mivel nincs sebesség különbség.

A gyakorlatban létrejövő áramlásokban sokszor igen kiterjedten találhatók olyan zónák, amelyekben a sebesség alig változik. Ezekben a zónákban a csúsztató feszültség elhanyagolhatóan kicsi – itt ideális közeggel számolhatunk. Az áramlások fennmaradó része a határréteg, ahol a súrlódás hatását feltétlenül figyelembe kell venni. Az áramlási tartományok ilyenét felosztása Prandtl-tól származik, aki ezt a tudományterületet „Határréteg elmélet” elnevezéssel 1904-ben indította útjára.

Másik oldalról közelítve a határrétegben jelentős sebességváltozást találunk, ilyen pl. egy szilárd test felszínéhez közeli réteg. Innen származik a határréteg vagy másképpen a fali réteg elnevezés is. Természetesen másfajta határréteg is létezik: csak megemlítjük, hogy a hőmérséklet változás alapján termikus határréteg is definiálható.

Alapvetően fontos, hogy **a határrétegben, a falra merőleges irányban**, hacsak az áramlás görbülete elég kicsi, **a statikus nyomás nem változik!** E feltétel segítségével illeszthető össze az ideális közegekkel, illetve a határréteggel végzett számítás.

A szakirodalomban (pl. a [10].–[21]) több, különböző határréteg vastagság fogalmat definiálnak. (Létezik pl. kiszorítási, impulzus és energia vastagság is.) Itt a legegyszerűbb, legközkeletűbb vastagság fogalmat vezetjük csak be. Ez az a faltól mért távolság, ahol a sebesség éppen 1%-kal tér el az ideális közeg esetén érvényes sebességtől. Megjegyzendő, hogy a határréteg vastagsága jelentős mértékben a Reynolds szám függvénye.



II.5. ábra – A határréteg szakaszai, leválások

A következőkben a leggyakoribbnak tekinthető, a szilárd fal mellett kialakuló határrétegről – más néven fali rétegről – lesz szó. Ez alapvetően **réteges** (lamináris) vagy **gomolygó** (turbulens) lehet.

A határrétegre jellemző, hogy benne csúsztató feszültségek, illetve ebből eredően örvények keletkezhetnek. A turbulens, gomolygó határrétegben, a falra merőleges irányban a hőmozgásból származó transzport mellett az örvények miatti, további anyag, mozgásmennyiség, energia transzport, illetve hőáram is létrejön. Gomolygó áramlásban a teljes transzport döntő részét a turbulens transzport teszi ki.

A szilárd fal és a közeg között kialakuló csúsztató feszültség, amely az áramlást (általában) fékezi, egyúttal energiát is elvon a közegtől. (Speciális esetekben, a megfelelő módon mozgó fal energiát is közölhet.) További, igen fontos energia igényt jelent a nyomásnövekedés, amit a közeg mozgási energiájának (sebességének) csökkenése fedez. Az energiaáram, természetesen, csak olyan mértékben lehetséges, amilyet a határréteg áramlási viszonyai megengednek. Ennél nagyobb energia elvonás, energia igény esetén az áramlás jellege megváltozik, úgy, ahogyan azt az energia elvonás vagy igény szükségessé teszi.

A „fali réteg” típusú határrétegben a közeg a falnak energiát ad át, amely energiát a fallal párhuzamos áramlásra merőlegesen, főként a részecske-transzport következtében létrejövő energia-áram fedez. Ez az energia a falat – általában kis mértékben – melegíti.

A lamináris határrétegben ez az energia transzport – mivel csak a rendezetlen hőmozgáson alapul – kicsi. Ezt az energia transzportot jelzi a II.5. ábrán, a „lamináris szakasz” felirat felett látható, kisméretű *ε* szimbólum és nyíl. Néhány esetben, a teljes áramképben csak lamináris határréteget találunk, azonban ez elég ritka. A lamináris határréteg fenti sajátosságai miatt a falon keletkező csúsztató feszültség általában és viszonylag kicsi. Adott esetben ezért törekednek a lamináris határréteg minél hosszabb szakaszon történő fenntartására (pl. lamináris profilok). Ez, például a faltól távolabbi, potenciáláramlás sebességének növekedésén keresztül érhető el, ami a profilok vastagság-eloszlásának megfelelő megválasztásával válik lehetővé.

A lamináris szakasz végén – amennyiben olyanok az áramlási viszonyok (pl. erősen görbült belépő élű szárnyprofil első, felső szakasza), ahol a nyomásnövekedés is jelentős – előállhat (*de csak speciális körülmények esetén*) buborék leválás (II.5. ábra). Ebben az esetben az áramlás nem tudja a kontúrt tovább követni és leválik (a fal mellett az eredetivel ellentétes irányú, visszaáramlás indul meg). Ez a buborék leválás egyúttal a turbulens szakasz kezdete is lesz. A turbulens szakaszban az energia transzport a turbulens sebesség-ingadozásokon keresztül valósul meg, azért ez az energia transzport sokkal (esetenként több nagyságrenddel) nagyobb, mint a lamináris szakaszon volt, ezért ez az energia transzport általában képes az áramlást visszasimítani, ezzel a buborék leválást lezárni. Ezt a fajta leválást éppen ezért nevezzük buborék leválásnak, mivel viszonylag rövid szakasz után véget is ér. A II.5. ábrán csak a teljesség kedvéért tüntettük fel a buborék leválást is, ez a fajta leválás *nem minden esetben jön létre!* Sőt a gyakorlatban előforduló esetek igen nagy részében *nem* találkozunk vele! A buborék leválás egyébként az áramlás teljes leválásának kiinduló pontja lehet – ezt nevezzük belépőél átesésnek, mivel ebben az esetben a leválás a belépőél közeléből indul.

A lamináris határréteg – amikor már nem képes a szükséges energia transzportra – turbulenssé válik. Ezt átmenetnek nevezzük és más kritériumok mellett esetenként kritikus Reynolds számmal jellemezhetjük. Mivel a turbulens mozgás nagyságrendekkel is intenzívebb lehet, mint a hőmozgás, azért itt az energia transzport is (sokkal) intenzívebb. Ezt jelzi a II.5. ábrán, a „turbulens szakasz” felirat feletti, közepes méretű ϵ szimbólum és nyíl. Sok, gyakorlati esetben lamináris és turbulens határréteg szakasz alakul csak ki. Tulajdonképpen ez az átlagos eset, például ilyen egy mérsékelt állásszögön működő szárnyprofil körüli áramlás. A turbulens határréteg esetében, a falon keletkező csúsztató feszültség nagyobb, esetleg sokkal nagyobb, mint a lamináris határrétegnél.

A lamináris-turbulens átmenetet igen egyszerű esetekben valamely (kritikus) Reynolds számmal jellemezhetjük – a valósághoz jobban közelítő esetekben összetettebb – itt nem tárgyalható – kritériumok alapján dönthető el az átmenet helye. Azt azért el kell mondani, hogy a kísérletek tanúsága szerint a valóságban ez az átmenet egy bizonyos tartományon belül, előre-hátra vándorol, igazából nincs egyetlen átmenet-pont, hanem általában egy zónát lehet kijelölni. Adott esetben, ahol ez a fontos, lehet átmeneti pontot előállítani, például egy, a felületen elhelyezett turbulenciát keltő objektummal. Ilyen lehet például a zárttéri repülő modellek szárnyának (ezeknél a Reynolds szám nagyon kicsi) belépő élénél, a belépő éllel párhuzamosan elhelyezett cérnaszál, amely az ebben az esetben létrejövő, igen kis sebességű áramlásban kialakuló határréteget turbulenssé teszi. De ilyen példa a Természetből egyes repülő rovarok szárnya is, amelyeken szintén turbulenciát keltő részeket találunk. Hasonlóképpen ilyenek a legmodernebb, esetleg aktív módon működő határréteg szabályozó, vezérlő szerkezetek, kis örvénygenerátorok.

Előfordul azonban, hogy a test kontúrja mentén olyan erősen növekszik a nyomás, hogy a turbulens energia transzport sem képes az áramlást fenntartani. Az energia fogyását a határréteg sebesség profilja jelzi: a testhez közeli rétegekben a sebesség és ezzel a kinetikai energia csökken – a II.5. ábra szerinti, a „Leválás kezdete” jelzésű helyen a sebesség-profil érintője a falra merőleges lesz. Ez azt jelenti, hogy itt a csúsztató feszültség értéke nullára csökken. Ettől a ponttól kezdve alakul ki a leválási zóna, ahol akár makroszkopikus méretű örvények is előállhatnak. Az energia transzport itt még sokkal-sokkal intenzívebb. Ezt jelzi a II.5. ábrán, a „leválás” felírás feletti, nagyméretű ϵ szimbólum és nyíl. Az általunk vizsgált esetek ezzel a három áramlástípussal teljes körűen jellemezhetők. A leválásban, az örvénylésnek köszönhetően, a közeg statikus nyomása általában csökken. Az alacsonyabb nyomás miatt, a lamináris és a turbulens esetben tárgyalt súrlódási feszültség mellett a nyomáskülönbségen alapuló, úgynevezett alakellenállás is fellép. Ez, általában a teljes ellenállás drasztikus növekedéséhez vezet. A kilépő éltől induló és azután – például az állásszög további növekedésével – a teljes profilra kiterjedő leválást nevezzük kilépőél átesésnek.

A leválási zónában, az igen intenzív örvénylés elegendően nagy energia áramot biztosít, így ez az áramlási forma – az általunk vizsgált területeken – már mindenütt elegendő, ennél tovább nem kell mennünk. Az áramlás leválása és az ezzel kapcsolatos örvények számos, komoly technikai problémát okozhatnak – ilyen lehet például egy repülőgép szárnyról, a leválás miatt leúszó örvények gerjesztő hatása következtében, a farokfelületen előálló rezgés (rázás vagy lobogás).

A leválást különböző módszerekkel szabályozni, késleltetni lehet: a határréteg elszívásával például az energiáját vesztett közeg helyére friss közeg kerül. Egy másik lehetséges eljárás szerint a határrétegbe nagy energiájú (rendszerint nagy sebességű) közeget juttatva szintén késleltethető a leválás. Ezt az eljárást határréteg lefúvásnak is nevezik. Ezek a megoldások inkább a repülésben használatosak, a forgószárnyaknál kevésbé terjedtek el. A leválás késleltethető például turbulencia (örvény) generátorokkal is: ilyen kialakításokat forgószárnyaknál (pl. szélkerék lapátok) is találunk!

A határréteg lamináris (réteges) vagy turbulens (gomolygó) jellege a teljes test körüli áramlásra is, adott esetben igen jelentős mértékben visszahat. Ezért a határrétegbeli áramlás változtatásával, viszonylag kis energiával például jelentős erő- (nyomaték) változást idézhetünk elő.

A szakirodalomban vizsgált, henger és gömb körüli áramlás esetén az áramképet, és ezzel a nyomáseloszlást illetve az ellenállás tényezőt is igen nagy-mértékben módosítja a határréteg jellege. A kritikus Reynolds szám feletti áramlásban, amikor a kezdeti lamináris határréteg után egy turbulens határréteg szakasz is kialakul, az ellenállás tényező értéke hirtelen, jelenős mértékben lecsökken. Ennek a ténynek a gyakorlati vonatkozásokon túl még mérés-technikai vonatkozása is van – így lehet pl. a turbulencia faktort mérni.

A határréteg elmélet legnagyobb előnye – mind a mai napig – az, hogy a határréteg viselkedését leíró egyenletek egyik kiindulásaként tekintett Navier-Stokes egyenleteknél egyszerűbb (adott esetben sokkal egyszerűbb) matematikai modellre vezetnek. E matematikai modell kezelése pedig egyrészt jóval könnyebb, másrészt pedig a belőle származtatható eredmények a gyakorlat számára legalább megfelelőek (esetenként akár kiválóak is) lesznek.

Jó példa erre az általában kevésbé ismert, hibrid programcsomagok esete (pl. PANAIR stb.), ahol az áramlást a vizsgált test környezetében súrlódás figyelembe vételével (pl. határréteggént), távolabb pedig ideális közeggel modellezik. Hangsúlyozandó, hogy a súrlódásos áramlások – itt határréteg – esetében az egyik, igen fontos peremfeltétel a tapadási feltétel, ami szerint a szélső közeg-réteg a szilárd testtel együtt mozog (speciálisan álló test esetén áll). Az ideális közegnél ilyen, tapadási feltétel nincs, ott csak annyit lehet kikötni, hogy a közeg a szilárd fallal (vagy a határréteg külső felületével) párhuzamosan halad. Ez a két feltétel típus fizikai szempontból teljes mértékben megfelelő, hiszen biztosítja, hogy a közeg sebessége a fal sebességétől (igen gyakran nulla) indulva, a faltól távolodva, folytonosan érje el a zavartalan áramlás sebességét.

Mérsékelt sebességű ármásban, a határrétegben keletkező csúsztató feszültség döntő mértékben határozza meg az áramvonalas testek közé sorolható szárnyprofilok légellenállását. Hiszen a profilok alakellenállása – általában – kicsi, bár a forgószárnyak esetében előforduló extrém állásszögeknél nagyon nagy is lehet.

II.5. A szárnymetszeten keletkező légerők és nyomatékuk

Ebben a munkában nagyon sokszor síkáramlást vizsgálunk. Tekintsünk azonban most egy, egyszeresen összefüggő, zárt felülettel (A) burkolt térbeli (3-dimenziós) testet. Ekkor, az áramlástan tanítása szerint, a testre ható **eredő felületi erő**, ami a csúsztató és nyomó feszültségekből származik, az alábbi módon számítható:

$$\underline{R} = \int_A \underline{\Phi} d\underline{A}; \quad (\text{II.8})$$

A (II.8) kifejezés azt jelenti, hogy a felületelemekre ható normális és érintő irányú erő összetevőket összegezve, integrálva, kapjuk meg az eredő felületi erőt. Ennek az erőnek a vizsgálata, számítása az aërodinamika központi feladata. A $\underline{\Phi}$ a (kétindexes) feszültség tenzor, főátlójában a nyomófeszültségek találhatók. Az áramlástanban ez a nyomást, illetve a turbulens (látszólagos) nyomástöbbletet jelenti. A főátlón kívüli helyeken a csúsztató feszültségeket találjuk. A feszültség tenzor szorzata a felület elemmel ($d\underline{A}$ - ez valójában az elemi felület és a felületi normálvektor szorzata: $d\underline{A} = dA \underline{n}$) az elemi felületi erőt szolgáltatja. A teljes felületre történő integrálás pedig ezek összegzését jelenti.

Az eredő erőt az aërodinamikában két összetevőre szokás felbontani: a **felhajtóerő** (\underline{L}) merőleges a \underline{W} -re, a közeli eredő sebességre. *Egyszerűbb esetekben gyakran a $\underline{W} = \underline{V}$ közelítést használják.* A **légellenállás** (\underline{D}) pedig párhuzamos a fenti sebesség-iránnyal. Csak megjegyezzük, hogy – például időben változó áramlások vizsgálatakor vagy a szárnyra ható igénybevételek elemzésekor – az eredő erőt szokás húrirányú és normális összetevőre is felbontani. Ebben a munkában az időben változó áramlásokban keletkező erők és nyomatékok számításával csak nagyon korlátozott mértékben foglalkozunk.

A szárnyprofilok azért nagyon fontosak a számunkra, mert, adott feltételek között nagyon kis légellenállás mellett hoznak létre felhajtóerőt (nem ritka, hogy egy szárnyprofilon az elméletileg értelmezhető felhajtóerő a szintén elméletileg értelmezhető ellenállás erőnek akár 100-szorosa is lehet). Ez az, az igen értékes tulajdonság, ami például lehetővé teszi a repülést vagy a megfelelő forgószárnyak létrehozását, stb.

A szárnyprofilok kétdimenziósak, így csak elméletben léteznek. Illetve a gyakorlatban a szárnyak egy-egy metszete lesz éppen egy szárnymetszet. A szárnyprofilok felhajtóerejét és ellenállását ezek szerint számítással vagy a vizsgált profilból készített szárny (modell) mérésével határozhatjuk meg. A légerők és nyomatékuk számítása összetett feladat, e tekintetben a szakirodalomra (pl. [22] – [28]) utalunk csak.

Itt csak a mérsékelt sebességű áramlásban (összenyomhatatlan közegben) használatos szárnymetszeteokről, szárnyprofilokról vagy röviden profilokról lesz szó. Ez síkáramlás (kétdimenziós áramlás – 2D áramlás) és az azokban elhelyezkedő szárnymetszetek vizsgálatát jelenti. A síkáramlást úgy képzelhetjük el, hogy a tényleges, térbeli áramlásban ki tudunk választani egy síkot, amellyel párhuzamos összes többi síkban is azonos áramlás alakul ki.

Ha feltételezzük, hogy a közeg ideális és a kialakuló áramlás potenciális, akkor a fizikai hatások azonnal érvényre jutnak. Máképpen fogalmazva ezek a hatások végtelen sebességgel és végtelen távolságra terjednek. Például egy szárnyprofil ilyen síkáramlásban elhelyezve az áramkép a teljes (tehát végtelen méretű síkon) azonnal módosul – nem kell várni a sebesség vagy nyomásváltozás kialakulására. Ez a gyakorlatban nyilván nincs így, ezért ezt a gondolatot szokás úgy enyhíteni, hogy a már kialakult áramlást vizsgáljuk.

II.5.1. A felhajtóerő

Az egyértelműség érdekében kimondjuk, hogy itt csak az aërodinamikai felhajtóerővel foglalkozunk, a hidrosztatikai felhajtóerőt – mivel az, az általunk tekintett esetekben általában elhanyagolható – nem vizsgáljuk.

Egy profil lényegében a teljes síkon görbíti az áramvonalakat (előre és hátra, felfele és lefele egyaránt), ez a görbület azonban a tart a nullához, ahogy a profiltól mért távolság tart a végtelenhez. A profil tehát a közeg részecskéit (az áramvonalakat) a kontúrjának - különböző mértékű - követésére kényszeríti. Ez az irányelterelés az, aminek a következtében létrejön a profil kontúrja körüli nyomás-változás, illetve ennek alapján a felületi erő nyomáskülönbségből adódó része. A nyomásváltozás sebességváltozással jár együtt – kialakul a profil körüli sebesség-mező, mely meghatározza a profil kontúrja mentén értelmezhető határréteg sajátosságait és ezzel a súrlódásból származó erőt is. A fenti kérdésekkel részletesebben az *I. Melléklet* foglalkozik.

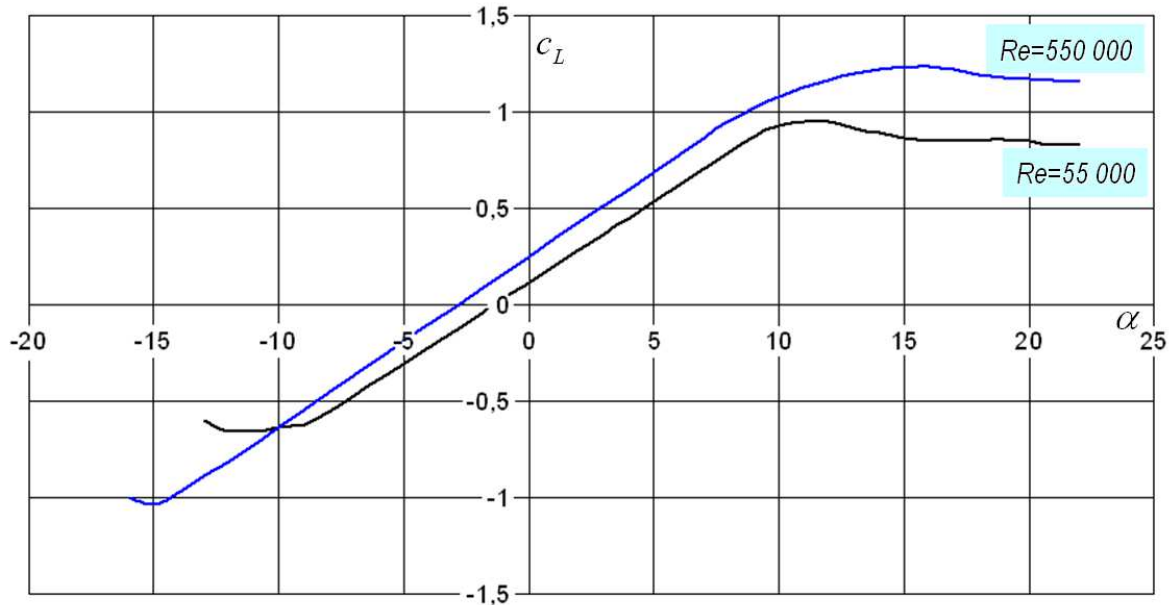
A felhajtóerő tényező – alkalmazva az Euler szám (II.3) egyenletét – a mért vagy számított felhajtóerő (L) segítségével definiálható:

$$c_L = \frac{L}{\frac{\rho}{2} V^2 A}; \quad (\text{II.9})$$

Hangsúlyozzuk, hogy a felhajtóerő tényezőt (és az ellenállás valamint a nyomatéki tényezőt is) egy szárnymetszetre, tehát úgynevezett végtelen szárnyra értelmezzük! Számítás esetén ez kétdimenziós áramlás vizsgálatát jelenti. Mérés esetében pedig gondoskodni kell arról, hogy a mérés eredménye végtelen szárnyra vonatkozzon. Ezt már magában a mérésben is el lehet érni, de a véges szárnyra vonatkozó mérési eredményeket is át lehet számítani.

A repülésben, a véges szárnyaknál alkalmazott karcsúság, illetve indukált ellenállás a forgószárnyaknál nem kap szerepet, bár a forgószárnyak véges voltát figyelembe kell venni. A forgószárnyak aërodinamikai számításában ugyanis az eredő sebességgel (W) számolunk – ez pedig tartalmazza az indukált sebességeket is; ezért az indukált ellenállást kifejezetten tilos (és értelmetlen) bevezetni.

Szárnyak esetében a (II.9) kifejezés nevezőjében szereplő A felület a szárny (modell) vetületi felülete (bővebben ezt pl. [5] vagy [6] tárgyalja). Síklap esetén ez a síklap felülete, ami ebben az esetben éppen az áramlás által súrolt felület fele. Vagyis az itt általában alkalmazott felület arányos a súrolt felülettel.



II.6. ábra: A Gö601 profil felhajtóerő tényezője az állásszög és a Reynolds szám függvényében

Bevezetésként a II.6. ábrán a Gö601-es profil (kontúrja a II.2. ábrán látható) [28] futtatásával számított felhajtóerő tényezője látható, kétféle Reynolds számra, mérsékelt állásszög tartományra. A számítási eredményekre közelítő görbét illesztettünk, az eredmények pontosságát ezzel vélhetően javítottuk.

Megállapítható, hogy a legtöbb profil hasonló görbéjének megfelelően létezik egy lineáris tartomány, ahol a felhajtóerő tényező az állásszöggel egyenesen arányos:

$$c_L(\alpha) = \begin{cases} 0.1162 + 0.0841\alpha, & -8^\circ < \alpha < 9^\circ, \quad Re = 55000 \\ 0.2620 + 0.0911\alpha, & -14^\circ < \alpha < 9^\circ, \quad Re = 550000 \end{cases}; \quad (II.10)$$

Megállapítható továbbá, hogy a nagyobb Reynolds számon (egy, bizonyos határig) nagyobb a profil maximális felhajtóerő tényezője – ebből a szempontból a magasabb Reynolds szám (általában) előnyösebb.

Nagyon fontos jellemző a lineáris és nemlineáris növekedési szakaszt lezáró, legnagyobb felhajtóerő tényező (c_{Lmax}), amelyet a profil a kritikus állásszögnél ($Re = 55000 \rightarrow \alpha_{kr} \cong 12^\circ$ és $Re = 550000 \rightarrow \alpha_{kr} \cong 16^\circ$ és) ér el. Ezután kezdődik az átesés folyamata: az állásszög növekedésével az áramlás már nem képes követni a profil kontúráját, azaz leválik. A leválás megindulhat a kilépő éltől, megindulhat a profil elején létrejött buborék leválástól és megindulhat nagyjából egyszerre mindkét helytől.

Jelen Göttingen-i profilnál az átesés valószínűleg a kilépő éltől indul és enyhe lefutású; „jóindulatú” profilt mutat. Az alacsonyabb Reynolds számon még némi felhajtóerő tényező növekedést is láthatunk (bárha ez a számítás pontatlanságából is adódhat).

Természetesen minden profilnak létezik (csak többnyire nem áll rendelkezésre!) a teljes állásszög tartományra ($-180 \leq \alpha \leq 180$) kiterjedő, saját görbe-serege, a Reynolds és a Mach szám, illetve az egyéb jellemzők függvényében. A forgószárnyak esetében fontos a teljes görbe sereg legalább közelítő ismerete.

A felhajtóerő tényező ismeretében a felhajtóerő számítása – például egy R sugarú forgószárny lapát esetében, ahol h a húr hossz és W az eredő sebesség – az alábbi módon lehetséges:

$$dL = \frac{\rho}{2} W^2 h c_L dr \quad \text{ill.} \quad \frac{dL}{dr} = \frac{\rho}{2} W^2 h c_L \quad \text{és} \quad L = \int_{r_0}^R \frac{dL}{dr} dr = \int_{r_0}^R \frac{\rho}{2} W^2 h c_L dr; \quad (\text{II.11})$$

A (II.11) kifejezés kiszámításakor figyelembe kell venni, hogy az integrál mögötti jellemzők általában a sugár függvényei. Nagyon fontos azonban, hogy amint azt már említettük, a felhajtóerő tényező függvénye a profil kontúrjának (alakjának), az állásszögnek, a Reynolds számnak, a Mach számnak, a felületi érdességnek (felületi simaságnak) és további, itt nem vizsgált tényezőknek:

$$c_L = c_L(\text{kontúr}, \alpha, Re, Ma, \text{felületi érdesség} \dots); \quad (\text{II.12})$$

A profil kontúrját (alakját), amit például a II.1. táblázatban található kontúrpontr koordináták jelölnek ki, a profil neve általában egyértelműen meghatározza. Egy-egy profil kontúrja a világhálón megtalálható adatbázisokból (például: http://aerospace.illinois.edu/m-selig/ads/coord_database.html), a profil nevének megadásával kereshető ki.

II.5.2. Az ellenállás erő

A légellenállás két részből építhető fel: az egyik rész a súrlódásból származó, un. **súrlódási ellenállás**, a másik a nyomáskülönbségekből származó, un. **alakellenállás**. A súrlódási ellenállásról már esett szó, az előző, a határréteggel foglalkozó fejezetben. Ehhez annyit érdemes hozzátenni, hogy a súrlódás szempontjából természetesen nem mindegy a Reynolds szám és a (szárny) felületi simasága. Adott esetben – például repülőgépszárnyaknál – minél simább felületre törekszenek, ezzel csökkentve a súrlódásból származó ellenállást. Máskor – például egyes szélkerekek lapátjainál – éppen eleve érdesre készítik a felületet, részben az alacsony működési Reynolds szám miatt, részben hogy a hosszabb idő alatti elpiszkolódás (ezzel érdesség növekedés) változást okozó hatását lecsökkentsék.

Egyik szélső esetként és példaként tekinthetünk egy, az áramlás irányával párhuzamosan elhelyezkedő síklapot: ezen csak súrlódási ellenállás keletkezik.

A másik szélső esetre, az alakellenállásra, szintén legegyszerűbb példaként egy, az áramlásra merőlegesen elhelyezkedő síklapot vizsgálhatunk: ekkor csak alakellenállás keletkezik – ezért ez adja a teljes ellenállást is. Általában a teljes ellenállás a súrlódási és alakellenállás összegéből tevődik össze. Ha egy test **áramvonalas**, akkor a teljes ellenállásból döntő a súrlódási rész, ha **tompa**, akkor az alakellenállás teszi ki a döntő részt.

Az ellenállás tényezőt – alkalmazva az Euler szám definiáló egyenletét (II.3), a mért vagy számított ellenállás (D) ismeretében – meghatározó egyenlet:

$$c_D = \frac{D}{\frac{\rho}{2} V^2 A}; \quad (\text{II.13})$$

Ugyanúgy, mint a felhajtóerő tényezőnél, szárnyak esetében a (II.13) kifejezés nevezőjében szereplő A felület a szárny vetületi felülete. Vagyis az itt általában alkalmazott felület arányos a súrolt felülettel. A képlet tehát azt a feltételezést tartalmazza, hogy a légellenállás döntő része a csúsztató feszültségből származik. Ez, szárnyak esetében, többnyire (de nem mindig) teljesül.

A szárnyak, hacsak az áramlás iránya megfelelő az **áramvonalas** testek közé sorolhatók, ezért rajtuk mérésenkelt sebességű áramlásban, a működési állásszög tartományban az alakellenállás a teljes ellenállásnak csak kis hányadát teszi ki. Amikor azonban az állásszög extrém (nagy vagy kis) értéket vesz fel, akkor a szárnyak éppen **tompa** testnek minősülnek. A tompa testeknél az A felület általában az áramlással szembefordított, legnagyobb felületet jelenti. A fent bevezetett vetületi felület definiálása azonban ebből a szempontból is megfelelő, hiszen pl. 90 fokos állásszögnél pontosan a kívánt, az áramlással szembefordított, legnagyobb felületet jelenti.

Az ellenállás mérése nehéz feladat, hiszen kis erőt kell nagy pontossággal mérni. A légerő tényezőket gyakran számításal közelítjük, jó esetben azonban a keresett tényezők megtalálhatók un. profil katalógusban – például [22]-ben számos NACA profil koordinátái és mérési eredményei találhatók meg. Illetve [27]-ben, a NACA profilokon túl számos Göttingen-i profil koordinátái és mérése is megtalálható.

Az ellenállás tényező ismeretében az ellenállás számítása – például egy R sugarú forgószárny lapát esetében, ahol h a húr hossz és W az eredő sebesség – az alábbi módon lehetséges:

$$dD = \frac{\rho}{2} W^2 h c_D dr \quad \text{ill.} \quad \frac{dD}{dr} = \frac{\rho}{2} W^2 h c_D \quad \text{és} \quad D = \int_{r_0}^R \frac{dD}{dr} dr = \int_{r_0}^R \frac{\rho}{2} W^2 h c_D dr; \quad (\text{II.14})$$

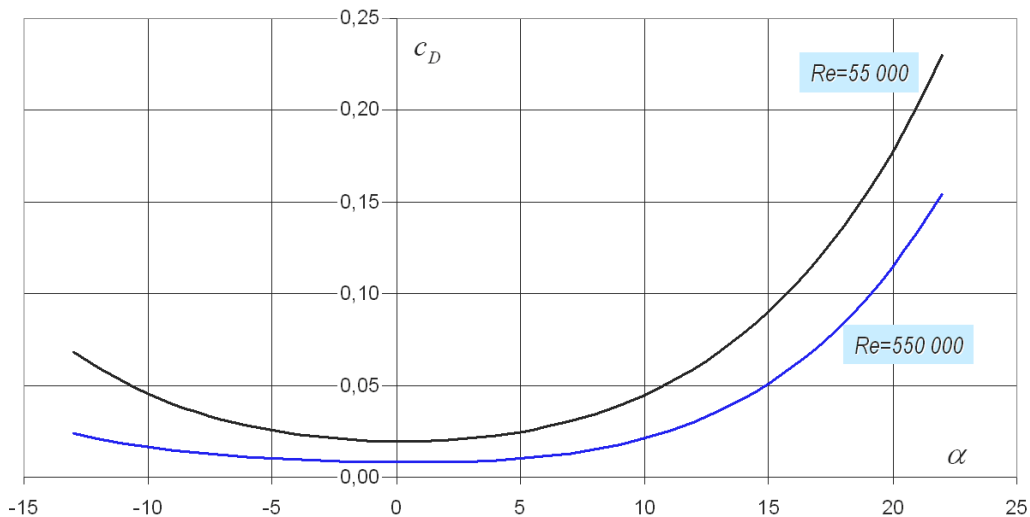
Itt is hangsúlyozzuk, hogy a forgószárnyaknál alkalmazandó ellenállás tényező – hasonlóan a felhajtóerő tényezőhöz – a profilra kell, vonatkozzon. (Vagyis például a profilkatalógus adat közvetlenül alkalmazható.) A (II.14) kifejezés számításakor figyelembe kell venni, hogy az integrál mögötti jellemzők általában a sugár függvényei. Nagyon fontos azonban, hogy az ellenállás tényező függvénye a profil alakjának, az

II. Szárnyprofilok, szárnyak

állásszögnek, a Reynolds számnak, a Mach számnak, a felületi érdességnek (felületi simaságnak) és további, itt nem vizsgált tényezőknek:

$$c_D = c_D(\text{kontúr}, \alpha, Re, Ma, \text{felületi érdesség} \dots); \quad (\text{II.15})$$

A szárnyprofilok ellenállás tényezője a működési (méréselt) állásszög tartományban kicsi, adott esetben igen kis értékű. A II.7. ábrán példaként a Göttingen-i 601 profil számított ellenállás tényezője látható a profil nagyjából működési állásszög tartományában, kétféle Reynolds szám esetén, sima profilra.



II.7. ábra – A Gö 601 profil ellenállás tényezője az állásszög és a Reynolds szám függvényében

Az ellenállás tényező az állásszög függvényében, általában a II.7. ábrán látható módon változik. Van egy legkedvezőbb állásszög érték és ettől jobbra-balra nő az ellenállás. További, konkrét ellenállás görbék találhatók pl. [22]-ben.

A Gö 601-es profil legkisebb ellenállás tényezője $Re = 55000$ -es Reynolds számnál: $c_{D\min} \cong 0.0196 (\alpha \cong 0^\circ)$ illetve a $Re = 550000$ -nél: $c_{D\min} \cong 0.0083 (\alpha = 0 \div 1^\circ)$. A magasabb Reynolds számnál a legkisebb ellenállás tényező kevesebb, mint a fele az alacsonyabb Reynolds számnál adódó ellenállás tényezőnek. Ez általában is elmondható: a Reynolds szám növelésével – egy darabig csak! – az ellenállás tényező csökken. Ez az állítás általában fontosabb úgy, hogy csökkenő Reynolds szám esetén növekszik az ellenállás tényező, erről nem szabad megfeledkezni. A legkisebb ellenállás tényezőt profil ellenállásnak is nevezik. Az összenyomhatóság ellenállásra gyakorolt hatásáról a II.6. pontban lesz szó.

II.5.3. A légerő nyomatéka

Az eredő légerő (\underline{R} - II.8 kifejezés) az elemi felületi erők összegzésével áll elő. Ennek az eredő erőnek létezik hatásvonal, amely hatásvonal a mechanika vonatkozó elveinek alkalmazásával meghatározható. Ez a hatásvonal természetesen a különböző jellemzők

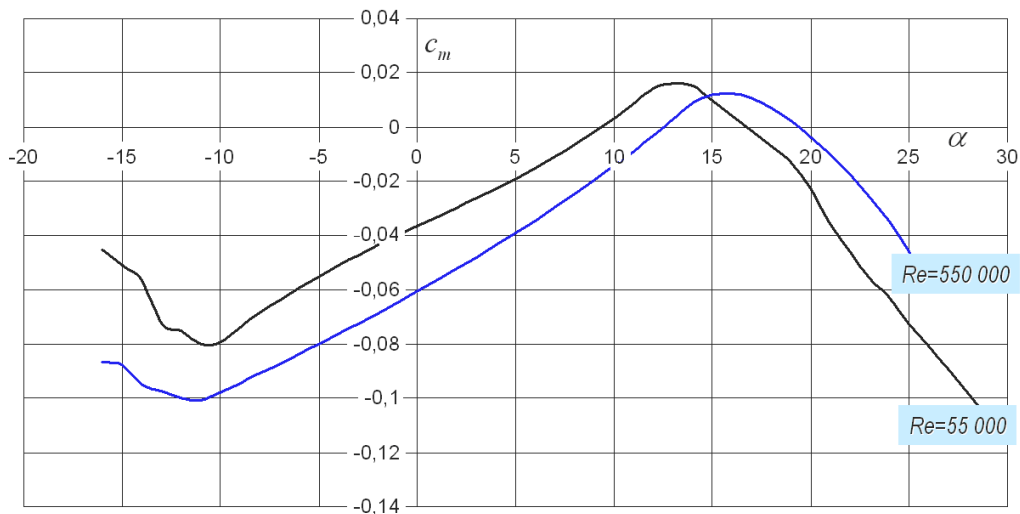
függvényében változik. Ahhoz, hogy nyomatékról beszélhessünk, meg kell adni egy, vonatkoztatási pontot. Ilyen lehet a profil orrpontja, a húr egy meghatározott pontja (pl. a húr első negyedénél vagy első harmadánál lévő pont), illetve gyakran az „aerodinamikai centrum”-nak nevezett pont.

A nyomatéki tényezőt – alkalmazva az Euler szám definiáló egyenletét (II.3), a mért vagy számított nyomaték (M) ismeretében – meghatározó egyenlet:

$$c_m = \frac{M}{\frac{\rho}{2} V^2 A h}; \quad (\text{II.16})$$

Ugyanúgy, mint az előző esetekben a (II.16) kifejezés nevezőjében szereplő A felület a szárny vetületi felülete, a h pedig a húrhossz.

A Gö 601-es profil jellemzőit – a felhajtóerő, az ellenállás és a nyomatéki tényezőt – a [28] szoftver futtatásával számítottuk ki, illetve a számítási eredményekre ebben az esetben is közelítő görbét illesztettünk. A pont, amire a nyomatékot számítottuk a profil orrától mérve a húr egynegyede. A nyomatéki tényező az állásszög függvényében, a kétféle Reynolds számra a II.8. ábrán látható.



II.8. ábra – A Gö601 profil nyomatéki tényezője az állásszög és a Reynolds szám függvényében

Közelítésként feltesszük, hogy a fenti nyomatéki tényezőknek – a felhajtóerő tényezőhöz hasonlóan – van lineáris szakasza:

$$c_m(\alpha) = \begin{cases} -0.0367 + 0.00393\alpha, & -9^\circ < \alpha < 12^\circ, \quad Re = 55000 \\ -0.0582 + 0.00445\alpha, & -10^\circ < \alpha < 14^\circ, \quad Re = 550000 \end{cases}; \quad (\text{II.17})$$

A számítás részleteit mellőzve azt állítjuk, hogy ha a nyomaték vonatkoztatási pontját a profilon, az orrtól mérve hátrafele ($Re = 55000 \Rightarrow x_{AC} = 0.297$, illetve $Re = 550000 \Rightarrow x_{AC} = 0.299$), lényegében a húrhossz 30%-ába elmozdítjuk, akkor a nyomatéki tényező értéke, amíg a felhajtóerő tényező és a nyomatéki tényező együttes,

lineáris tartományban vagyunk, nem függ az állásszögtől. Ez a pont az, amit aërodinamikai centrumnak nevezünk. Erre a pontra a légerő nyomatéka (az ellenállást kicsinek vesszük és elhanyagoljuk), az állásszögtől függetlenül állandó, azaz a nagyobb erő ehhez a ponthoz közelebb, a kisebb erő távolabb hat, még hozzá úgy, hogy az erő és karjának szorzata állandó. Az aërodinamikai centrumra vonatkozó nyomatéki tényező értéke:

$$c_{mAC} = -0.042(ha Re = 55000), \quad \text{és} \quad -0.071(ha Re = 550000); \quad (\text{II.18})$$

Érdekes megfigyelni, hogy az aërodinamikai centrum helye (itt $x_{AC} \approx 0.3 \cdot húr$) a Reynolds számtól lényegében nem függ, az aërodinamikai centrumra vonatkozó nyomatéki tényező értéke azonban igen nagymértékben változik. Ez másképpen azt jelenti, hogy az eredő légerő hatásvonalának elhelyezkedés függ a Reynolds számtól.

Az aërodinamikai centrum számításánál látható volt, hogy ez a pont akkor és csak akkor létezik, ha mind a felhajtóerő, mind a nyomatéki tényezőnek van olyan (közös) állásszög tartománya, amely felett az állásszög függvényében mindkét tényező lineárisan változik. A Gö 601 meglehetősen régi profil – a sok modernebb profilnak nincs aërodinamikai centruma. Erre például a repülőgépek stabilitási és kormányozhatósági vizsgálatainál ügyelni kell.

A nyomatéki tényező ismeretében a nyomaték számítása – például egy R sugarú forgószárny lapát esetében, ahol h a húr hossz és W az eredő sebesség – az alábbi módon lehetséges:

$$dM = \frac{\rho}{2} W^2 h c_m dr \quad \text{ill.} \quad \frac{dM}{dr} = \frac{\rho}{2} W^2 h^2 c_m \quad \text{és} \quad M = \int_{r_0}^R \frac{dM}{dr} dr = \int_{r_0}^R \frac{\rho}{2} W^2 h^2 c_m dr; \quad (\text{II.19})$$

Itt is hangsúlyozzuk, hogy a forgószárnyaknál alkalmazandó nyomatéki tényezőt – hasonlóan a felhajtóerő tényezőhöz – a profilra kell vonatkoztatni. (A profilkatalógus adat tehát közvetlenül, átszámítás nélkül alkalmazandó.) A (II.19) kifejezés számításakor figyelembe kell venni, hogy az integrál mögötti jellemzők általában a sugár függvényei. Nagyon fontos azonban, hogy a nyomatéki tényező függvénye a profil alakjának, az állásszögnek, a Reynolds számnak, a Mach számnak, a felületi érdességnek (felületi simaságnak) és további, itt nem vizsgált tényezőknek:

$$c_m = c_m(\text{kontúr}, \alpha, Re, Ma, \text{felületi érdesség} \dots); \quad (\text{II.20})$$

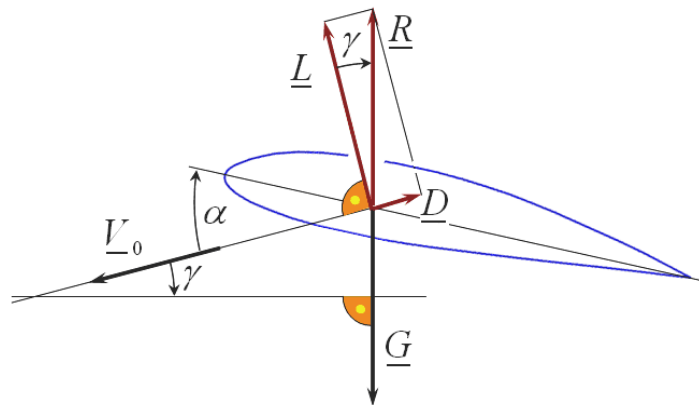
Az aërodinamikai nyomaték a forgószárny lapátok csavaró deformációját okozza. Ez az elcsavaródás – lehet az időben állandó vagy az időben változó – számos probléma forrása lehet. Például szerepet játszik az esetleges, kapcsolt hajlító-csavaró lengés (flutter) kialakulásában.

A helikopter rotorlapátoknál például törekszenek arra, hogy a csavaró nyomaték – az aërodinamikai nyomaték – lehető széles állásszög tartományon közel nulla legyen. Ez nagyon fontos, mivel a rotorlapátok gyakran erősen változó állásszögeken működnek – eközben viszont a csavaró nyomaték a fenti, közel nulla nyomatéki tényező miatt nem vagy csak kicsit változik.

II.5.4. A siklószám és az aërodinamikai jósági szám

A felhajtóerő és az ellenállás erő, illetve tényező ismeretében meghatározzuk a siklószög, a siklószám és az aërodinamikai jósági szám fogalmát. Ezt az egyes szakirodalmak eltérő módon teszik – mi a repülésben elfogadott értelmezést választjuk.

Egy vitorlázó repülőgép szélcsendben, a végtelen atmoszférában a II.9. ábra szerinti, állandósult siklást képes végrehajtani. Ami azt jelenti, hogy a súlyerővel (\underline{G}) ellentétes az eredő légerő (\underline{R}), illetve a γ siklószög alakul ki.



II.9. ábra – A siklószög értelmezése

A siklószög – a II.9. ábra szerint:

$$\gamma = \arctan(D/L) = \arctan(c_D/c_L); \quad (II.21)$$

Ennek megfelelően definiáljuk a siklószámot:

$$\varepsilon = c_D/c_L; \quad (II.22)$$

Illetve, érdemes bevezetni az aërodinamikai jósági számot, ami a siklószám reciproka:

$$K = c_L/c_D = 1/\varepsilon; \quad (II.23)$$

II.5.5. A légerők és nyomatékuk a teljes állásszög tartományon

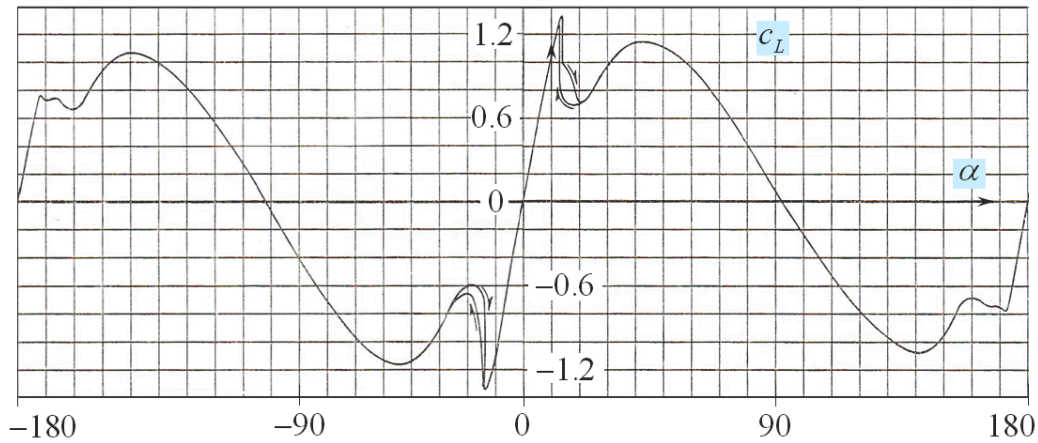
Korábban már említettük, hogy a forgószárnyak esetében fontos a felhajtóerő, ellenállás és nyomatéki tényező ismerete, a teljes állásszög tartomány ($-180 \leq \alpha \leq 180$) felett.



II.10. ábra – A NACA 0012-es profil kontúrja

A következőkben – [27] nyomán – bemutatjuk a NACA 0012-es, szimmetrikus profil (II.10. ábra) kis Mach szám mellett mért görbéit. Ezt a profilt sok, első generációs

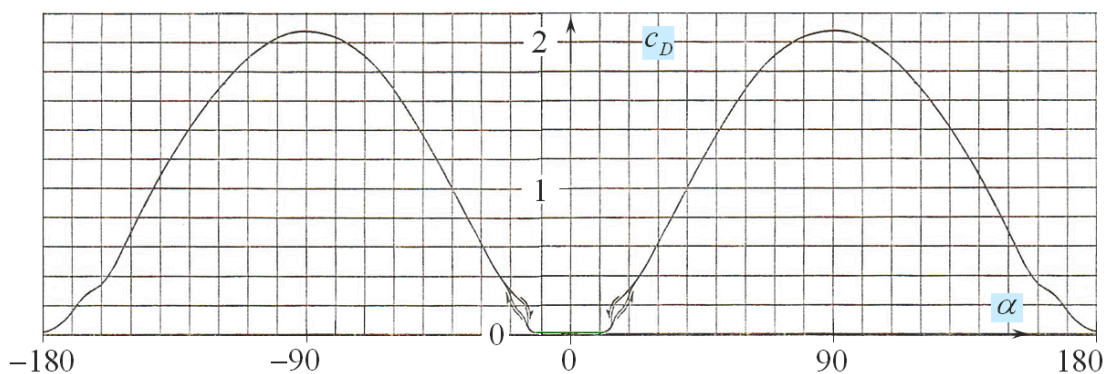
helikopter rotorlapátnál alkalmazták. Ezért is állnak rendelkezésre róla érdekes mérési eredmények. Tekintsük először a felhajtóerő tényezőt a teljes állásszög tartomány felett ($Re = 1.8 \cdot 10^6$):



II.11. ábra – A NACA 0012 profil felhajtóerő tényezője az állásszög függvényében

A II.11. ábrán látható görbe, mivel a profil szimmetrikus, ún. páratlan függvénnyel jellemezhető ($c_L(-\alpha) = -c_L(\alpha)$). Ez nem szimmetrikus profiloknál nincs így. [54]-ben, például, a 7. fejezetben a NACA 0012 mellett megtalálhatók az SC 1095 profil teljes görbéi is. Ez utóbbi profilnál a felhajtóerő tényezőt már nem páratlan függvény írja le.

A II.11. ábrán is megjelenik a korábban is említett átesés és az azt követő felhajtóerő tényező csökkenés. Valamivel az átesésen túl, az állásszög változási irányától függő elágazás látható. Az elágazás utal arra, hogy a kritikus állásszög felett a légerők (a légerő tényezők) valójában nem egyetlen értékkel, hanem – jó esetben – egy korlátos intervallummal adhatók meg. Kevéssel 40 fokos állásszög felett ismét találhatunk egy lokális maximumot, amely majdnem akkora, mint a kb. 12 foknál adódó globális maximum.



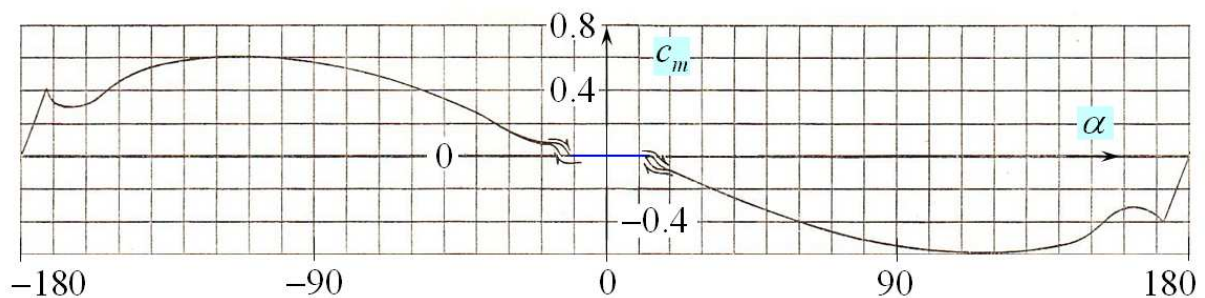
II.12. ábra – A NACA 0012 profil ellenállás tényezője az állásszög függvényében

Látható továbbá, hogy a felhajtóerő tényező kb. 90 fokos állásszögnél nulla értékű lesz, azaz a profil húrjára merőleges megfúvás esetén nem keletkezik felhajtóerő. Ezután,

valamivel 140 fokos állásszög felett lokális minimumot találunk. A görbe innen – kis töréssel – a 180 fokos állásszögnél adódó nulla értéhez tart. Ez az az eset, amikor a profilt pontosan a kilépőéle felől éri a megfúvás. Ekkor, nyilván nem keletkezik felhajtóerő. A negatív állásszögekre – a profil szimmetriája miatt – értelemszerű változtatással, de hasonló megállapítások tehetők.

A II.12. ábrán az ellenállás tényező görbéje látható, szintén a $Re = 1.8 \cdot 10^6$ esetre. Ez, a profil szimmetriája miatt, páros függvényvel jellemezhető ($c_D(-\alpha) = c_D(\alpha)$). Az ellenállás tényező értéke a nulla fokos állásszögnél, sima profil esetében, kis Mach számnál és néhány milliós Reynolds számnál 0.006 körüli érték. Ezzel szemben $\pm 90^\circ$ -os állásszögnél az ellenállás tényező értéke kb. 2.08 (ez majdnem 350-szerese, a 0.006 körüli értékű profilellenállás tényezőnek). A felhajtóerő tényeznél már említett elágazás ezen a görbén is látható. Egyébként ez a görbe a mérsékelt állásszög tartományon kívül elég sima lefutású.

A profil húrnegyedére vonatkozó nyomatéki tényező állásszög szerinti változása a II.13. ábrán látható ($Re = 1.8 \cdot 10^6$):



II.13. ábra – A NACA 0012 profil nyomatéki tényezője az állásszög függvényében

A húr első negyedében lévő pontra a légerők nyomatéka és ezzel a nyomatéki tényező értéke, a működési állásszög tartományban (kb. $\pm 10^\circ$) közel nulla. Ez azt jelenti, hogy ebben az állásszög tartományban a légerő hatásvonala mindig a húrnegyed ponton megy át – ez tehát egyúttal az aërodinamikai centrum is. A nulla érték kivételesen fontos, sok esetben emiatt választották az első helikopterek rotorlapátjai szárnymetszetének a NACA 0012-es profilt.

A húrnegyedre vonatkozó nyomaték – amint azt a nyomatéki tényező mutatja – az extrém állásszögeken igen nagy lesz. Ez természetes is, hiszen $\pm 90^\circ$ -os állásszögek környékén az eredő légerő – ami alapvetően a légellenállás – nagyjából a profil közepén hat. A nyomaték ilyen mértékű változása több probléma forrása lehet, ezeket az adott esetben figyelembe kell venni!

Az itt bemutatott, teljes állásszög tartomány feletti jelleggörbék sajnos csak kevés esetben ismertek. Pontos meghatározásuk pedig nagyon munkaigényes, erre sok esetben nincs mód. A gyakorlatban, első közelítésként többféle közelítő számítási módszert dolgoztak ki. E tekintetben a [24]-re utalunk, ebben a munkában megtalálható ilyen módszerek leírása.

II.5.6. Az időben változó áramlás hatásainak áttekintése

Az aërodinamikai feladatoknak a gyakorlat igényeinek megfelelő megoldása során viszonylag ritkán fordul elő az időben változó áramlás figyelembe vétele, jóllehet a legtöbb, valóságos viszonyok között működő forgószárny körül időben változó áramlás alakul ki. Ráadásul, a változó légerők változó igénybevételének hatására maga a szerkezet is változtatja az alakját. (Itt, jellemző példaként a függőleges tengelyű szélkerekek lapátjait említjük: ekkor a lapátok állásszöge, állandó erősségű és irányú szél esetén is folyton változik.) Az instacioneritás hatásainak elhanyagolásának oka első sorban az, hogy az időben változó – instacionárius – áramlás hatásai sok esetben kicsik, elhanyagolhatók. Másodsorban azonban szerepet játszik az is, hogy az instacionárius aërodinamika feladatainak igényes megoldása roppant bonyolult.

Legyen az instacioneritás legalább pillanatnyilag ω körfrekvenciájú változással közelíthető, akkor, a szakirodalom nyomán (pl. [54]) egy dimenziótlan körfrekvenciát definiálhatunk; ez egyébként a hasonlóságelméletből ismert Strouhal számnak felel meg (II.6 kifejezés), azzal a módosítással, hogy a frekvencia helyett körfrekvenciát használjuk és vonatkoztatási hosszunk a húr hossz felét választjuk:

$$k = \frac{\omega h}{2V} = \begin{cases} 0 \leq k \leq 0.05 & \Rightarrow \text{kvázi - stacionárius;} \\ 0.05 < k \leq 0.2 & \Rightarrow \text{instacionárius;} \\ 0.2 < k & \Rightarrow \text{erősen instacionárius;} \end{cases}$$

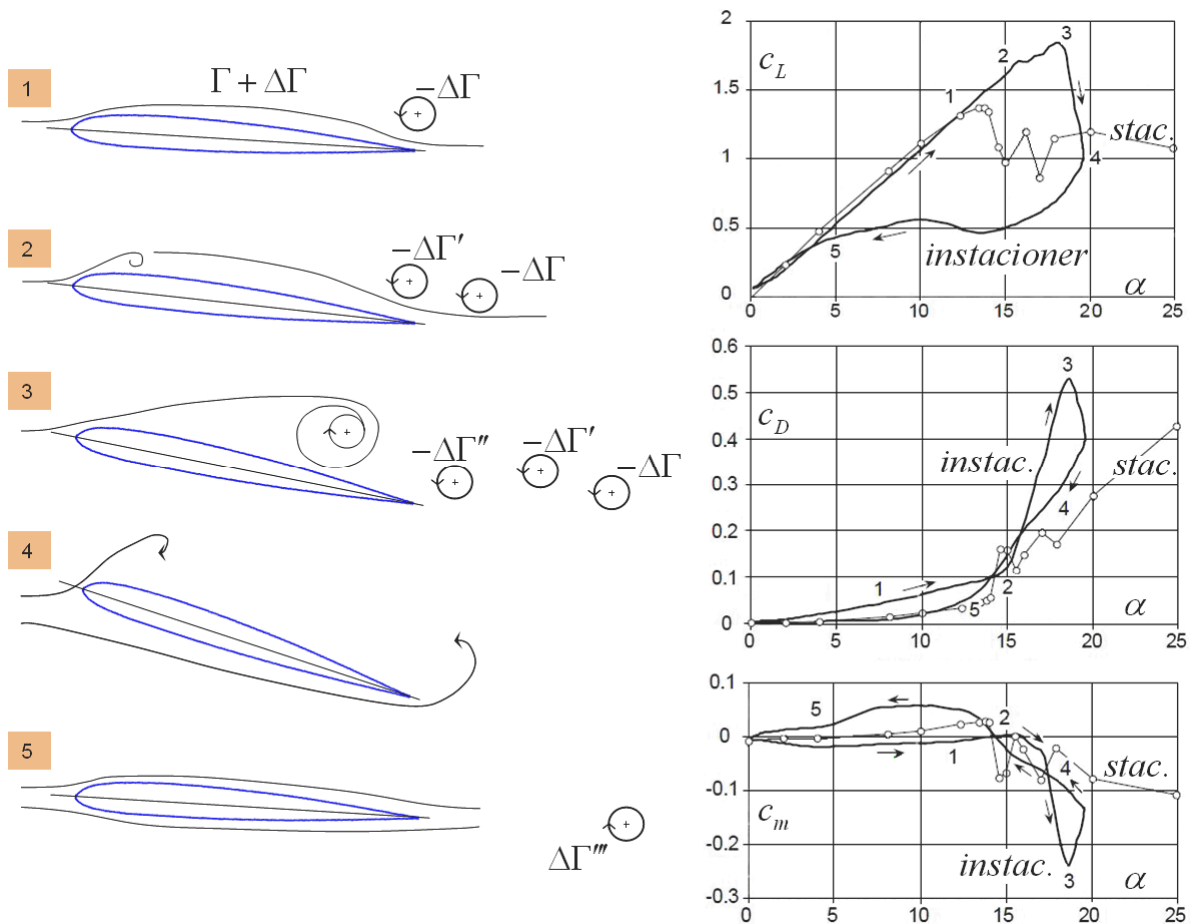
A dimenziótlan körfrekvencia tehát – legalább a fenti, egyszerű esetben – tájékoztatást ad arról, hogy mely esetben, milyen mélységű számítást kell alkalmaznunk. A *kvázi - stacionárius* eset a legegyszerűbb, ekkor megelégedhetünk a közvetlen belátás alapján álló, egyszerű számítások elvégzésével. A tapasztalatok azt mutatják, hogy a forgószárnyak esetében leggyakrabban ez, a kvázi stacionárius eset fordul elő.

A második, az *instacionárius* esetben a teljes folyamat vizsgálata és figyelembe vétele szükséges – például, ebben az esetben elengedhetetlen a megváltozó felhajtóerő miatt megváltozó örvényrendszer hatásának vizsgálata. A legtöbb esetben ide sorolható például a függőleges tengelyű szélkerekek (pl. H-rotorok) vagy a forgószárnyas repülőgépek forgószárnyai körül, előrehaladó repülésben kialakuló áramlás számítása.

A harmadik, *erősen instacionárius*-nak nevezett esetben pedig minden hatás hangsúlyozottan fontos, ezek lehető legpontosabb vizsgálatára van szükség.

Az instacionárius aërodinamika problémakörét vizsgálhatjuk lineáris (linearizált) formában és nemlineáris esetben is. A gyakorlati esetek többségében megengedhető a lineáris modellek figyelembe vétele, de sokszor szükséges a teljes folyamat vizsgálata is. Ez, adott esetben rendkívül munkaigényes feladat.

A nemlineáris, erősen instacionárius esetre példaként vizsgáljuk meg a *dinamikus átesés* jelenségét. Figyelem: a II.14. ábrán csak jellegre helyes görbék láthatók!



II.14. ábra – Dinamikus átesés

A példaként tekintett esetben egy szárnyprofil stacionárius (vékony vonal körkkel) és egy, konkrét instacionárius (vastagabb, folytonos vonal) folyamathoz rendelt felhajtóerő tényező, ellenállás tényező és nyomatéki tényező – állásszög jelleggörbéje látható. Az instacionárius viselkedést mutató példában a profil egy közép állásszög körül, harmonikus csavarodó mozgást végez.

Dinamikus átesésnek azért nevezzük a fenti folyamatot, mert az időben változó áramlásban előálló hatások miatt a felhajtóerő tényező maximuma jelentősen a stacionárius maximum fölé nő, miközben a kritikus állásszög értéke is jelentősen megnövekszik (II.14. ábra, jobbra fent).

A II.14. ábra-sorozaton, az instacionárius görbéken öt pontot jelöltünk meg. Ezen pontok, illetve a köztük lévő szakaszok jellemzésével követhetjük nyomon az vizsgált folyamatot. Induljunk a körülbelül nulla fokos állásszögtől és tartsunk az 1-es pont felé. Ekkor a felhajtóerő növekedésével arányosan növekszik a profil körüli cirkuláció, amire az ábrán (balra fent) a „ $\Gamma + \Delta\Gamma$ ” felírással utaltunk. A perdület megmaradás elvének értelmében a megnövekvő hordozó örvény változásával ellentétesen „ $-\Delta\Gamma$ ” változási örvény úszik le.

A változási örvény és a hordozó örvény változásának összege nulla, ez rögtön belátható! Illetve, a változási örvény előtti negatív előjel azt mutatja, hogy a változási örvény forgásiránya – az ábrán jelölt irány – ellentétes a hordozó örvény változását

jelentő örvény forgásirányával. Ez a változási örvény forgásirány pedig mintegy rásimítja az áramlást a profil kilépő élére, ezzel a leválást – egy ideig – megakadályozza. Az 1-es pont általában nincsen túl távol a stacionárius görbétől.

Közbevetve megjegyezzük, hogy a hordozó örvény kötött örvény – a profilhoz van kötve, és akkor és csak akkor létezik, ha létezik aërodinamikus felhajtóerő. A változási örvény viszont szabad örvény – erőmentes örvénynek is nevezzük – létezése a kötött örvény változásához kötött. A szabad örvény együtt mozog azzal az áramlással, amiben keletkezett. Azonban mindkét örvénytípus körül kialakul az örvények indukált sebesség-mezeje, ami az áramlási sebességteret módosítja.

A 2-es pont, a felhajtóerő szempontjából már jelentősen a stacionárius görbe felett van. Ekkor, mivel a felhajtóerő még mindig nő, további változási örvény ($-\Delta\Gamma'$) úszik le a profilról. A változási örvény a vizsgált folyamatban valójában folyamatosan úszik le, a diszkrét örvények közelítések, alapvetően az ábrázolás kedvéért kerültek a képekre.

A 2-es pont környezetében a leúszó változási örvények továbbra is rásimítják az áramlást a kilépőélre, viszont mivel már viszonylag messze a stacionárius áramlásban érvényes leválási állásszög felett járunk, azért a profil elején buborék leválás indul meg. A buborék leválás miatt megváltozó nyomáseloszlás következtében módosul a légerő hatásvonala és ezzel erős nyomaték (nyomatéki tényező) változás indul meg. A szakirodalomban ezt nyomaték-átesésnek nevezik.

Az állásszög további növelésével érjük el a 3-as pontot. Eddig a felhajtóerő is nő, ennek megfelelően újabb változási örvény ($-\Delta\Gamma''$) úszik le, illetve az ábra szerint ez lesz a felhajtóerő tényező legnagyobb értéke. Eddigre azonban a belépőél átesés következtében a profil felett előálló örvény megerősödik és létrehozza a leválást. A 3-as pontban, a nyomatéki tényező megnövekedett abszolút értéke mellett a légellenállás is jelentősen nagyobbra adódik, mint a stacionárius érték.

A 3-as ponttól a 4-es pontig tartó szakaszon igen durva átesés – felhajtóerő csökkenés következik be. A felhajtóerő kisebb lesz, mint a stacionárius érték. Eközben az ellenállás és a nyomaték abszolút értéke is csökken. E két jellemző közeledik a stacionárius értékhez.

A 4-es pont után, az 5-ös pont felé az áramlás visszasimul a profilra. A felhajtóerő csökkenése miatt errefelé is úsznak le a profilról változási örvények (pl. $\Delta\Gamma'''$) – ezek forgásiránya, a felhajtóerő csökkenése miatt ellentétes a korábbi változási örvények forgásirányával. A csökkenés mértéke azonban csekély, így ezen változási örvények nagysága és hatása is korlátozott.

A dinamikus átesés (a jelentősége nagy lehet a forgószárnyak esetében – nem csak a szélkerekeknél, de a helikopterek és az autogírók rotorlapátjainál is). Ez a jelenség a számtalan, lehetséges instacionárius folyamat közül csak egy példa volt.

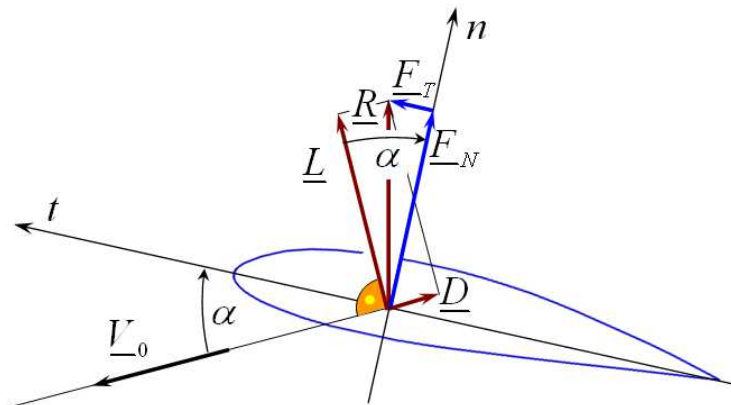
Az időben változó áramlások mellett instacioneritást jelent a profil (a forgószárny) időben változó mozgása is. (A dinamikus átesést éppen egy ilyen esetre mutattuk be.) Az

áramlások változása különböző lehet (például a légköri turbulencia, vagy egy éppen bekövetkező szélökés stb.), de a szárnyak mozgása is legalább kétféle (elmozdulás jellegű – pl. csapkodás és elfordulás jellegű – pl. beállítási szög változtatás, változás) lehet.

Az instacioneritások vizsgálata azért is nehéz, mert a profil (szárny, forgószárny) körüli eredő áramképet általában jelentősen befolyásolják a korábbi pillanatokban keletkezett leúszó örvények. Ez pedig azt jelenti, hogy az adott pillanatbeli áramlás vizsgálatához a korábbi áramképeket is fel kell használni – azaz figyelembe kell venni az áramlás (a folyamat) történetét. Ezt, sok esetben csak korszerű, CFD módszerek alkalmazásával lehet számításba venni – jóllehet a feladatok bonyolultsága miatt e módszerek alkalmazása is sok problémával jár. Az instacioneritásról bővebben például [54]-ben lehet olvasni.

II.5.7. Erőtényezők húr-koordináta rendszerben

A szárnyprofilokon, illetve a szárnyakon keletkező igénybevételek számításakor húr-koordináta rendszert célszerű alkalmazni.



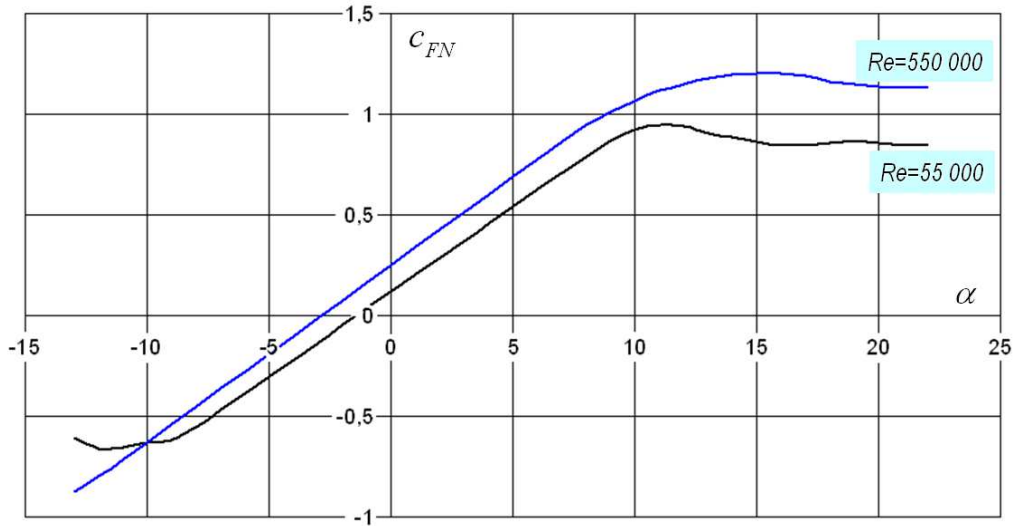
II.15. ábra – Húr-koordináta rendszer

A húr-koordináta rendszer „t” tengelye a húr vonal egyenese (II.1. ábra), a II.15. ábra szerint előre mutat. Az „n” tengely (normális) a „t”-re merőleges, értelme a II.15. ábra szerint (nagyjából felfele) pozitív.

Az ábra alapján belátható, hogy:

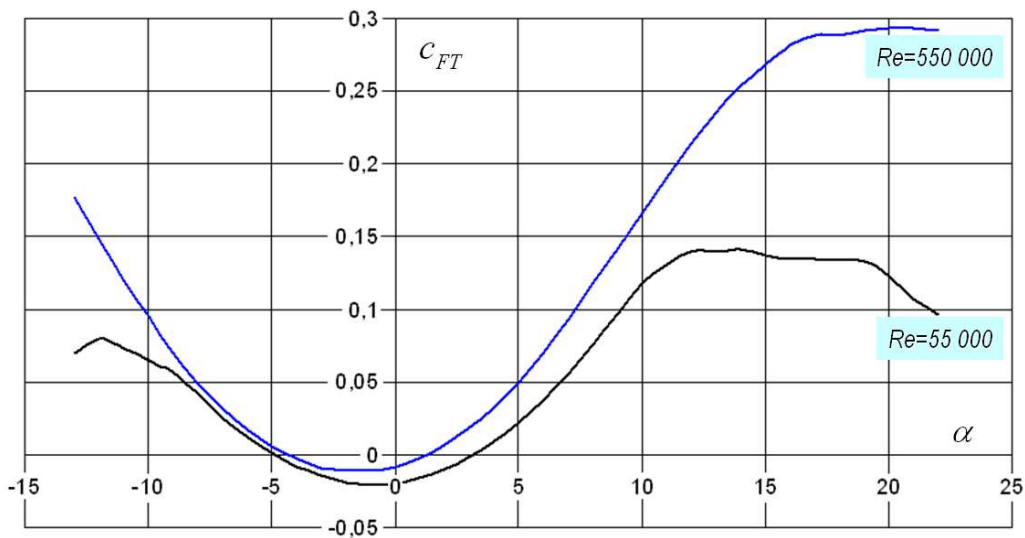
$$\begin{aligned} F_N &= L \cos(\alpha) + D \sin(\alpha), \quad \text{azaz } c_{FN} = c_L \cos(\alpha) + c_D \sin(\alpha); \\ F_T &= L \sin(\alpha) - D \cos(\alpha), \quad \text{azaz } c_{FT} = c_L \sin(\alpha) - c_D \cos(\alpha); \end{aligned} \quad (\text{II.24})$$

A II.2. ábrán bemutatott Göttingen-i 601-es szárny metszet felhajtóerő (II.6. ábra) és ellenállás tényezőjének (II.7. ábra) ismeretében, az állásszög függvényében meghatározható a normálerő (c_{FN}) és a tangenciális erő (c_{FT}) tényező. A tényezők, az állásszög függvényében a II.16. és a II.17. ábrán láthatók.



II.16. ábra – Göttingen-i 601-es profil

A normálerő tényező a felhajtóerő tényezőhöz hasonló értékeket vesz fel – a II.16. ábrán látható görbék alakra hasonlítanak a II.6. ábra görbéihez. A II.16. ábráról leolvasható számértékek abszolút értéke, a nagyobb abszolút értékű állásszögek felé valamivel kisebbek, mint a II.6. ábráról leolvasható adatok. A szárnyak normál (húrra merőleges) terhelését a normálerő tényezővel kell számolni.



II.17. ábra – Göttingen-i 601-es profil

A II.17. ábrán látható görbék azonban jelentősen különböznek a II.7. ábrán látható görbektől. Különösen fontos hangsúlyozni, hogy a tangenciális vagy húrirányú erőtényező értéke nagyon széles állásszög tartományban (például az 550-ezres Reynolds szám esetében $\alpha < kb. -4^\circ$ és $\alpha > kb. 1^\circ$) pozitív és csak viszonylag kis tartományban negatív. A pozitív húrirányú erőtényező pedig – a II.15. ábra szerint – azt jelenti, hogy a húrirányú erő a szárnyat előrefele igyekszik elmozdítani. Ezt, a szerkezet kialakításakor feltétlenül figyelembe kell venni!

II.6. A szárnymetszetek jellemző tulajdonságai

Az általunk is vizsgált szárnyprofilok a természetben már igen régóta megtalálhatók! Ezek a profilok elöl lekerekített, hátul többé-kevésbé élesen végződő, áramvonalas alakok. A mérsékelt sebességeken alkalmazott szárnymetszetek alakját mégsem definiáljuk, azt intuitív alapfogalomnak tekintjük. A következőkben több profilt is bemutatunk, de a szakirodalomban tízezer számra találhatók további szárnymetszetek. Ezek kifejlesztése különböző céllal történt és, ennek megfelelően az alakjuk és a jellemzőik is különböznek.

A következőkben foglalkozunk a profil kontúrok kialakításának, a felületi érdességnek, a Reynolds és a Mach szám változásának hatásával. Bár általában is kimondható, hogy a profilok viselkedése nagy különbségeket mutat a kis- és a nagy Reynolds szám tartományban, illetve a Reynolds szám növekedésével – többnyire – a profilok tulajdonságai javulnak, mégis a fenti tényezők egymástól nem függetlenek. Ezért a jellemző tulajdonságokat konkrét profilok ismertetése alapján is vizsgáljuk.

II.6.1. A profilgeometria hatása

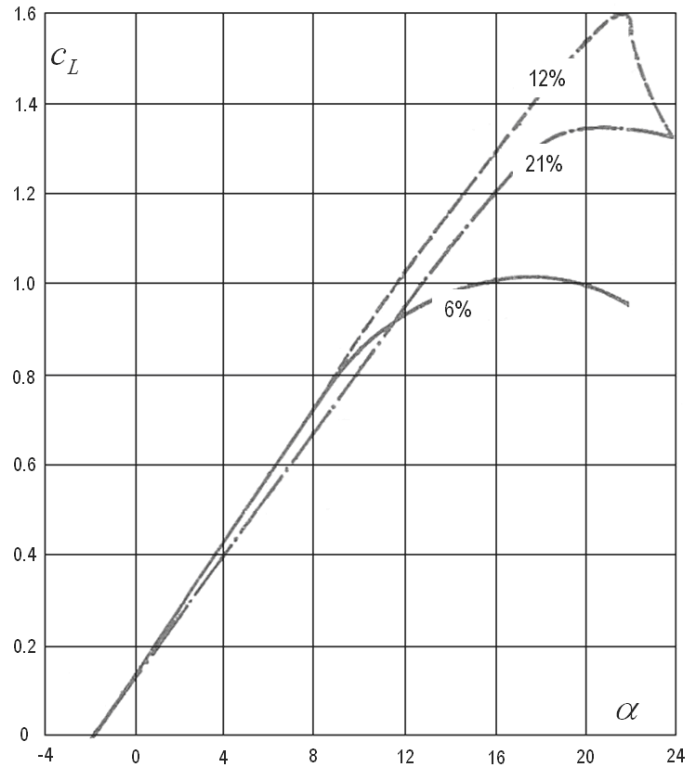
A profilgeometria hatása meglehetősen összetett, erről másutt is lesz még szó. Itt, alapvetően [26] nyomán mutatjuk be ezt a kérdéskört. Az itt következő tulajdonságok általánosságban elfogadhatók ugyan, de azért kivételek is adódhatnak!

A **legnagyobb vastagság** (II.1. ábra) a gyakorlatban többnyire 6 és 21% között változik – bár a modern, vízszintes tengelyű szélkerekek lapátjainak tőprofiljaként alkalmazott szárnymetszetek legnagyobb vastagsága akár 35% is lehet.

A II.18. ábra alapján megállapíthatjuk, hogy a felhajtóerő tényező legnagyobb értéke nagyjából 12%-ig nő, majd efeletti vastagságoknál csökken. A felhajtóerő tényező iránytangense ($c_L^\alpha = \partial c_L / \partial \alpha$) a legnagyobb vastagságok felé kismértékben csökken. A kritikus állásszög pedig a 12%-os vastagságig nő, e felett körülbelül állandó. A nulla felhajtóerő tényezőhöz tartozó állásszög a vastagsággal – lényegében – nem változik.

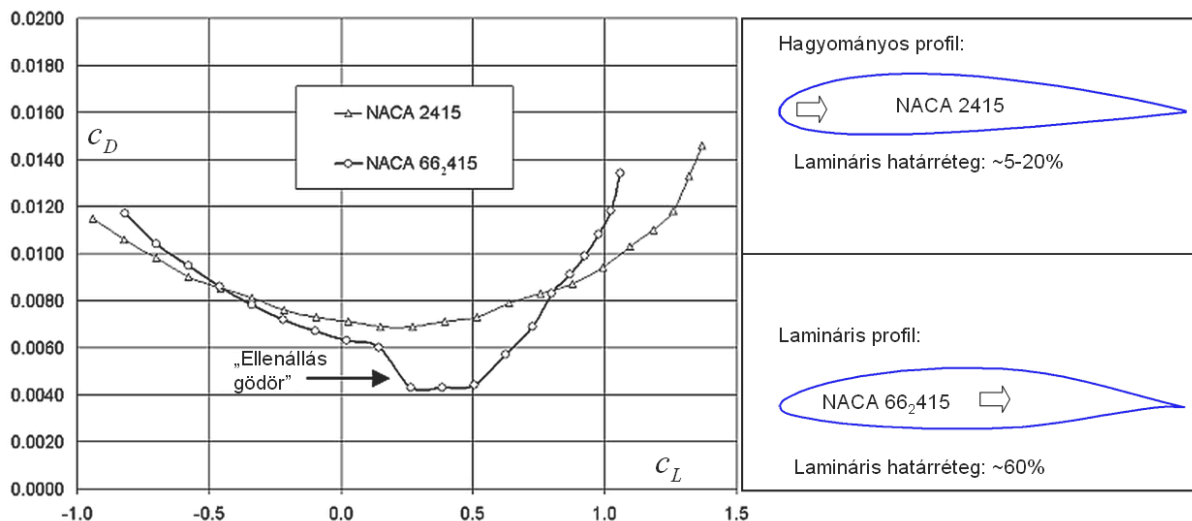
Az ellenállás, illetve ezzel az ellenállás tényező a vastagság növekedésével általában nő. Ez egyrészt az alsó és felső felület íveltségének és emiatt a teljes felület növekedésének, másrészt a nyomáskülönbségből adódó alakellenállás növekedése miatt következik be.

Megjegyezzük, hogy az összenyomhatóság, viszonylag kis Mach számok esetén a profil vastagságának a növekedésével modellezhető. Ezt a Mach szám hatásának vizsgálatánál részletesebben is kifejtjük, de már innen is látható, hogy a Mach szám növekedése eleve ellenállás növekedést okoz.



II.18. ábra – A vastagság felhajtóerő tényezőre gyakorolt hatása

A hagyományos profiloknál a legnagyobb vastagság helye kb. a húrhossz 30%-ánál van, azonban az úgynevezett lamináris profiloknál (II.19. ábra) ennél sokkal hátrébb helyezkedik el. Ez a vastagság eloszlás azt biztosítja, hogy a profil körüli áramlás a legnagyobb vastagságig – egy állásszög tartományban – gyorsuló lesz, ezért a határreteg eddig lamináris (réteges) marad.

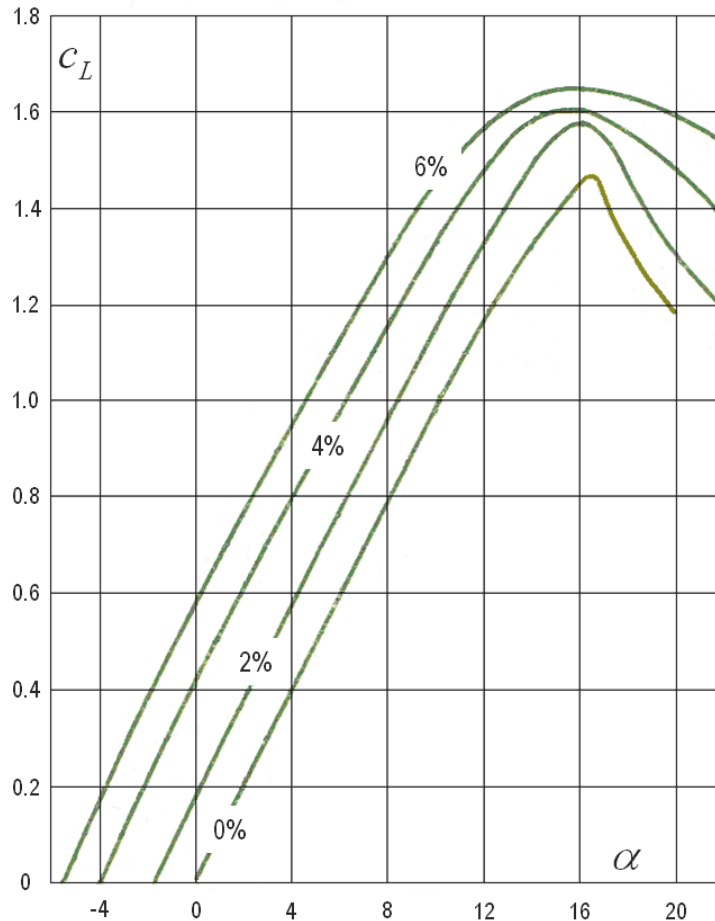


II.19. ábra – Hagományos és lamináris profil

Abban az állásszög tartományban, ahol ez, a lamináris határreteg jön létre (II.19. ábra: „ellenállás gödör”) az ilyen módon kialakított profilnak (pl. NACA 66₂415), a súrlódási ellenállás csökkenése következtében kisebb lesz az ellenállása, mint egy hagyományos

profilnak (pl. NACA 2415). Ezen a tartományon kívül azonban a lamináris profil általában rosszabb, mint a hagyományos profil.

A következőkben az igen fontos íveltség hatását vizsgáljuk. A felhajtóerő tényezőre gyakorolt hatását a II.20. ábrán vázoltuk. A **legnagyobb íveltség** (II.1. ábra) a gyakorlatban (többnyire) 0 és 6% között változik – bár egyes függőleges tengelyű szélkerekek (pl. Savonius rotor) lapátprofiljai esetében ennél sokkal nagyobb is lehet.



II.20. ábra – Az íveltség felhajtóerő tényezőre gyakorolt hatása

A II.20. ábra alapján – általában – kimondhatjuk, hogy a felhajtóerő tényező iránytangense lényegében nem függ az íveltségtől. Nagyon nagyvonalúan kimondható az is, hogy kb. 1°-os íveltség növelés kb. 1°-os zérus felhajtóerőhöz tartozó állásszög csökkenésnek felel meg – vagyis az egyes görbék kb. ennyivel tolódnak balra. A felhajtóerő tényező maximuma elég jelentősen nő az íveltséggel, miközben a nagyobb íveltségek felé a görbe ezen szakasza ellaposodik – az átesés a növekvő íveltséggel (egy darabig) lágyabb lesz. Az íveltség növekedésével a kritikus állásszög ugyan kismértékben csökken, de a nulla felhajtóerőhöz tartozó állásszög csökkenése miatt a kihasználható állásszög tartomány növekszik.

Az íveltséget a **vázvonal** (II.1. ábra) alakja határozza meg. A szimmetrikus profiloknál (pl. NACA 0012) a vázvonal egyenes. Ezeknek a profiloknak a nyomatóki tényezőjük igen kedvező (széles állásszög tartományban közel nulla).

Amennyiben a vázvonala kilépőél felé eső szakasza egyenes, akkor ezt a kedvező nyomoték-tulajdonságot meg tudjuk őrizni. A későbbiekben bemutatjuk a V23010-1.58 jelű, helikopter rotorlapát profilt (II.25. ábra), amelyet ennek a szempontnak a figyelembe vételével fejlesztettek ki.

A profil kilépő élének a kialakítása is fontos. Hagyományos (régebbi) szárnymetszetek esetében jól meghatározható a **kilépőél szög** (II.1. ábra). Ebben az esetben a kilépőél szög a felhajtóerő tényező iránytangensét (c_L^α) módosítja: nulla (elméleti) kilépőél szög esetén ez az érték 2π körüli mozog; 30 fokos kilépőél szög esetén pedig már csak 4.5 körüli érték lesz. Vagyis, hagyományos szárnymetszetek esetében a felhajtóerő tényező iránytangense, a kilépőél szög növekedésével csökken.

A vázvonala kapcsán már utaltunk a V23010-1.58 profilra (II.25. ábra). Ennek hátsó része tulajdonképpen egy, véges vastagságú lap. Ebben az esetben a kilépőél szög nehezen értelmezhető. A szóban forgó profil felhajtóerő tényező – állásszög görbéje a II.26. ábrán látható. A különböző Mach számokhoz tartozó iránytangens értékek az ábra segítségével megállapíthatók.

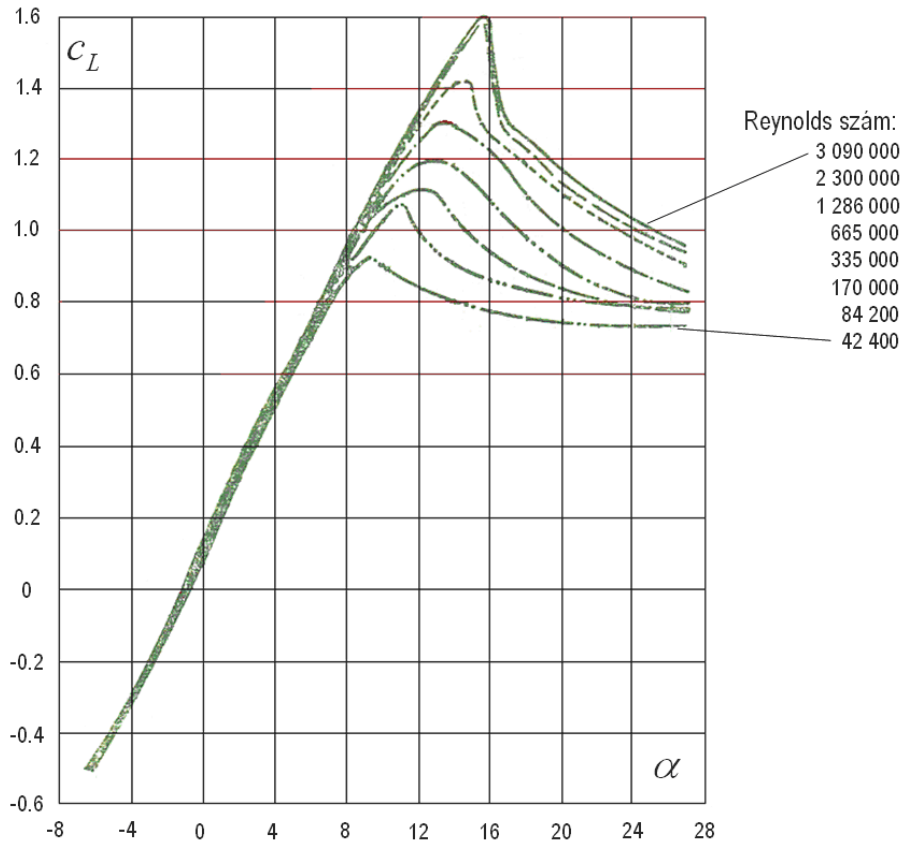
Egy másik kivétel a vízszintes tengelyű szélkerék lapátok tőprofilja. Van olyan tőprofil, aminek a végénél még jelentős a vastagsága és a profilt egy, a vázvonala merőleges, egyenes szakasz zárja le. A kilépőél szög itt sem igazán értelmezhető.

II.6.2. A Reynolds szám hatása

A Reynolds szám nagyon fontos hasonlósági kritérium, hatását már több helyen bemutattuk. A II.4. pontban a Reynolds szám mögött rejlő fizikai folyamatok határrétegben kifejtett hatását is bemutattuk. A növekvő Reynolds szám, nagy általánosságban javítja a profiljellemzőket. A II.6. ábrán például a Gö 601-es profil számított felhajtóerő tényezője látható, az állásszög függvényében, kétféle Reynolds számra. Ugyanennek a profilnak a számított ellenállás tényezője található a II.7. ábrán, szintén két Reynolds számra. A nyomotéki tényező göbéit pedig a II.8. ábrán tüntettük fel.

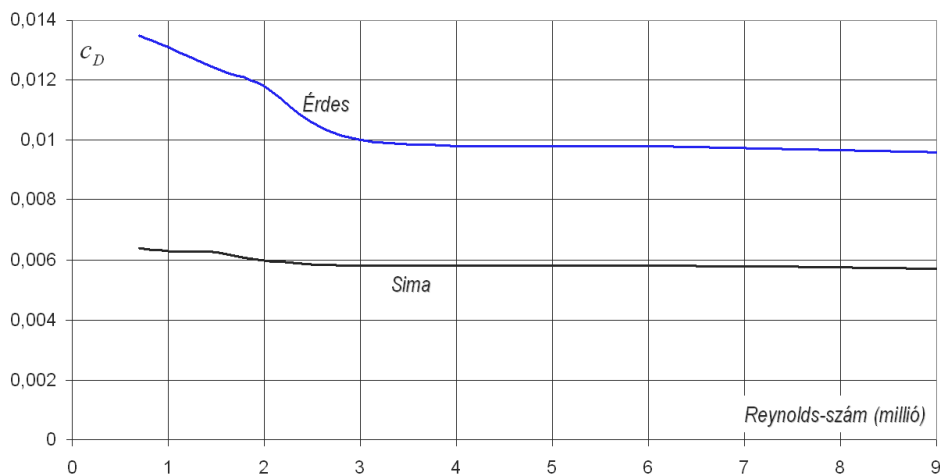
A II.21. ábra alapján az állapítható, meg, hogy a felhajtóerő tényező iránytangense és a zérus felhajtóerőhöz tartozó állásszög a Reynolds számtól lényegében független. A Reynolds szám növekedésével – általában – a felhajtóerő tényező maximuma és a kritikus állásszög nő, miközben a profilellenállás tényező csökken.

A II.5.5. pontban már foglalkoztunk a NACA 0012 profillal, amikor a teljes állásszög tartomány felett értelmezett erő- és nyomotéki tényezőket mutattuk be (II.11., II.12. és II.13. ábra). Ez, a szimmetrikus szárnymetszet a régebbi profilok közé tartozik és nagyon sokan, nagyon sokféle szempontból vizsgálták már. Ez, ebből a szempontból az összes közül talán a legfontosabb szárnymetszet.



II.21. ábra – A Reynolds szám hatása a felhajtóerő tényezőre

A NACA 0012-t a gyakorlatban is sokszor alkalmazták, sőt napjainkban is alkalmazzák, főként azért, mert a húrnegyedre vonatkozó nyomatéki tényezője – viszonylag széles állásszög tartományban – nulla. Ez pedig azoknál a forgószárnyaknál, ahol a forgószárny hossz tengelye körüli aërodinamikai nyomaték hátrányos lenne, döntő jelentőségű. (Természetesen nem ez az egyetlen olyan profil, amelynek a nyomatéki tényezője – közel – nulla.) A forgószárnyak – helikopter rotorlapátok és függőleges tengelyű szélkerekek lapátjai – mellett merevszárnyú repülőgépek vízszintes vagy függőleges vezérsíkjának a profilja is lehet.



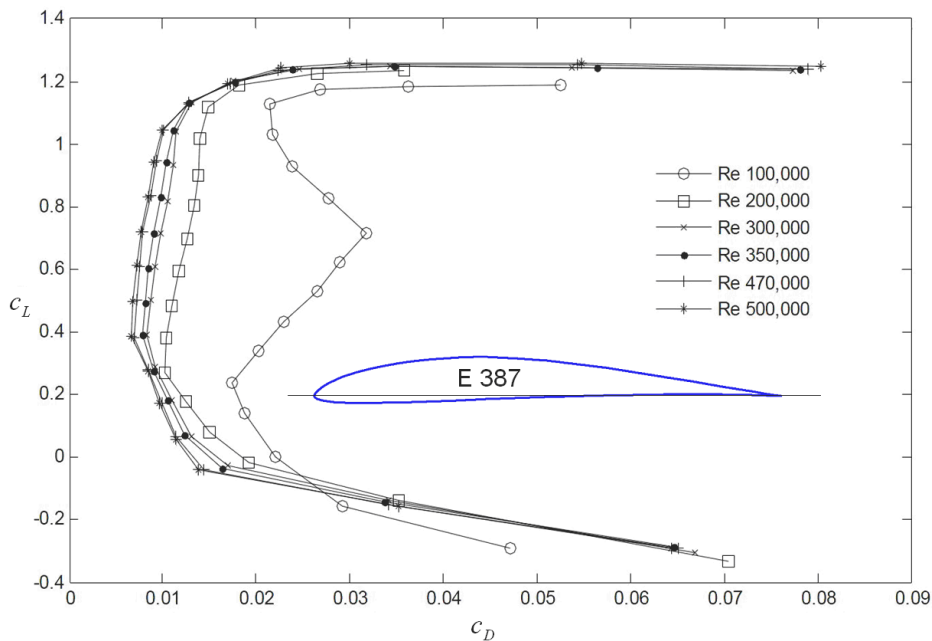
II.22. ábra – A NACA 0012-es profil profilellenállás tényezője

Itt a NACA 0012-es profil nulla állásszögnél, kis Mach szám esetén mért ellenállás tényezőjének változását mutatjuk be, a Reynolds szám függvényében, sima és érdes felület esetére. (Az érdeség az ún. standard érdeség.)

Megállapítható, hogy a sima és az érdes profil profilellenállása is csökken, ha növekszik a Reynolds szám. Ugyanakkor az is megállapítható, hogy a csökkenés a kis Reynolds számok esetében (2 millió alatt) jelentősebb. Illetve van egy még erőteljesebben csökkenő szakasz (az „érdes” esetben 2 és 3 millió között, a „sima” esetben 1.5 és 2 millió között), ahol az áramlás – alapvetően a határréteg – jellege változik.

A magasabb Reynolds számokon a profilellenállás változása már nem túl jelentős – bár valamennyi csökkenés végig fennmarad. Ez is megerősíti azt a már többször leírt állítást, ami szerint a Reynolds szám növekedésével a profiljellemzők javulnak.

A NACA 0012-es legjobb (minimális) siklószáma ($Re = 1.8 \cdot 10^6$ esetben) 1:80 körüli, elfogadható-jó érték. A szakirodalom néha, a siklószám helyett a korábbiakban definiált aërodinamikai jósági számot (ez a siklószám reciproka) is használja, ennek értéke 80 körüli.



II.23. ábra – Az E 387 profil polár-diagramja

A II.23. ábrán egy Eppler profil (az E 387-es) úgynevezett polár-diagramja látható. Ezzel a diagram típussal kapcsolatban, a II.27. ábránál a siklószámról, illetve a siklószögéről teszünk megállapításokat.

A Reynolds szám hatása pontosan megfelel a korábbiakban már leírtaknak. Kiemelendő azonban, hogy a legkisebb Reynolds szám (a 100 000-es) és a következő görbe között – a többi görbe közötti különbséghez viszonyítva – igen nagy változást találunk. A 100 000-es és 200 000-es Reynolds szám között az áramlás, pontosabban a határréteg jellege változik meg.

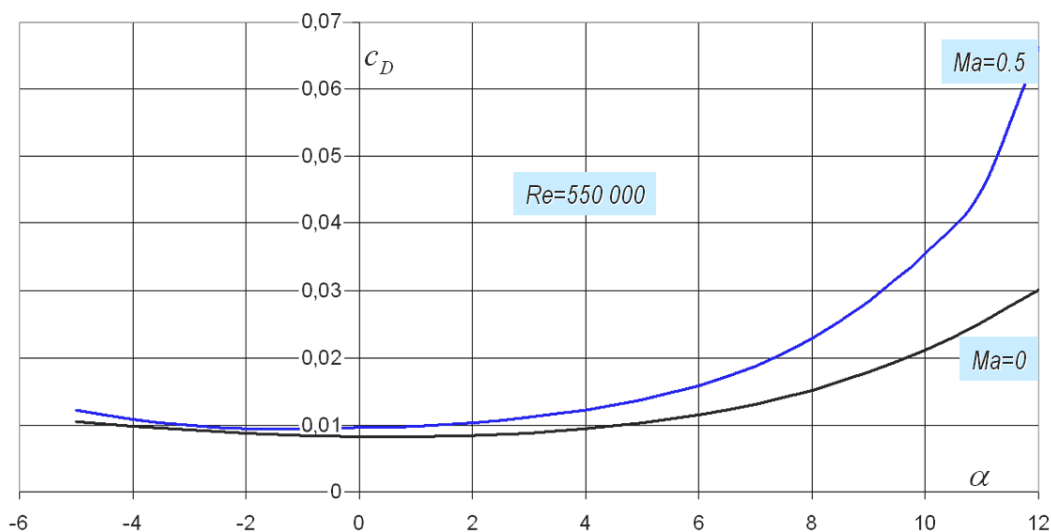
A nagyon kis Reynolds számok esetében – a természet nyomán – a simaság helyett éppen az érdességre, az érdesség növelésére törekszünk, mert a lamináris határréteg hamar leválik és bekövetkezik az átesés, ami sok szempontból kerülendő. Például a rovarok szárnyán sokféle, turbulenciakeltő részlettel találkozhatunk; az un. zárttéri repülőmodellek esetében a szárny belépő élére turbulenciakeltő fonalat ragasztanak. Így a szárnyon eleve turbulens határréteg alakul ki. Emiatt az ellenállás megnő ugyan, de jóval kisebb mértékben, mint ahogyan az esetleges leválás miatt növekedne. Illetve átesett állapotban lévő szárnyal nehéz tartósan repülni.

A szélkerekek lapátjainál esetenként – ezek általában már magasabb Reynolds számon működnek – direkt felületi érdesítést alkalmaznak. Ez általában – tehát lassú forgásnál is – turbulenssé teszi a határréteget, ami segít elkerülni a leválást gyenge szélben. Másrészt a szélkerekek lapátjai a használatban elpiszkolódnak, megnő rajtuk a felületi érdesség akkor is, ha eredetileg simák voltak. Az érdes és a sima lapát tulajdonságai azonban lényegesen különböznek. Az üzemvitel (szabályozás) szempontjából ez hátrányos. Az eleve érdes lapátok működési jellemzői viszont, ebből a szempontból alig változnak.

II.6.3. Az összenyomhatóság hatása

Az összenyomhatóság hatása a szélkerekek esetében kisebb, egyes légcsavarak és a helikopter rotorlapátok esetében igen nagy jelentőséggel bír. A kisebb Mach számoknál az összenyomhatóságot a vastagság látszólagos növekedésével modellezzük. Ez a szakirodalomból (pl. [5]) ismert, Prandtl-Galuert transzformációval tehető meg. Elvileg, például a felhajtóerő tényező iránytangense a Mach szám függvényében, közelítőleg az alábbi módon változik:

$$c_L^\alpha(Ma) = \frac{c_L^\alpha(Ma=0)}{\sqrt{1-Ma^2}} \quad \text{ha: } Ma < 0.6 \div 0.8; \quad (\text{II.25})$$



II.24. ábra – A Gö601 profil ellenállás tényezője az állásszög és a Mach szám függvényében

Ez a számítási mód elég egyszerű. Az pedig, hogy mekkora lehet a Mach szám felső határa, attól függ, hogy milyen igényeket támasztunk a megoldandó feladattal szemben. Komolyabb feladat esetében (pl. helikopter rotorlapát fejlesztés) nem mellőzhető a mérés.

Elméleti úton, nagy vonalakban a Prandtl-Glauert transzformációs szabályt követve veszi tekintetbe az összenyomhatóság hatását [28]. Kiszámítottuk [28]-cal a Gö 601-es profilra az ellenállás tényezőt, kétféle Mach számra. Az eredmény a II.24. ábrán látható.

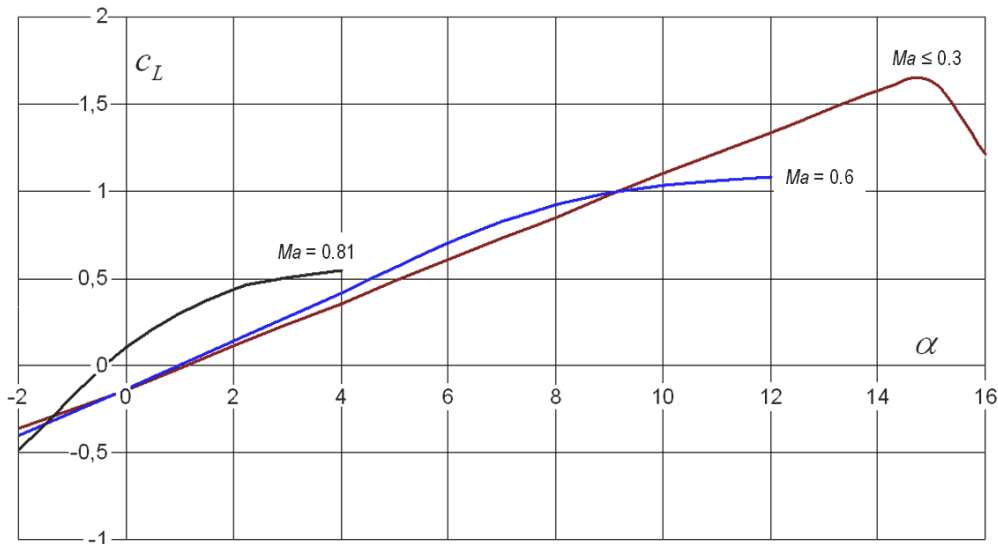
Megállapítható, hogy a 0.5-es Mach számnál adódó ellenállás-tényező görbe mindenütt az $Ma=0$ görbe felett fut, az eltérés kb. -3° -os állásszögnél minimális. Ez nagyjából az az állásszög, ahol a felhajtóerő tényező nulla (II.6. ábra).

A II.25. ábrán egy, harmadik generációs helikopter rotorlapát profil kontúrja látható. Erről a profilról az [57]-ben konkrét mérési eredményeket tettek közzé.



II.25. ábra – A V23010-1.58-es profil kontúrja

A profil kilépő éle tulajdonképpen egy (deformálható, az ábrán 3° -ban felfelé hajló) síklap. Ennek a lapnak köszönhetően a profil nyomatéki tényezője kis Mach számok esetén, viszonylag széles állásszög tartományban nulla körüli érték. Másrészt ez a profil úgynevezett lehajtott orrú profil – ez a kialakítás a profil felső orr-részén (a belépő éltől indulva) kialakuló depresszió (nyomáscsökkenés) eredményeként az alakellenállás csökkentését hozza magával.



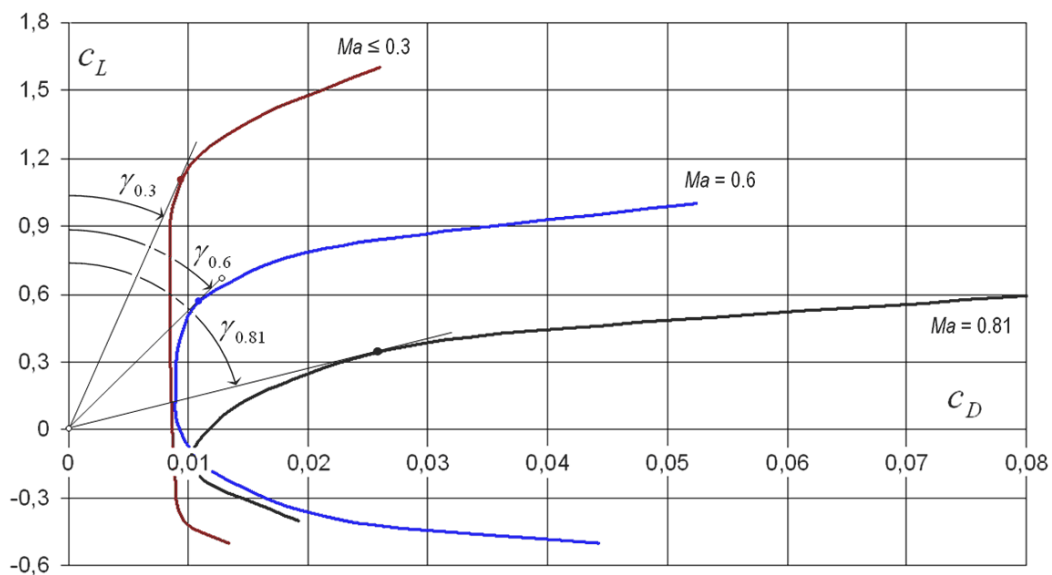
II.26. ábra – A V23010-1.58-es profil felhajtóerő tényezője az állásszög és a Mach szám függvényében

A II.26. ábrán feltüntetett három görbe esetében: $Ma = 0.3 \rightarrow Re = 5.7$ millió , $Ma = 0.6 \rightarrow Re = 10$ millió és $Ma = 0.81 \rightarrow Re = 12$ millió volt. Az ábrán a $Ma \leq 0.3$ felirat látható: ezzel azt jeleztük, hogy a 0.3-es Mach számig az összenyomhatóság hatása elhanyagolható.

A felhajtóerő tényezővel kapcsolatban megállapítható, hogy a felhajtóerő tényező iránytangense közelítőleg a (II.25) szerint változik. A zérus felhajtóerő tényezőhöz tartozó állásszög a $Ma = 0.3$ és $Ma = 0.6$ esetben csak keveset változik, a $Ma = 0.81$ esetben viszont jelentősen megnövekedett értéket találunk.

Kis Mach számok esetén a $c_L(\alpha)$ görbe alakja olyan, mint a legtöbb profilé. A $Ma = 0.6$ -es Mach számnál mért görbénél a lineáris szakasz lerövidül és az átesés környezetében a görbe egészen ellaposodik. A kritikus állásszög és a legnagyobb felhajtóerő tényező értéke egyaránt csökken. A harmadik görbénél, a $Ma = 0.81$ -es Mach számnál szinte nincs is lineáris szakasz, a vonal folyamatosan görbül. A kritikus állásszög és a legnagyobb felhajtóerő tényező értéke erősen, még tovább csökken. Ez azt jelenti, hogy a Mach szám növekedésével egyre inkább szűkül a rendelkezésünkre álló, használható állásszög és felhajtóerő tartomány.

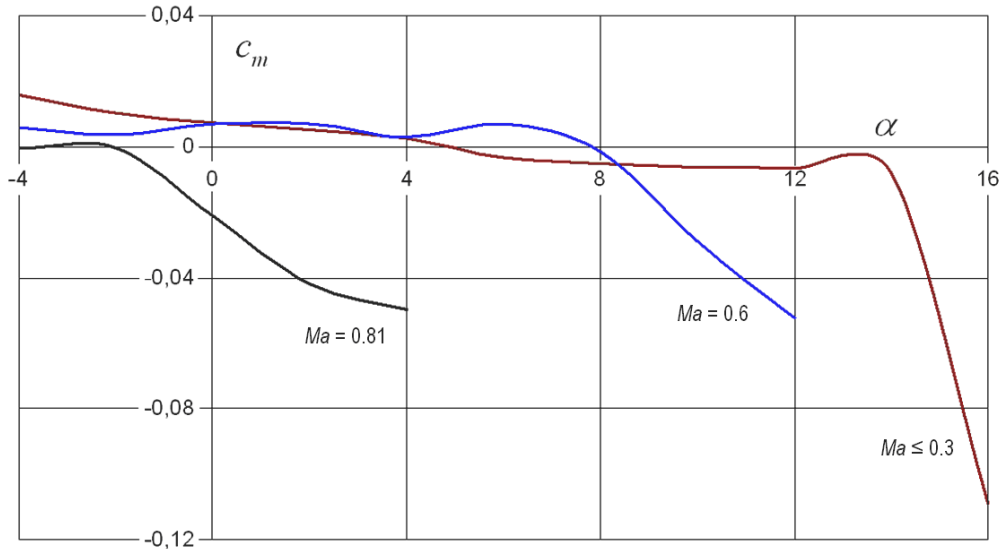
Az ellenállás tényező – és ezzel az ellenállás – változását a II.27. ábrán tüntettük fel. Ez az ábra egy ún. polár-diagram: a felhajtóerő tényezőt ábrázoltuk az ellenállás tényező függvényében. A repülésben ezt a diagramot használják a legkedvezőbb siklásszög megszerkesztésére. Ezeket a siklásszögeket úgy kapjuk, hogy az origóból érintőt húzunk a kiválasztott görbéhez. Mivel a tengelyek léptéke nem azonos, ezért a keresett szögeket ($\gamma_{0.3}$, $\gamma_{0.6}$ és $\gamma_{0.81}$) az ábráról közvetlenül leolvasni nem lehet, de az rögtön megállapítható, hogy a Mach szám növekedésével a legjobb siklásszög érték erősen romlik!



II.27. ábra – A V23010-1.58-es profil felhajtóerő tényezője az ellenállás tényező és a Mach szám függvényében

Másképpen közelítve a kérdést, tekintsük példaként a 0.6-es felhajtóerő tényező értéket. Látható, hogy az ellenállás tényező a Mach szám növekedésével először lassabban, majd utána rohamosan nő. A legnagyobb Mach szám értéknél, a profil körüli áramlásban a helyi sebesség túllépi a helyi hangsebességet és ezzel megjelennek a kompresszió és expanzió hullámok. Ezek okozzák az alaki ellenállásba számító hullám ellenállást, illetve növelik meg – igen nagymértékben – az ellenállást. Ehhez

kapcsolódóan definiálják az ellenállás-növekedési és a kritikus Mach számot. Az ellenállás-növekedési Mach szám az a Mach szám, amikortól az ellenállás növekedése rohamossá válik (jelölése az angol nyelvű szakirodalomban: Ma_{DD}). A kritikus Mach szám pedig az a Mach szám, amikor a profil körüli áramlásban először lép fel a hangsebesség.



II.28. ábra – A V23010-1.58-es profil nyomatéki tényezője az állásszög és a Mach szám függvényében

A II.28. ábrán a V23010-1.58 profil nyomatéki tényezőjét ábrázoltuk az állásszög függvényében, a korábbi három Mach számra. Megállapítható, hogy a mérsékelt sebességek tartományában a profil nyomatéki tényezője nulla körüli érték – ez a helikopter rotorlapátok számára szükséges, illetve megfelelő tulajdonság.

A nyomatéki tényező számértéke a 0.6-es Mach számnál is elfogadható még, de a használható állásszög tartomány csökkenését – hasonlóan a felhajtóerő tényezőnél tett megállapításhoz – itt is megtaláljuk. A 0.81-es Mach számnál már csak az egészen kis állásszögek használhatók – ez annyiból nem probléma, hogy a nagy sebességekhez és ezzel a nagy Mach számokhoz legtöbbször kis működési állásszög tartozik.

II.6.4. Fejezetzáró megjegyzések

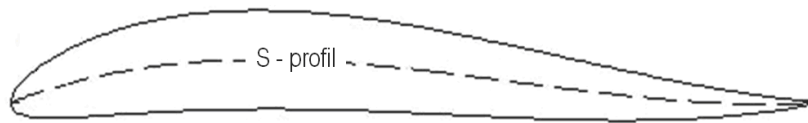
Az utasszállító repülőgépek utazó sebességének növeléséhez szükség volt olyan profilokra, illetve szárnyakra, amelyek kritikus Mach száma magas, magasabb, mint a hagyományos profiloké.



II.29. ábra – Szuperkritikus szárnymetszet

A II.29. ábrán egy ilyen, úgynevezett szuperkritikus szárnyszelvény kontúrja látható. Ennek, illetve az hasonló profiloknak jellegzetes a felső kontúrja. Ezzel, a viszonylag lapos kontúrral érik el, hogy a profil feletti sebesség kevésbé erőteljesen nőjön és így a metszet magasabb Mach számig legyen használható. Az ilyen, nagy sebességeknél kedvező viselkedésnek persze ára van. Az alacsony sebességeken kedvezőtlenebb viselkedést valamilyen módon kompenzálni kell.

Napjainkban készítenek már változtatható kontúrral rendelkező ún. adaptív profilokat is. Ezek a profilok a különböző sebességeken, különböző, az adott sebesség tartományban optimális alakot vesznek fel. Természetesen az ilyen profilokkal épített szárny kialakítása bonyolult, drága megoldások alkalmazásával jár.



II.30. ábra – S vázvonallal rendelkező profil

Különlegességként megemlíjtük még, hogy pl. a csupaszárny repülőgépeknél a II.30. ábrán látható, S-vázvonallal rendelkező szárnyszelvényt alkalmaznak. Ebben az esetben, a korábban leírt, a vázvonala alakjának és a nyomoték alakulásának összefüggését használják ki. Eszerint a vázvonala S-alakja lehetővé teszi, hogy egy csupaszárny gép, vízszintes vezérsík nélkül is statikailag stabilan repülhessen. Ez azonban csak egy szükséges feltétel, egy biztonságosan repülő csupaszárny gép kialakítása rengeteg, további kérdés kielégítő megoldását követeli meg!

A szárnyprofilok alkalmazásakor, a repülésben gyakran találkozunk orrsegéd-szárnyal, ívelőlappal, féklappal, fékszárnyal és más segédberendezéssel is. A forgószárnyak esetében jelenleg egyedül a szélkerekek lapátjainál találunk leginkább a fékezésre szolgáló aerodinamikai elemeket – ezekről a szélkerekekkel foglalkozó szakirodalomban lehet olvasni. Ez a kérdéskör persze – a többi területtel együtt – gyorsan fejlődik, adott esetben, e tekintetben (is) szükség lehet az előrehaladás nyomon követésére.

II.7. Véges szárnyak

A szárnymetszetekből épülnek fel a véges szárnyak. A véges szárnyakat vagy egyszerűen szárnyakat rendkívül sok területen alkalmazzák, ennek megfelelően a rájuk vonatkozó szakirodalom is igen kiterjedt. Ebben a munkában, a célkitűzésünk szerint a forgószárnyak általunk legfontosabbnak ítélt tulajdonságaival foglalkozunk részletesen. Ez a pont tehát csak átvezetés a szárnymetszetektől, a véges szárnyakon keresztül a forgószárnyakig.

A véges szárnyak körül – a profilok körüli síkáramlással ellentétben – térbeli áramlás alakul ki. Ez azt jelenti, hogy – jó esetben – létezik egy szárnymetszet – általában a szimmetria síkban – ahol az áramlás síkáramlás, de az össze többi helyen ettől többé-kevésbé eltérő, térbeli áramlást találunk. A forgószárnyak esetében általában nincs olyan metszet, amely körül síkáramlás lenne, mégis a következő vizsgálatokban általában a szárnymetszetekre vonatkozó ismeretekre (is) építünk.

A legtöbb esetben az a feladat tehát, hogy a profilokra vonatkozó ismereteinket alkalmassá tegyük a véges szárnyak vizsgálatára. Klasszikus példa erre a merevszárnyú repülőgépek szárnyainak aërodinamikai vizsgálatánál a geometriai állásszög helyett bevezetett effektív állásszög (pl. [9] vagy [34]). Az effektív állásszög a megfelelő értékének előírásával érhető el például az, hogy a véges szárny végein ne keletkezzen felhajtóerő.

A merevszárnyú repülőgépek szárnyainak aërodinamikai vizsgálatában nagy szerepet kap az örvény-elmélet, amikor a számítást részben a szárnymetszetek jellemzőire, részben a szárny körül kialakuló örvény rendszerre (hordozó + leúszó + változási örvény) alapozzuk. A legegyszerűbb, ún. hordozó vonal elmélet esetén feltesszük, hogy az elemi leúszó örvény szálak egy leúszó örvény síkot képeznek és az indukált sebességet ezzel a feltételezéssel számítjuk ki. Ez nyilván csak közelítés, hiszen közismert, hogy a leúszó örvény sík viszonylag hamar felcsavarodik (általában két, szárnyvéghez közeli, véges leúszó örvény alakul ki). A felcsavarodás, illetve az így kialakuló változó helyzetű és alakú szárnyvég örvények miatt pedig az indukált sebességmező jelentős mértékben megváltozik.

A forgószárnyak esetében, a forgószárny lapátokról leúszó örvények – pl. [34] szerint – egy, merevnek tekintett csavarfelületen helyezkednek el. A Prandtl féle lapátvég veszteség számításnak nevezett eljárás – ezt napjainkban is igen elterjedten alkalmazzák – erre a feltételre épül. Ugyanakkor például a változó lapátgeometria, valamint az örvény felcsavarodás miatt ez az elmélet erősen közelítő jellegű, illetve emiatt is kismértékben módosított eljárást javasolunk majd.

Itt is hangsúlyozandó, hogy az elméleti vizsgálatokból kapott eredményeket – hacsak mód nyílik rá – ellenőrizni kell, és adott esetben korrekciókat lehet, kell megállapítani.

III. Légcsavar, szélkerék, rotor – sugár elmélet

III.1. Az egyszerű sugár elmélet

A légcsavarok, szélkerekek és rotorok vizsgálatában a sugár elmélet igen komoly szerepet játszik. Figyelem: ebben a pontban a sugár legtöbbször nem a forgástengelytől mért távolságot, hanem egy levegő sugarat jelent! Ebben a tárgyalásmódban a forgószárnyat egy olyan „tárcsának” vagy tárcsa-résznek tekintjük, amely felület két oldala között nyomáskülönbség áll elő. Az áramlás jellemzőinek változását ez a nyomáskülönbség idézi elő.

Feltételezzük, hogy az áramlás körszimmetrikus és az egyszerű sugár elméletben az áramló levegő forgástengelytől mért távolságának változásától is eltekintünk. Ezzel egy, egydimenziós modellhez jutunk, ahol az egyes jellemzők változása csak a tárcsától mért távolság függvénye.

Az egyszerű sugár elméletben az egész forgószárnyat egyetlen tárcsával helyettesítjük, a tárcsa felülete mentén nincs változás – például egyetlen indukált sebességgel számolunk csak.

A módosított sugár elméletben az egyszerű sugár elmélet szerinti, egyetlen tárcsát körgyűrű felületekkel fedjük le. A körgyűrűk egymáshoz csatlakoznak és a teljes körfelületet lefedik. Minden egyes körgyűrű felelethez egy-egy külön (forgástengelytől mért) sugarat rendelünk. A számításokat minden egyes rész-felületre külön végezzük el – feltételezzük, hogy az egyes rész-felületeken áthaladó közeg áramok nincsenek egymásra (számításba veendő nagyságú) hatással. Ezzel már két-dimenziós modellhez jutunk, például az indukált sebesség a forgástengelytől mért távolság függvényében is változik majd.

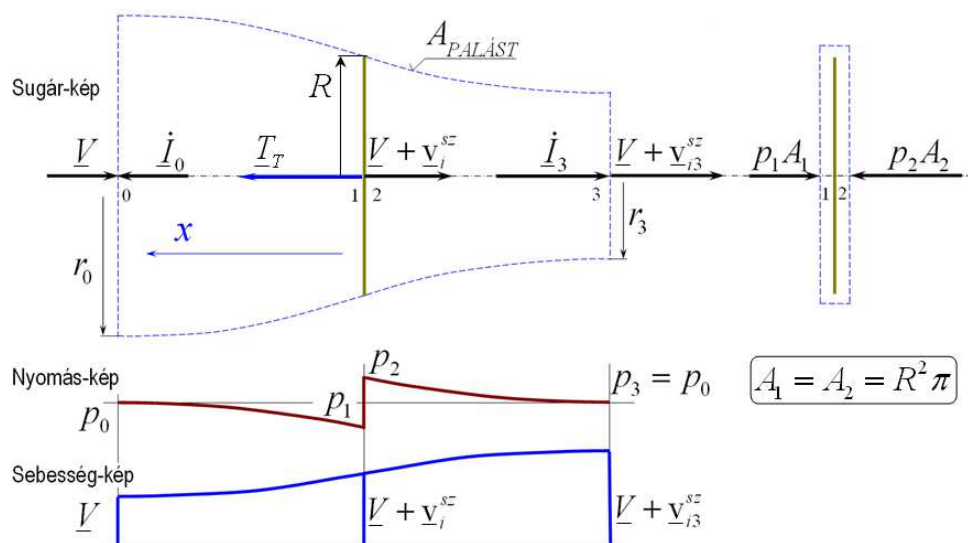
III.1.1. Az egyszerű sugár elmélet, légcsavar normál működési állapot esetére

A légcsavarok, szélkerekek és rotorok különböző működési módban dolgozhatnak. Adott esetben például a légcsavar működhet szélkerékként és így tovább. A következőkben először a jellemző működési módokat mutatjuk be, azután az eredményeket általánosítjuk.

Kezdjük a légcsavarok légcsavarszerű működésének a vizsgálatával: ezek vonóereje vagy tolóereje a rajtuk áthaladó levegő felgyorsításához szükséges erő reakció-ereje. A vizsgálathoz válasszuk először a hagyományos, „szélcsatorna” szemléletnek megfelelő vonatkoztatási rendszert (ez látható a III.1. ábrán). Ebben a rendszerben vonatkoztatási alapnak a forgószárny levegőhöz viszonyított sebességét (\underline{V}) tekintjük. A későbbi számításokat viszont a külső megfigyelő szerinti rendszerben végezzük, ezért (később) erre a rendszerre térünk majd át.

Az erőszámítás legegyszerűbb módja az áramlástan impulzus tételére alapozott, impulzus elmélet. A vizsgálathoz feltételezzük, hogy a légcsavar egy olyan, végtelen vékony tárcsa, amelynél az átáramló levegő nyomása ugrásszerűen, de a tárcsa minden pontjában azonos értékkel nő meg és ennek megfelelően a levegő sebességváltozása is (ezt nevezzük közeli, tengelyirányú indukált sebességnek, jele a vonatkoztatási rendszer választásától függően: v_i vagy v_i^{sz}) minden pontban azonos értékű. Hasonlóképpen állandó a kilépő keresztmetszetben értelmezett távoli, tengelyirányú indukált sebesség (v_{i3} vagy v_{i3}^{sz}) is. Első lépésben feltesszük még, hogy a sugár nem forog. Ez, az egyszerű sugár elmélet – a fentiek alapján – egyméretű feladat, mivel az egyes jellemzők (III.1. ábra) csak a hossz (x koordináta) mentén változnak.

A légcsavart jelentő, végtelen vékony korong az „1” és „2” pont között foglal helyet, vagyis ez a két pont végtelen közel van egymáshoz, de nyilvánvalóan nem azonos! A III.1. ábrán, szaggatott vonallal határolva felrajzoltuk a légcsavar körül kialakuló áramlást, a légcsavar sugarának egy részét. A légcsavar-sugár belépő keresztmetszete (jele „0”) nagy, és a „0”-tól a „3”-as pont felé haladva, az áramlási sebesség szigorúan monoton növekedésével, az ábrázolt jellegnek megfelelően (szintén szigorúan monoton módon) csökken. A következőkben feltesszük, hogy a légcsavar pontosan az ebben az áramcsőben áramló levegőre hat.



III.1. ábra – Légcsavar sugár, nyomás és sebesség-kép

A légcsavarhoz érkező zavartalan levegőáram sebessége V – ez, ellenkező előjellel éppen a repülés sebessége (V_0) – ha az állásszög változások és az esetleges csúszás hatásától eltekintünk. Ezt a sebességet látjuk a III.1. ábra „0” jelzésű pontjában. Az „1” és „2” pontban – a folytonosság következtében – egyaránt „ $V + v_i^{sz}$ ” a sebesség. Ez a zavartalan áramlás és a közeli, tengelyirányú indukált sebesség összege. A kilépésnél („3” pont) a sebesség ($V + v_{i3}^{sz}$) a zavartalan áramlás és a távoli, tengelyirányú indukált sebesség összege.

A III.1. ábra középső részén az áramcső hossza mentén kialakuló nyomáslefutás (nyomás-kép) látható. Mivel a belépő keresztmetszetet elég távol választottuk, azért ott a

belépő nyomás egyenlő a környezeti nyomással (p_0). A légcsavar működése következtében közvetlenül a légcsavar-tárcsa előttre a nyomás – az ábra középső részén vázolt görbének megfelelően $p_1 < p_0$ értékre csökken. E miatt a nyomáscsökkenés miatt nő a sebesség a légcsavar előtt (lásd Bernoulli egyenlet – I. pont, I.13 kifejezés). A légcsavar működése során energiát (teljesítményt) közöl a rajta áthaladó levegővel. Ez az oka, illetve ez magyarázza a nyomás ugrásszerű megnövekedését, p_1 -ről p_2 -re.

A III.1. ábra alsó részén a sebesség hossz menti lefutását tüntettük fel. Látható, hogy a megnövekedett nyomás (p_2) értéke a sugár mentén hátrafele haladva a sebesség növekedésével a környezeti nyomásig csökken. Vagyis a kilépésnél $p_3 = p_0$, azaz a kilépő nyomás – elég távol a légcsavar mögött – egyenlő a környezeti nyomással. A „3”-as pontban az úgynevezett távoli indukált sebesség (v_{i3} vagy v_{i3}^{sz}) alakul ki.

Az fentiekben leírt áramlás a folytonosság törvényének (I.3 kifejezés), az úgynevezett impulzus tételnek (I.7 kifejezés) és a Bernoulli egyenletnek (I.13 kifejezés) a segítségével vizsgálható. Az áramlástan impulzus tételének felírásához egyszerűen összefüggő, zárt ellenőrző felületet kell kijelölni és koordináta rendszert kell definiálni. A III.1. ábrán szaggatott vonallal két, ilyen ellenőrző felületet rajzoltunk meg.

A III.1. ábrán, az ábra bal oldalán, fent a légcsavar sugár darabot (szaggatott vonallal határolva); az ábra jobb oldalán, fent pedig, szintén szaggatott vonallal határolva, egy, a légcsavar tárcsát szorosan körülfogó, egyszerűen összefüggő, zárt felületet rögzítettünk – ezek a szóban forgó ellenőrző felületek. Mint már említettük, ez a feladat egydimenziós, elegendő tehát egyetlen irány, az „x” tengely kijelölése. Ebben az esetben a vektor mennyiségek vektori voltát az előjelük jelenti (pozitív előjel esetén a vektor az „+ x” irányba, negatív előjel esetén pedig ellenkező irányba mutat).

Írjuk fel először az impulzus tételt a bal oldali ábra-rész ellenőrző felületére. Az (I.7) bal oldalán az időegységre eső mozgásmennyiség változás áll – ez, az integrálás elvégzése után a tömegáram és a sebesség szorzataként határozható meg. A tömegáramot – hagyományosan – a légcsavar tárcsánál számítjuk, mivel ezt a keresztmetszetet ismerjük pontosan. Ezzel a folytonosság törvényének értelmében, a hagyományos szemlélet szerint számított, az áramcső mentén állandó tömegáram (R a légcsavar sugara):

$$\dot{m} = \rho R^2 \pi (V + v_i^{sz}) \quad (III.1)$$

Megjegyezzük, hogy a tömegáramot az V . pontban, az ott bevezetendő, új számítási eljárásnak megfelelően, másképpen számítjuk majd (V.3 kifejezés). Az impulzus tétel (III.1) figyelembe vételével:

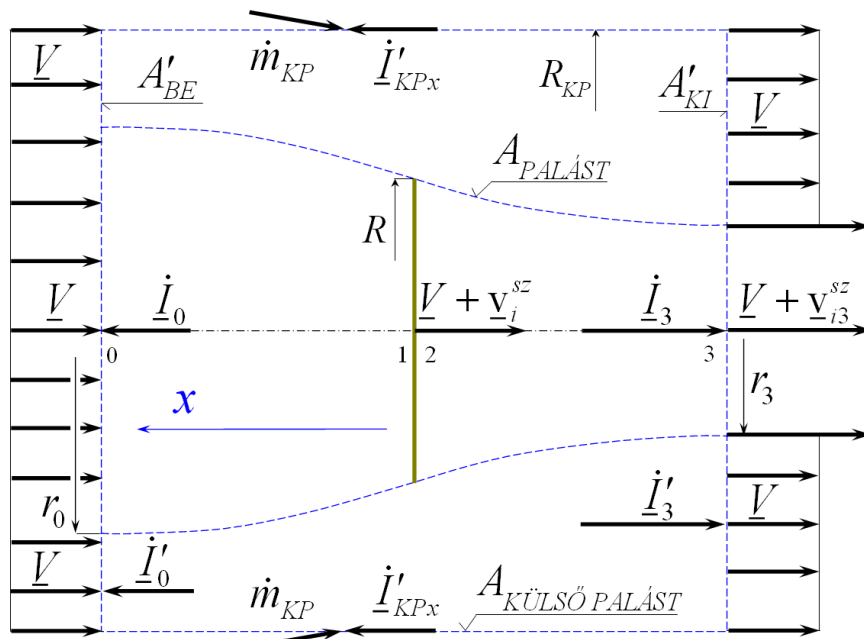
$$\begin{aligned} \dot{I}_0 &= +\rho R^2 \pi (V + v_i^{sz}) V \quad \text{és} \quad \dot{I}_3 = -\rho R^2 \pi (V + v_i^{sz}) (V + v_{i3}^{sz}) \\ \dot{I}_0 + \dot{I}_3 &= -\rho R^2 \pi (V + v_i^{sz}) v_{i3}^{sz} \Rightarrow \\ -\rho R^2 \pi (V + v_i^{sz}) v_{i3}^{sz} &= -\dot{m} v_{i3}^{sz} = -T_T \quad \text{azaz:} \quad T_T = \dot{m} v_{i3}^{sz}; \end{aligned} \quad (III.2)$$

Az impulzus tétel (alsó sor) bal oldalán az időegységre eső mozgásmennyiség-változás vektorok (\dot{I}_0 és \dot{I}_3) összege található. A jobb oldalon a közeg idegen testre gyakorolt erőhatása ($-T$) áll. Az erő előtti negatív előjel itt azt jelöli, hogy ez egy reakcióerő. (Alapesetben a közegre ható erőt írjuk az egyenletbe, annak pozitív az előjele.) A környezeti nyomásból származó erőt nem írtuk ki, mivel, ez az erő nulla. Ezt az állítást a szakirodalom jelentős része egyszerűen kimondja – ebben a munkában ezt az állítást be is bizonyítjuk.

Tekintsük a III.2. ábrán látható „nagy” ellenőrző felületet: legyen ez egy elegendően nagy átmérőjű és elegendően hosszú henger. Az elegendően nagy méretek miatt ezen a hengerpaláston ($A_{KÜLSŐ\ PALÁST}$), a belépő ($R_{KP}^2\pi$) és a kilépő ($R_{KP}^2\pi$) felületen egyaránt, a nyomás már mindenütt a környezeti nyomással vehető azonosnak.

A folytonosság törvényének teljesüléséhez szükséges, hogy a „külső palást” felületen a be és kilépő tömegáram különbségnek megfelelő tömegáram lépjen be. A számoláshoz használjuk az (I.2) egyenlet időben állandó sűrűsége vonatkozó alakját (az áramlástan tanítása, vagy az (I.2) egyenlet felületi integráljának formális kiszámítása szerint a belépő tömegáram negatív, a kilépő pozitív):

$$\dot{m}_{KP} - R_{KP}^2\pi V + (R_{KP}^2\pi - r_3^2\pi)V + r_3^2\pi(V + v_{i3}^{sz}) = 0 \Rightarrow \dot{m}_{KP} = -r_3^2\pi v_{i3}^{sz} \quad (III.3)$$



III.2. ábra – Ellenőrző felületek

Írjuk fel a nagy (hengerpalást) ellenőrző felületre az impulzus tétel (I.7) szerinti alakját. Mivel a nyomás a teljes ellenőrző felületen azonosnak vehető, azért a zárt felületre vett nyomás integrál azonosan nulla. Az (I.7) tehát – figyelembe véve a baloldalon szereplő integrál kiszámításakor adódó előjeleket – az alábbi formában írható:

$$\int_{(A)} \underline{v} \rho \underline{v}^T dA = -\underline{T}_T \Rightarrow (\dot{I}_0 + \dot{I}'_0) + \dot{I}'_{KPx} - \dot{I}_3 - \dot{I}_3 = -\underline{T}_T;$$

azaz:

$$R_{KP}^2 \pi \rho V^2 - \dot{m}_{KP} V - (R_{KP}^2 - r_3^2) \pi \rho V^2 - r_3^2 \pi \rho (V + v_{i3}^{sz})^2 = -T_T; \quad (III.4)$$

A (III.4) egyenletből, a lehetséges egyszerűsítések elvégzésével kapjuk, hogy:

$$\begin{aligned} -r_3^2 \pi \rho (V + v_{i3}^{sz}) v_{i3}^{sz} &= -T_T, \quad de \quad \dot{m} = r_3^2 \pi \rho (V + v_{i3}^{sz}) \\ ezzel: \quad -\dot{m} v_{i3}^{sz} &= -T_T \quad \Rightarrow \quad T_T = \dot{m} v_{i3}^{sz}; \end{aligned} \quad (III.5)$$

Ezzel – bonyolultabb úton – megkaptuk a (III.2) kifejezést. A (III.2) számításánál feltételeztük, hogy a nyomás ellenőrző felületre vett integrálja nulla, ezek szerint ez a feltételezés megállta a helyét. A következőkben tehát általában a hagyományos módon, a III.1. ábrán vázolt ellenőrző felületekkel, illetve az annak megfelelő egyenletekkel számolunk.

Írjuk fel az impulzus tételt a III.1. ábra jobb oldalán látható, a tárcsát közvetlenül közrefogó (másik) ellenőrző felületre is:

$$0 = - \int_A p dA - T = -p_1 R^2 \pi + p_2 R^2 \pi - T_T; \quad (III.6)$$

Ebben az esetben az időegységre eső belépő és kilépő mozgás-mennyiség változás abszolút értéke azonos, előjelük különböző, az összegük tehát nulla – ez a nulla szerepel a (III.6) egyenlet bal oldalán. A jobb oldalon viszont ki kell számolni a felületi erőt (ez a középső tagban olvasható integrál) és az idegen testre ható (reakció) erő is beírandó. A végeredmény:

$$T_T = (p_2 - p_1) R^2 \pi; \quad (III.7)$$

A vonóerőt (tolóerőt) kiszámíthatjuk, akár a (III.2), akár a (III.7) kifejezésből. Az erőre (normál, légsavarszerű működés esetén) pozitív értéket kapunk. Ez azt jelenti, hogy a vonó (toló) erő a pozitív „x” tengely irányában mutat – ez pontosan meg is felel a fizikai elvárásainknak.

A III.1. ábra alapján két Bernoulli egyenlet írható fel: az egyik a nulla és egyes pont közé, a másik a kettes és hármas pont közé. (Az egyes és kettes pont között energia bevezetés van, ezért oda Bernoulli egyenletet felírni csak a feltétlenül szükséges megfontolások megtétele után, a bevezetett teljesítmény figyelembe vételével szabad.) A két egyenlet:

$$\frac{p_0}{\rho} + \frac{V^2}{2} = \frac{p_1}{\rho} + \frac{(V + v_i^{sz})^2}{2}; \quad (III.8)$$

$$\frac{p_2}{\rho} + \frac{(V + v_i^{sz})^2}{2} = \frac{p_0}{\rho} + \frac{(V + v_{i3}^{sz})^2}{2}; \quad (III.9)$$

Vonjuk ki (III.9)-ből (III.8)-t:

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} = \frac{(V + v_{i3}^{sz})^2}{2} - \frac{V^2}{2} = \frac{2Vv_{i3}^{sz} + (v_{i3}^{sz})^2}{2} = \frac{(2V + v_{i3}^{sz})v_{i3}^{sz}}{2}; \quad (III.10)$$

A fenti egyenletbe a nyomáskülönbség alapján beírható a vonóerő:

$$\begin{aligned} \frac{(2V + v_{i3}^{sz})v_{i3}^{sz}}{2} &= \frac{p_2 - p_1}{\rho} = \frac{T_T}{\rho R^2 \pi} = \frac{\dot{m} v_{i3}^{sz}}{\rho R^2 \pi} = (V + v_i^{sz}) v_{i3}^{sz} ; \\ \Rightarrow \frac{(2V + v_{i3}^{sz})}{2} &= (V + v_i^{sz}) \Rightarrow v_{i3}^{sz} = 2v_i^{sz} ; \end{aligned} \quad (\text{III.11})$$

A (III.11) egyenlet szerint a **távoli indukált sebesség kétszerese a közelinek**. Ez fizikailag azt jelenti, hogy a légcsavar előtti nyomáscsökkenés ($p_0 \Rightarrow p_1$) következtében jön létre a közeli indukált sebesség. Ezután, a bevezetett motorteljesítménynek köszönhetően a nyomás hirtelen megnövekszik ($p_1 \Rightarrow p_2$). Mivel a légcsavar síkja után kialakuló nyomás nagyobb az atmoszféricusnál, ez a nyomás lecsökken, miközben létrejön a „második” indukált sebesség, azaz végeredményben a távoli indukált sebesség.

Ez az eredmény csak ideális közeg áramlására érvényes és csak akkor, ha nem vesszük tekintetbe a légcsavar-sugár forgását (amely forgás mindig létrejön, ha vonóerő keletkezik). Az az állítás tehát, ami szerint a távoli indukált sebesség a közeli kétszerese valóságos áramlásokban ugyan csak közelítőleg igaz, azonban – egyszerű, de jó közelítés lévén – nagyon sok más kérdés tárgyalásakor is alkalmazzuk!

A hasznos teljesítményt a vonó (toló) erő és a sebesség szorzataként számíthatjuk:

$$P_H = T_T V ; \quad (\text{III.12})$$

Vizsgáljuk meg a légcsavar energia-viszonyait. Számítsuk ki azt a hatásfokot, amit a hasznos teljesítmény és a levegőnek átadott, időegységre eső mozgási energia hányadosa alapján határozhatunk meg:

$$\eta_p = \frac{P_H}{\dot{E}_{kin}} = \frac{T_T V}{\dot{m} \left[\frac{(V + 2v_i^{sz})^2}{2} - \frac{V^2}{2} \right]} = \frac{V 2v_i^{sz}}{\frac{4Vv_i^{sz} + 4(v_i^{sz})^2}{2}} = \frac{1}{1 + \frac{v_i^{sz}}{V}} = \frac{1}{1 + \hat{v}_i} ; \quad (\text{III.13})$$

A (III.13) kifejezés a propulziós hatásfokot határozza meg. Ez a hatásfok rendkívül fontos, azt jelzi, hogy valamely erőt, adott zavartalan áramlási sebesség (V) esetén a lehető legkisebb indukált sebességgel célszerű létrehozni. Ez azt jelenti, hogy a kis zavartalan sebesség esetén nagy légcsavar átmérőt ajánlatos alkalmazni, illetve növekvő repülési sebesség csökkenő hajtómű átmérőt enged meg. Ezt a gyakorlatban nagyon sok esetben figyelembe is vesszük. A propulziós hatásfok egy alap hatásfok, a légcsavarok valóságos hatásfoka (összhatásfoka) ennél csak rosszabb lehet!

A szakirodalomban, a fizikai tartalom jobb szemléltetése érdekében a propulziós hatásfokot kissé más alakban is fel szokás írni. Megmutatjuk, hogy a (III.13) kifejezés nevezője a hasznos és az indukált teljesítmény összege:

$$\dot{m} \left[\frac{(V + 2v_i^{sz})^2}{2} - \frac{V^2}{2} \right] = (\dot{m} 2v_i^{sz})(V + v_i^{sz}) = T_T V + T_T v_i^{sz} = P_H + P_i ;$$

Ezzel a propulziós hatásfok kifejezése az alábbi formában is felírható:

$$\eta_p = \frac{T_T V}{T_T (V + v_i^{sz})} = \frac{P_H}{P_H + P_i}; \quad (III.14)$$

Ezek szerint tehát a vonóerő (tolóerő) létrehozása érdekében be kell fektetnünk a hasznos teljesítményt, ugyanakkor a sugár felgyorsításához szükség van az indukált teljesítményre is. Így alakul ki a propulziós hatásfok.

Számítsuk ki az (átlagos, közeli, tengelyirányú) indukált sebesség felhasználásával a terhelési tényezőt:

$$t_c = \frac{T_T}{(\rho/2)V^2(R^2\pi)} = \frac{\rho R^2 \pi (V + v_i^{sz}) 2v_i^{sz}}{(\rho/2)V^2(R^2\pi)} \Rightarrow$$

Azaz:

$$t_c = 2 \frac{(V + v_i^{sz}) 2v_i^{sz}}{V^2} = 4 \left[\frac{v_i^{sz}}{V} + \left(\frac{v_i^{sz}}{V} \right)^2 \right] = 4\hat{v}_i + 4\hat{v}_i^2; \quad (III.15)$$

Innen, az alábbi másodfokú egyenlet megoldásaként kifejezhető a dimenziótlan indukált sebesség (csak a pozitív előjelet szabad figyelembe venni, mivel a négyzetgyök előtti negatív előjel esetén negatív, tehát fizikailag nem létező indukált sebességet kapnánk):

$$\hat{v}_i^2 + \hat{v}_i - t_c/4 = 0 \Rightarrow \hat{v}_i = \frac{-1 + \sqrt{1+t_c}}{2}; \quad (III.16)$$

A propulziós hatásfokot is kiszámíthatjuk a dimenziótlan indukált sebesség, illetve a terhelési tényező függvényeként:

$$\eta_p = \frac{1}{1 + \frac{v_i}{V}} = \frac{1}{1 + \hat{v}_i} = \frac{2}{1 + \sqrt{1+t_c}}; \quad (III.17)$$

A légcsavarok (valamint a szélkerekek és a rotorok) terhelési tényezője általában kis számértékkel bír ($t_c \ll 1$), ezért a légcsavarok gyengén terheltek, vagyis az egyes légcsavar lapátokat – ebben a jegyzetben – egyedülállónak tekintjük, egymásra hatásukat nem vesszük figyelembe. A gyengén terhelt szerkezetek befedési tényezője is kicsi ($\sigma \ll 1$), vagyis a légcsavar lapátok által súrolt körfelületnek csak kis részét alkotják (fedik) a lapátok.

Megjegyezzük, hogy a hajócsavarok esetében a terhelési tényező éppenséggel sokkal nagyobb, mint a légcsavaroknál – akár egynél jelentősen nagyobb értéket is elérhet. Ugyanakkor a befedési tényező is jelentősen nagyobb, szélső esetben akár egynél kicsit nagyobb is lehet. A hajócsavarok vizsgálatában az egyedülálló szárny helyett általában szárnyrácsot kell vizsgálni. Ezzel a kérdéskörrel itt nem foglalkozunk.

A következőkben egy H. Glauerttől ([34]) származó számítást ismertetünk, ahol, az előrehaladási fok függvényében a propulziós hatásfok értékét határozzuk meg – a paraméter a teljesítmény tényező (c_p) lesz. Induljunk ki a hasznos teljesítményt leíró egyenletből:

$$T_T V = \eta P \Rightarrow \rho \frac{D^2 \pi}{4} (V + v_i^{sz}) 2v_i^{sz} V = \eta P;$$

illetve:

$$\rho \frac{D^2 \pi}{4} V^3 (1 + \hat{v}_i) 2\hat{v}_i = \eta P \Rightarrow \frac{(1 + \hat{v}_i) \hat{v}_i}{\eta} = \frac{2}{\pi} \frac{P}{\rho V^3 D^2}; \quad (III.18)$$

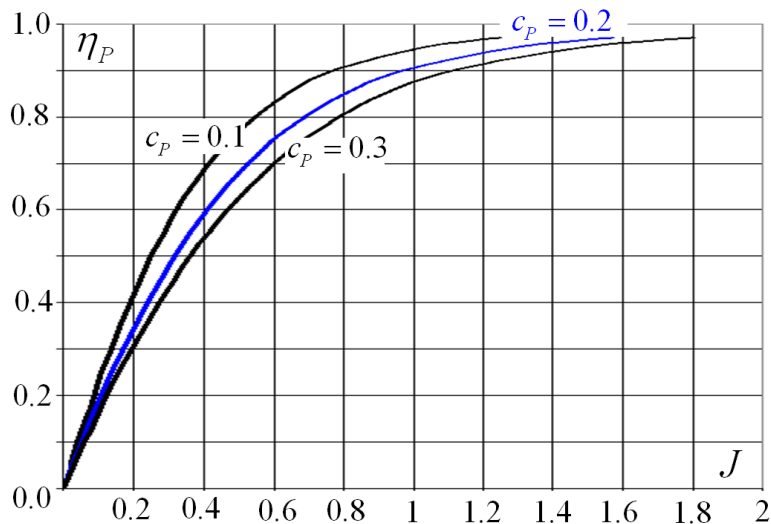
Első közelítésként tegyük fel, hogy a (III.18)-beli hatásfok egyenlő a propulziós hatásfokkal, azaz:

$$\eta = \eta_P \Rightarrow \eta_P = \frac{1}{1 + \hat{v}_i} \Rightarrow \hat{v}_i = \frac{1 - \eta_P}{\eta_P}; \quad \text{ezzel: } \frac{1 - \eta_P}{\eta_P^3} = \frac{2}{\pi} \frac{P}{\rho V^3 D^2}; \quad (III.19)$$

Bővítsük (III.19) jobboldalát úgy, hogy a teljesítmény tényező megjelenjen (az előrehaladási fok – J – nyilván nem csak a levegőhöz viszonyított sebességgel, hanem a zavartalan áramlás sebességével is számítható):

$$\frac{2}{\pi} \frac{P}{\rho V^3 D^2} = \frac{2}{\pi} \frac{P}{\rho (J n_{mp} D)^3 D^2} = \frac{2}{\pi} \frac{1}{J^3} \frac{P}{\rho n_{mp}^3 D^5} = \frac{2}{\pi} \frac{1}{J^3} c_P \Rightarrow$$

$$\frac{1 - \eta_P}{\eta_P^3} = \frac{2}{\pi} \frac{1}{J^3} c_P; \quad \left(c_P = \frac{P}{\rho n_{mp}^3 D^5}, J = \frac{V}{n_{mp} D} \right) \quad (III.20)$$



III.3. ábra – Propulziós hatásfok az előrehaladási fok függvényében

A III.3. ábrán a propulziós hatásfok alakulását tüntettük fel – a görbék paramétere a teljesítmény tényező három, tipikus értéke (0.1, 0.2 és 0.3). A propulziós hatásfokot (III.20)-ból nehéz lenne kifejezni – könnyen kifejezhető azonban az előrehaladási fok, mint a propulziós hatásfok függvénye. Ezután a III.3. ábrán látható görbék megrajzolása

már nem okoz gondot: mindössze annyit kell tenni, hogy a független változónak tekintett propulziós hatásfokot ábrázoljuk a függőleges tengelyen – az előrehaladási fok a vízszintes tengelyen kiadódik.

Korábban már megállapítottuk, hogy a propulziós hatásfok annál jobb, minél kisebb az indukált sebesség, vagyis például, minél nagyobb a légcsavar átmérője. Ezt a megállapítást finomíthatjuk a III.3. ábra alapján: jó propulziós hatásfokot alapvetően (viszonylag) nagy előrehaladási foknál kapunk. Nyilvánvalóan az is jó, ha a teljesítmény tényező értéke lehetőleg alacsony, bár elegendően nagy előrehaladási foknál e tag szerepe meglehetősen kicsi is lehet.

Tekintsük a repülési sebességet állandónak, ekkor az előrehaladási fok értékét a másodpercenkénti fordulatszám és az átmérő értékének változtatásával módosíthatjuk. Mindkét mennyiség a nevezőben szerepel (lásd III.20 kifejezés), így, ha elfogadjuk a nagy átmérő szükségességét, akkor ebből az elegendően alacsony másodpercenkénti fordulatszám választásának szükségessége következik. És valóban: a légcsavarok fordulatszáma a gyakorlatban általában, a lehetőségekhez mérten tényleg alacsony. Ez az alacsony fordulatszám jó továbbá azért is, mert így a légcsavar lapátvég sebessége kisebb lesz – ezért az összenyomhatóság hatása általában csak nagyobb repülési sebességnél jelentkezik. Az alacsony fordulatszám, illetve szögsebesség mellett a lapátokon centrifugális erő is csökken és a szögsebességek szorzatával arányos, precessziós nyomaték is kisebb lehet.

Egy repülőgép álló helyzetében működő légcsavar propulziós és összhatófoka is nulla ($V=0$). Ilyenkor, ha a további veszteségektől eltekintünk, akkor a teljes motorteljesítmény az indukált teljesítmény lesz. Az ebben az esetben vonó, vagy tolóerőt – ez a statikus propulziós erő – (III.2) vagy (III.5) szerint számíthatjuk:

$$T_T = \rho R^2 \pi (V + v_i^{sz}) 2v_i^{sz} \Rightarrow T_{ST} = \rho R^2 \pi 2 (v_i^{sz})^2; \quad (III.21)$$

Innen kifejezhető az indukált sebesség, amit az indukált teljesítmény képletébe beírva a következő formulát kapjuk:

$$v_i^{sz} = \sqrt{\frac{T_{ST}}{2\rho R^2 \pi}} \Rightarrow P_i = T_{ST} \sqrt{\frac{T_{ST}}{2\rho R^2 \pi}} = \frac{T_{ST}^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2\rho R^2 \pi}}; \quad (III.22)$$

Ismét fenntartva, hogy a teljes motorteljesítmény indukált teljesítmény lesz, kiszámítható az álló helyzetben kifejtett (statikus) vonó (toló) erő:

$$T_{ST} = \sqrt[3]{2\rho R^2 \pi P_i^2}; \quad (III.23)$$

Ez a vonó (toló) erő természetesen sohasem jöhet létre, az így számított érték egy elvi, felső határ, amelyet csak megközelíteni tudunk. Ez a közelítés annál jobb, minél kisebbek a veszteségek.

Vezessük be a statikus vonóerő tényezőt (ξ_0), amely megmutatja, hogy az elméleti értékhez viszonyítva, mekkora a valóságos statikus vonóerő:

$$T_{ST\text{ valóságos}} = \xi T_{ST} = \xi_0 \sqrt[3]{2\rho R^2 \pi P_i^2} ;$$

A statikus vonóerő tényező értéke – egy szakirodalomban olvasható példa szerint – 73.5 kW-os motorra szerelt, 1.83 méter átmérőjű légcsavarok esetében:

- $\xi_0 = 0.5$ – merev lapáttal rendelkező légcsavar esetében
- $\xi_0 = 0.64$ – állítható lapátos légcsavar esetében
- $\xi_0 = 0.69$ – állandó fordulatszámú légcsavar esetében

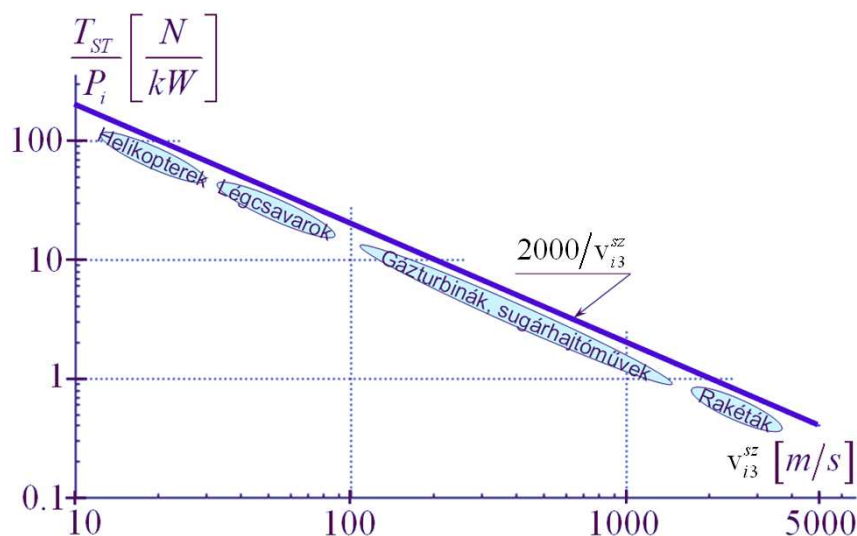
A fenti szám adatok egy, konkrét légcsavar csoportra vonatkoznak, csak azért tüntettük fel őket, hogy érzékeltesük, a valóságban nagyjából milyen tartományban változnak ezek az értékek. A fenti szám-hármasból biztosan levonható az a következtetés, ami szerint a merev légcsavar álló helyzetben általában kedvezőtlen körülmények között működik (pl. a lapátok egyes részei vagy az egészének állásszöge nagyobb a kritikusnál). Ezért az ilyen légcsavar forgatásához nagy teljesítmény szükséges, a légcsavar „nehéz”. A merev légcsavarral a kisebb vonóerő miatt kisebb gyorsulás és ezzel hosszabb felszállási úthossz adódik. Rossz esetben előfordulhat, hogy a motor a repülőgép álló helyzetében nem képes a légcsavart az üzemi fordulatszámig felpörgetni.

Az állítható lapátos jelentősen jobb a merev lapátos légcsavarnál, de a legjobb az állandó fordulatszámú légcsavar, amelynél a lapátok beállítási szögét úgy szabályozzák, hogy a motor mindig a legkedvezőbb fordulatszámán működhessen.

Vizsgáljuk meg, hogy hogyan alakul a statikus vonóerő és az indukált teljesítmény viszonya a sugársebesség függvényében:

$$\frac{T_{ST}}{P_i} = \frac{T_{ST}}{T_{ST} v_{i3}^{sz}} = \frac{1}{v_{i3}^{sz}} = \frac{2}{v_{i3}^{sz}} \left[\frac{N}{W} \right] = \frac{2000}{v_{i3}^{sz}} \left[\frac{N}{kW} \right] ; \quad (III.24)$$

A (III.24) kifejezésnek megfelelő vonalat (a logaritmus tengelylépték következtében egyenest) a III.4. ábrán tüntettük fel:



III.4. ábra – Statikus vonóerő és a sugár sebesség

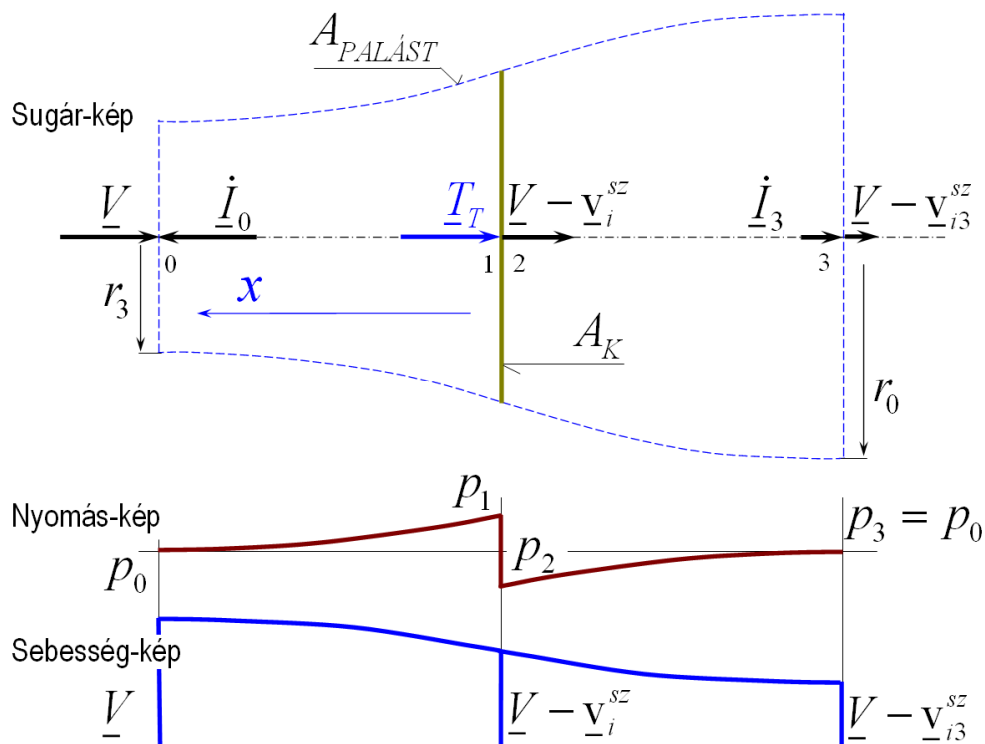
Mivel a (III.24) kifejezést és ennek alapján a III.4. ábrát a propulzió törvényeit alapul véve írtuk, illetve rajzoltuk fel, ezért nem csak a légcsavarokra, hanem a propulziós eszközökre általában is vonatkozik. A „ $2000/v_{i3}^{sz}$ ” vonal az ideális állapotot jelzi – a valóságos eszközök konkrét jellemzői nyilvánvalóan e vonal alatt helyezkednek el.

Egy eszköz annál hatékonyabb, minél közelebb van az ideális állapotot jelző vonalhoz. Jól látható az is, hogy kis sugársebesség esetén egységnyi teljesítményből nagy erőt kapunk (pl. $v_{i3}^{sz} = 20 [m/s] \Rightarrow 100 [N/kW]$); nagy sugársebesség esetén pedig ez az érték jóval kisebb (pl. $v_{i3}^{sz} = 2000 [m/s] \Rightarrow 1 [N/kW]$). Ez az értékelés szélkerekekre – természetesen – nem vonatkozik, mivel ott a tengelyirányú erő csak szükségszerű rossz.

A légcsavarok, szélkerekek és rotorok különböző működési módban dolgozhatnak. Adott esetben például a légcsavar működhet szélkerékként és így tovább. Ezzel a kérdéskörrel később foglalkozunk.

III.1.2. Az egyszerű sugár elmélet, szélkerék normál működési állapot esetére

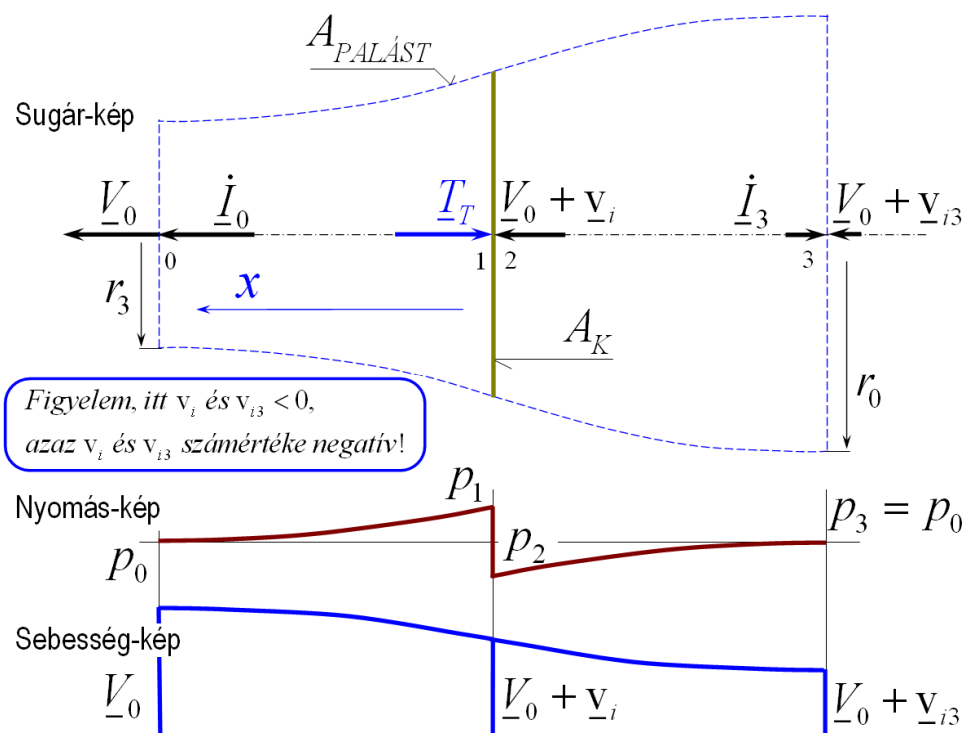
A légcsavarok és rotorok alapvetően propulziós erő létrehozására szolgáló szerkezetek – és őket, ennek megfelelően normál működési állapotban külső erőforrás forgatja. Ezzel szemben a szélkerék – normál működési állapotában – a szélben rejlő energia hasznosítására szolgál. Éppen ezért a szélkerekek esetében alapvetően az energia-viszonyok vizsgálata, optimalizálása a cél. Ebben a pontban először, a hagyományos tárgyalásmódnak megfelelően az indukált sebességet kivonjuk a szél sebességéből (III.5. ábra).



III.5. ábra – Szélkerék sugárképe (hagyományos szemlélet)

A III.6. ábrán, a későbbiekben következő, újabb szemléletmód szerinti tárgyalást bevezetendő a másik, „külső megfigyelő” szerinti rendszerben is megadtuk a sebességeket. Szélkerekek esetében ezt úgy javasoljuk elképzelni, mintha a szélkerék haladna az álló levegőhöz képest \underline{V}_0 sebességgel. Pontosan ilyen helyzet áll elő, amikor egy légcsavaros repülőgép légcsavarja például nagysebességű zuhanásban (esetleg alacsony fordulatszám esetén) szélkerékként működik. Adott esetben ez egy lehetőség a levegőben történő, motor újraindításra.

Illetve hangsúlyozottan fontos megállapítani, hogy az ebben a szemléletmódban felépített számítási eljárásban, szélkerék üzemmódban az indukált sebesség számértéke, a IV.1. ábrát vonatkoztatási alapként tekintve negatív lesz. Szélkerék üzemmódra jellemző állapotot láttat a IV.3., IV.4., IV.5. és IV.7. ábra; az igazi, vízszintes tengelyű szélkerék lapátmetszetére jellemző képet a IV.7. ábra mutat.



III.6. ábra – Szélkerék sugárképe, külső megfigyelő szerinti koordináta rendszerben

A szélkerekeknél általában vízszintes, illetve függőleges tengelyrendezésű gépekről beszélünk. Mindkét típus-osztályra jellemző az, hogy az áramlással szembeni, legnagyobb keresztmetszeti felületen áthaladó szél energiáját képesek hasznosítani. Ez, vízszintes tengelyű szélkeréknél az $R^2\pi$ kifejezéssel, függőleges tengelyű szélkeréknél általában a $H \cdot D$ (magasság \cdot átmérő) képlettel számítható. Néhány függőleges tengelyű gépnél a lapátok görbesége miatt nem a fenti téglalap felülettel, hanem attól valamelyest különböző felülettel kell számolni. Ezt, egészen pontosan az adott, függőleges tengelyű gép geometriai viszonyainak ismeretében lehet megállapítani.

A szélkerekek esetében az összes hasznosítható energia-áramot – definíció szerint – a levegő áramlási sebesség (szélsebesség), a levegő sűrűsége és az áramlással szembeni, legnagyobb keresztmetszeti felület határozza meg:

$$P_{Légáram} = \dot{E} = \dot{m} \frac{V^2}{2} = A_K \rho V \frac{V^2}{2} = \frac{A_K \rho V^3}{2}; \quad (III.25)$$

Levezettük, hogy a légcsavaroknál a távoli indukált sebesség – a megfelelő feltételek teljesülése esetén – a közeli kétszerese. Ezt a levezetést, a III.5. ábrán látható jelölésekkel és a megfelelő, értelemszerű változtatással a szélkerekekre is meg lehet ismételni. Végeredményben az adódik, hogy a távoli indukált sebesség – a megfelelő feltételek teljesülése esetén – a szélkerekeknél is a közeli kétszerese. A fontos különbség az, hogy amíg a légcsavar sugár sebessége a növekedett, addig a szélkeréknél csökken a sebesség. Ennek így is kell lennie, hiszen a szél energiát (energia áramot) ad át a szélkeréknek, vagyis a szélkeréken áthaladó levegő mozgási energiája csökken.

Számítsuk ki, hogy – a III.5. ábra jelöléseit használva – mekkora a szél (levegő) által leadott energia áram:

$$\dot{E}_{Légáram} = \dot{m}_L \left(\frac{V^2}{2} - \frac{(V - 2v_i^{sz})^2}{2} \right) = A_K \rho (V - v_i^{sz})^2 2v_i^{sz}; \quad (III.26)$$

Határozzuk meg, hogy ez az energia áram mely közeli indukált sebességnél lesz a legnagyobb. A szélsőértéket az energia áramnak az indukált sebesség szerinti parciális deriváltjának nullával történő egyenlővé tételével keressük:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{E}_{Légáram}}{\partial v_i^{sz}} = 0 &= A_K \rho (V - v_i^{sz})^2 2 - 2A_K \rho (V - v_i^{sz}) 2v_i^{sz} \\ \Rightarrow (V - v_i^{sz})^2 - (V - v_i^{sz}) 2v_i^{sz} &= 0; \end{aligned}$$

A levezetésből adódó egyenlet az alábbi alakban írható fel:

$$(V - v_i^{sz}) \left[(V - v_i^{sz}) - 2v_i^{sz} \right] = (V - v_i^{sz}) (V - 3v_i^{sz}) = 0; \quad (III.27)$$

A (III.27) kifejezés értéke nulla, ha a közeli indukált sebesség egyenlő a szélesebességgel ($v_i^{sz} = V$), illetve ha a közeli indukált sebesség harmada egyenlő a szélesebességgel ($v_i^{sz} = V/3$). Az első eset kizárható, hiszen ekkor, (III.26) szerint az energia áram nulla, tehát nincs energia leadás. Másrészt ez az eset amúgy is fizikai nonszensz, mivel ekkor a levegő sebessége a szélkerék síkjában nulla – itt tehát nincs levegőáramlás.

A második lehetőség, ami szerint a közeli indukált sebesség harmada egyenlő a szélesebességgel ($v_i^{sz} = V/3$) viszont valóban az energia áram maximális értékét mutatja. Azt, hogy ez maximum bebizonyíthatnánk a második derivált segítségével – de egyszerűbb abból a fizikai megfontolásból kiindulni, hogy nulla közeli indukált sebességnél és a szélesebességgel egyenlő közeli indukált sebességnél az energia áram egyaránt nulla. A többi – e határok közé eső – közeli indukált sebesség értéknél az energia áram pozitív, így a szélsőérték biztosan maximum.

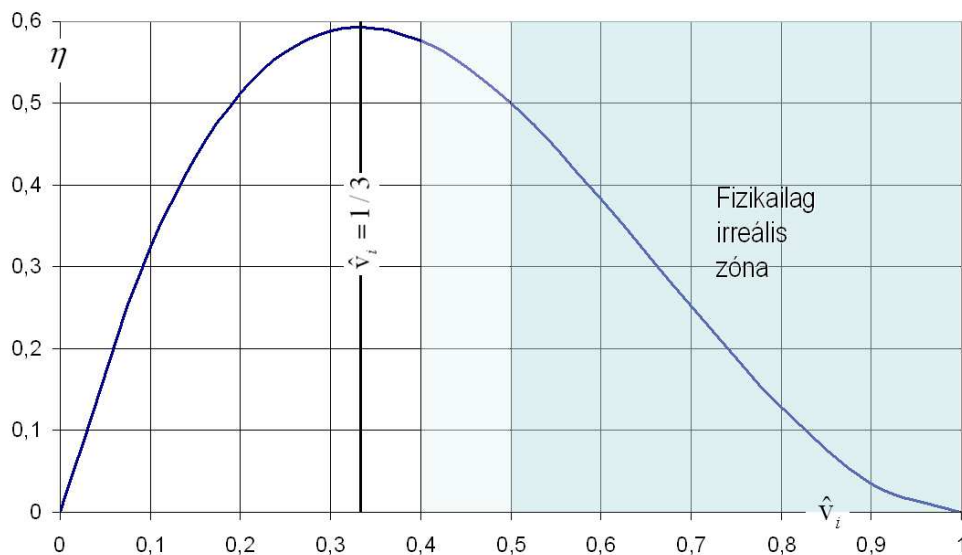
Az eredményünket a fontossága miatt megismételjük: a szél által a szélkeréknek átadott energia áram akkor maximális, ha a közeli indukált sebesség harmada egyenlő a szélesebességgel ($v_i^{sz} = V/3$).

Ezek szerint tehát a legjobb szélkerék – az elrendezéstől függetlenül – a szélesebességet a síkjában a két-harmadára, messze maga mögött az egy-harmadára csökkenti.

Megjegyezzük, hogy ez az eredmény néhány, különleges esetben nem érvényes (például akkor, ha a szélérőműhöz érkező szelet valamilyen külön szerkezettel nagyobb területről gyűjtik, koncentrálnák).

Számítsuk ki a szélkerekek Betz által definiált alap hatásfokát, amelyet a (III.26) és a (III.25) összevetésével írhatunk fel:

$$\eta = \frac{\dot{E}_{Légáram}}{P_{Légáram}} = \frac{A_K \rho (V - v_i^{sz})^2 2v_i^{sz}}{(\rho/2) A_K V^3} = 4(1 - \hat{v}_i^{sz})^2 \hat{v}_i^{sz}; \quad (III.28)$$



III.7. ábra – A hatásfok alakulása a dimenziótlan indukált sebesség függvényében

A III.7. ábrán a (III.28)-cal definiált hatásfokot ábrázoltuk a dimenziótlan közeli indukált sebesség függvényében. A hatásfok görbéről látható, hogy amikor a közeli indukált sebesség harmada egyenlő a szélesebességgel, akkor valóban a maximális hatásfokot és ezzel a maximális hasznos (elméleti) teljesítményt kapjuk.

Nagyon fontos, hogy amikor a közeli indukált sebesség a fele a szélesebességnek, akkor – lévén a távoli indukált sebesség a közeli duplája – a távoli eredő sebesség nulla. Ez elméletileg azt jelenti, hogy a szélkerék mögött (távol) a levegő megáll. Ez a valóságban nyilvánvalóan nem fordulhat elő! Amikor tehát a III.5. ábra szerinti áramképet fogadjuk el, akkor ki kell kötni, hogy a közeli indukált sebességnek határozottan kisebbnek kell lennie a szélesebesség felénél. Például ki kell kötni a $\hat{v}_i < 0.45$ feltételt. A 0.45 csak körülbelüli számérték, a különböző számítási módszerek különböző konkrét korlátot alkalmaznak, ezek azonban nincsenek túl távol a fenti számértéktől.

A valóságban – természetesen – létrejöhet $\hat{v}_i > 0.5$ érték is, csak ilyen esetben már nem fogadható el a III.5. ábra szerinti áramkép. Ehelyett feltehető, hogy a túl nagy közeli indukált sebesség esetében a lassuló sugár helyett a szélkerék mögött örvényes zónát találunk. Ezt – és a további, különlegesnek tekinthető üzemállapotokat – a működési módok vizsgálatánál tárgyaljuk.

Végeredményben tehát arra kell törekedni, hogy a $\hat{v}_i = 0.3$ dimenziótlan közeli indukált sebesség jöjjön létre. Számítsuk ki a Betz hatásfokot ebben, a legkedvezőbb esetben. Ez nyilván a legnagyobb hatásfok érték, ami a $v_i^{sz} = V/3$ feltétel figyelembe vételével kapható meg:

$$\eta_{BETZ} \left(v_i^{sz} = \frac{V}{3} \right) = \frac{\dot{E}_{Légáram}}{P_{Légáram}} = \frac{A_K \rho (V - v_i^{sz})^2 2v_i^{sz}}{(\rho/2) A_K V^3} = 4 \frac{V^2 (1-1/3)^2 (V/3)}{V^3} = \frac{16}{27}; \quad (III.29)$$

Ez a hatásfok egy korlát, ennél jobb hatásfokú szélkereket építeni nem lehetséges. Illetve ilyen sem lehet – az adott szélkerék jóságát az jellemzi, hogy az összhatófoka mennyire közelíti meg a Betz hatásfokot.

A szélkerekek abszolút hatásfokának nevezzük azt a hatásfokot, amely a tényleges hasznos teljesítmény (III.25)-höz viszonyított értékét mutatja. A relatív hatásfok pedig az a hatásfok, amelynél a tényleges hasznos teljesítményt a Betz hatásfokkal csökkentett szél teljesítményhez viszonyítjuk:

$$\eta = \eta_{(ABSZOLÚT)} = \eta_{BETZ} \eta_{RELATÍV} = \frac{16}{27} \eta_{RELATÍV}; \quad (III.30)$$

A szélkerekek esetében a tengelyirányú erő létrehozása nem cél, de a működés szükségszerű velejárója. Adott esetben, nagy szélesebességnél ez az erő igen jelentős terhelést okozhat – ezért az ismerete fontos.

A tengelyirányú erőt a III.5. ábra alapján, illetve a (III.2) kifejezés értelemszerű átírásával számíthatjuk:

$$\begin{aligned} \dot{I}_0 &= +\rho R^2 \pi (V - v_i^{sz}) V \quad \text{és} \quad \dot{I}_3 = -\rho R^2 \pi (V - v_i^{sz}) (V - v_{i3}^{sz}) \\ \dot{I}_0 + \dot{I}_3 &= \rho R^2 \pi (V - v_i^{sz}) v_{i3}^{sz} \Rightarrow \\ T_T &= -\dot{m} 2v_i^{sz} = -\rho R^2 \pi (V - v_i^{sz}) 2v_i^{sz}; \end{aligned} \quad (III.31)$$

Ezek szerint az erő abszolút értéke azonos a légcsavarnál számított erővel, az értelme azonban ellentétes. Ez az erő okozza például a vízszintes tengelyű a szélkerekek tornyának hajlító igénybevételét.

Az V. pontban vezetjük be a Schmitz eljárást – egy-egy metszet és ezek összegzésével az egész forgószárny (szélkerék, légcsavar, rotor) működésének számítását alapvetően ezzel az eljárással javasoljuk. A javasolt számítási eljárás mindhárom forgószárny típusra (légcsavar, szélkerék, rotor) azonos, de pontosan emiatt a különböző jellemzők egy része,

így az indukált sebesség is előjellel rendelkezik, előjellel együtt tekintendő! Ezt a kérdést a IV. pontban vizsgáljuk, illetve rögzítjük az előjel szabályokat.

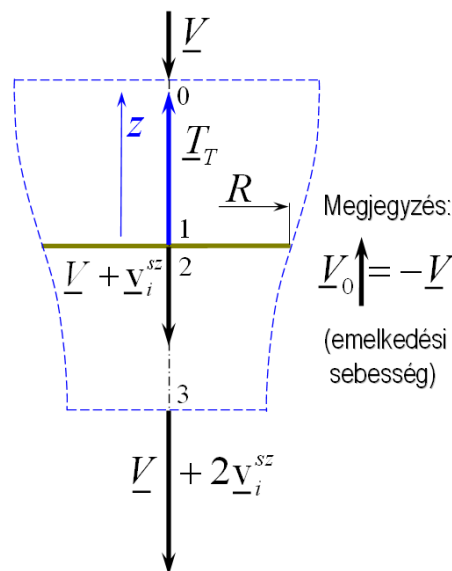
III.1.3. Az egyszerű sugár elmélet rotorok esetére

Ebben a munkában csak a helikopter főrotorok és az autogíró rotorok tengelyirányú átáramlási módjaival foglalkozunk. Az általános (ferde) átáramlás vizsgálatára itt nem térhetünk ki. A fark rotorokkal külön nem foglalkozunk, azokra, az egyszerűbb esetekben az e munkában leírtak értelemszerűen alkalmazhatók, az összetettebb esetek vizsgálatára viszont messze meghaladja az itt rendelkezésre álló lehetőségeinket.

A helikopterek főrotorjai – tengelyirányú átáramlás esetén – különböző állapotokban működhetnek. A függőlegesen emelkedő helikopter esetében a főrotor légcsavarszerű üzemállapotban működik, ekkor a levegő zavartalan rotorhoz áramlásának sebessége az emelkedési sebesség mínusz egyszerese. Illetve a levegősugár a III.1. ábrán látható módon alakul, de úgy, hogy az ábra tengelye függőleges lesz (III.8. ábra).

A T erőt itt emelő erőnek nevezzük, számítása (az impulzus tétel és a Bernoulli egyenlet alkalmazásával) ugyanúgy történik, mint a légcsavar esetében – értelemszerűen megismételjük a (III.2) kifejezés végső formáját:

$$T_T = \dot{m} v_{i3}^{sz} = \left[\rho R^2 \pi (V + v_i^{sz}) \right] 2v_i^{sz}; \quad (III.2)$$



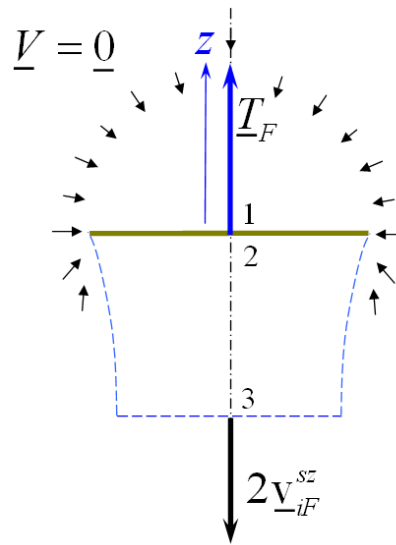
III.8. ábra – Emelkedő helikopter rotor

A légcsavaroknál levezetett erő az „ x ” tengely irányába mutatott (III.1. ábra), itt az emelő erő a „ z ” tengely irányába mutat (III.8. ábra). A korábbi megfontolások és számítások – értelemszerűen – itt is igazak, vagyis a sugárkép a III.1. ábrán vázolthoz hasonlóan alakul. Azaz a rotor felett kis nyomás (depresszió, $p_1 < p_0$) alakul ki. Emiatt a rotorhoz közeledő légáram sebessége megnő, kialakul a közeli indukált sebesség. A

nyomás a rotor alatt – a bevezetett hajtómű teljesítménynek köszönhetően – megnő, túlnyomás ($p_2 > p_0$) alakul ki. Ez a túlnyomás csökken az atmoszférikus nyomásig ($p_3 \cong p_0$), illetve e nyomáscsökkenés eredményeképpen alakul ki a távoli indukált sebesség. Ez – a légcsavarnál rögzített feltételek esetén – a közeli indukált sebesség kétszerese (III.8. ábra).

A lebegésben (amikor az emelkedési, illetve süllyedési sebesség nulla) a rotor körüli áramkép a III.9. ábrán látható módon alakul.

Amíg a légcsavaroknál az álló helyzetű repülőgépen történő működés csak elindulásakor fordul elő, addig a lebegés a helikoptereknél rendkívül fontos üzemi állapot.



III.9. ábra – Helikopter rotor körüli áramkép lebegésben

A III.9. ábrán, az ábra alsó részén feltüntettük a rotor alatti sugár, felette-körülötte azonban csak nyilakkal szemléltettük az áramképet. Ez a felette-körülötte kialakuló áramkép azt jelzi, hogy a rotor alatti sugár kivételével mindenhol (alulról is) érkezik a levegő a rotorhoz. Az érkező levegő sebessége, a rotortól távolodva pedig a nullához tart. A rotortól távolodva a sebesség nullához, a belépő felület a végtelenhez tart – de pontosan úgy, hogy e két mennyiség szorzata állandó marad – ez az állandó érték a rotoron áthaladó levegő térfogat-árama. Illetve ha a sűrűséggel is szorzunk, akkor ez a rotoron áthaladó levegő tömeg-árama.

A III.1. ábrán látható az ellenőrző felületbe belépő légáram időegységre eső mozgásmennyiség változása (\dot{I}_0) – ez a lebegő rotornál pontosan nulla értékű lesz, mivel bár a tömegáram ugyan nem nulla, de a sebesség az – a szorzatuk tehát nulla lesz. Ezek szerint a lebegésre az impulzus tétel az alábbi formában írható fel:

$$\begin{aligned} \dot{I}_0 = 0 \quad \text{és} \quad \dot{I}_3 = -\rho R^2 \pi 2 (v_{iF}^{sz})^2 &\Rightarrow \dot{I}_0 + \dot{I}_3 = -\rho R^2 \pi 2 (v_{iF}^{sz})^2 \Rightarrow \\ T_F = \dot{m} 2v_{iF}^{sz} = \rho R^2 \pi v_{iF}^{sz} 2v_{iF}^{sz} ; & \end{aligned} \quad \text{(III.32)}$$

A lebegésben kifejtendő emelő erő valamivel nagyobb kell, hogy legyen, mint a helikopter aktuális repülő súlya, mert főként a rotor alatti sugárban, a törzs miatt áramlási ellenállás keletkezik és az emelő erőnek ezt is le kell győznie. Első közelítésben azonban gyakran felteszik, hogy $T_F \cong G$, azaz, a lebegésbeli emelő erő a súlyerővel közelíthető. Ezzel a lebegésbeli, közeli, átlagos indukált sebesség közelítőleg kiszámolható:

$$v_{iF}^{sz} = \sqrt{\frac{T_F}{2\rho R^2 \pi}} \Rightarrow v_{iF}^{sz} \cong \sqrt{\frac{G}{2\rho R^2 \pi}} = \sqrt{\frac{1}{2\rho}} \sqrt{\frac{G}{R^2 \pi}} = \sqrt{\frac{1}{2\rho}} \sqrt{p_{FT}}; \quad (v_{iF} = -v_{iF}^{sz}) \quad (III.33)$$

A felületi terhelés (p_{FT}) a légijárművek – köztük a helikopterek – fontos jellemzője. Értéke helikoptereknél nagyjából 100 és 600 N/m^2 között változik. Ennek megfelelően a lebegésbeli indukált sebesség értéke nagyjából 6 ~ 16 m/s között változik. Általában a lebegésbeli, közeli, átlagos indukált sebesség értéke a nagyobb helikoptereknél – ahol a felületi terhelés értéke magasabb – nagyobb, a kisebb helikoptereknél pedig kisebb.

Az emelő erő (T_T) által időegységenként végzett teljes munka (teljesítmény) az erő és a keletkezésének helyén érvényes sebesség szorzataként írható fel:

$$P_T = T_T (V + v_i^{sz}) = \dot{m} 2 v_i^{sz} (V + v_i^{sz}); \quad \text{lebegésben: } P_{TF} = \dot{m} 2 (v_{iF}^{sz})^2; \quad (III.34)$$

Továbbmenve, a (III.34) kifejezés bal oldali formájában felírt teljesítményt két részre szokás választani. Az emelő erő és a hozzááramlási sebesség szorzata a hasznos, az emelő erő és a közeli indukált sebesség szorzata pedig az indukált teljesítmény:

$$P_T = T_T V + T_T v_i^{sz} = P_H + P_i.$$

A hasznos teljesítmény a fizikai értelemben vett hasznos teljesítmény – az emelő erő és az emelkedési sebesség szorzata ($P_H = T_T V$). Az indukált teljesítmény ($P_i = T_T v_i^{sz}$) pedig a légáram felgyorsításához szükséges része a teljes teljesítménynek. Ez egyrészt nem hasznos teljesítmény, másrészt viszont a vonóerő létrehozásához feltétlenül, elengedhetetlenül szükséges. Innen rögtön belátható, hogy, ha vonóerőt hozunk létre, akkor azt csak veszteséggel tudjuk megtenni.

A hasznos teljesítményt elosztva a levegőnek átadott teljesítménnyel a propulziós hatásfok kifejezését kapjuk (megismételjük a képletet):

$$\eta_P = \frac{T_T V}{T_T (V + v_i^{sz})} = \frac{P_H}{P_H + P_i}; \quad (III.14)$$

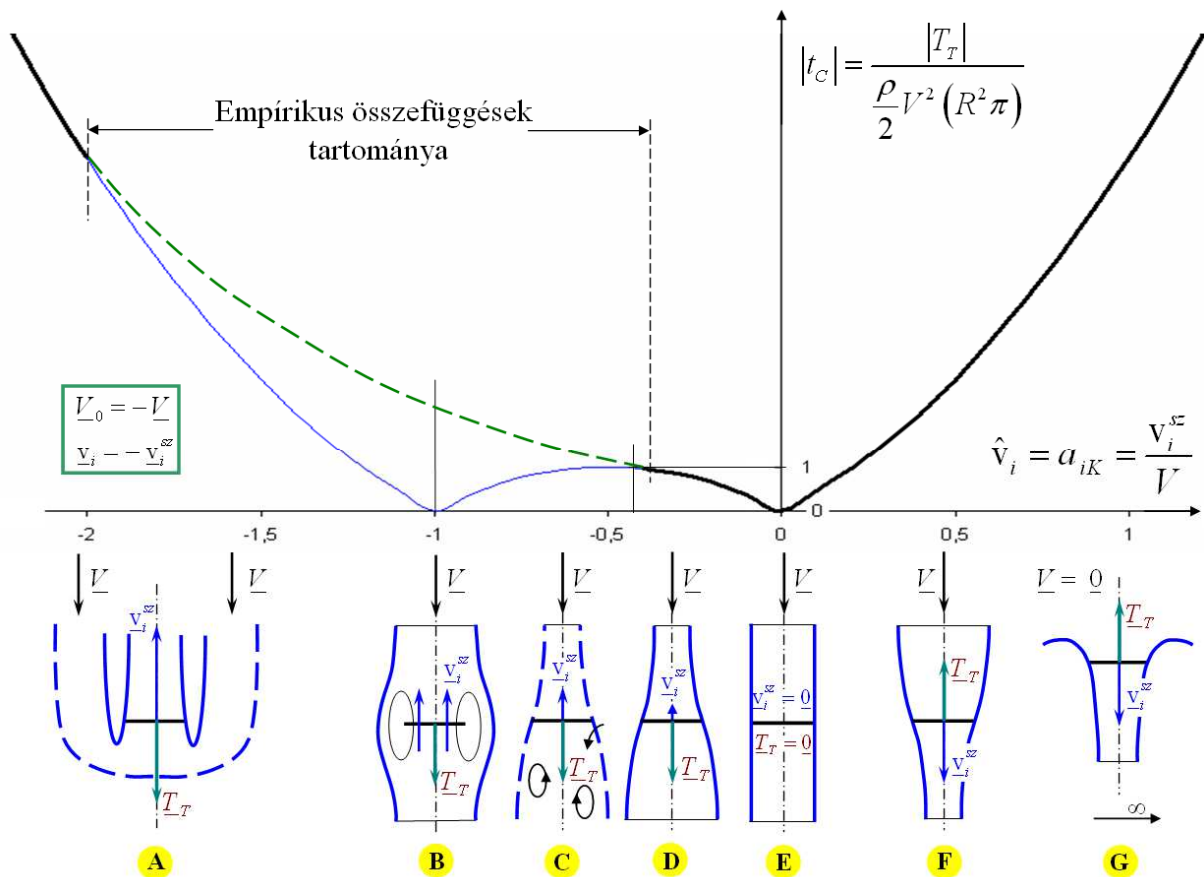
A lebegésben a hozzááramlási sebesség (V) értéke nulla. Ezért, ebben az esetben a fenti hasznos teljesítmény és ezzel a propulziós hatásfok is nulla lesz. A forgószárnyak működésének lebegésbeli jóságát megítélendő, (III.32) felhasználásával, a szakirodalom nyomán a lebegési (függeszkedési) hatásfokot vezetjük be:

$$\eta_F = FM = \frac{T_F v_{iF}^{sz}}{P} = \frac{1}{\sqrt{2\rho}} \frac{T_F}{P} \sqrt{\frac{T_F}{R^2 \pi}}; \quad (III.35)$$

III.2. Működési állapotok vizsgálata

A következőkben megvizsgáljuk a légcsavarok, szélkerekek és a tengelyirányú áramlásban működő rotorok (gyűjtőnéven: forgószárnyak) lehetséges üzemi állapotait. Az ilyenféle üzemi állapotokat már az 1920-as évektől kezdve (pl. [34]) vizsgálják, mégis az eredmények mind a mai napig nem igazán váltak közkinccsé.

Első lépésben vizsgáljuk meg a klasszikusnak tekinthető felosztást, ami az axiális indukciós tényező, másképpen a dimenziótlan közeli indukált sebesség ($a_{iK} = v_i^{sz}/V = \hat{v}_i$) függvényében a terhelési tényező abszolút értékének változását mutatja be. A terhelési tényező kifejezését korábban, az egyszerű impulzus elmélet tárgyalásakor (III.15 kifejezés: $t_c = 4\hat{v}_i + 4\hat{v}_i^2 = 4a_{iK} + 4a_{iK}^2$) vezettük le.



III.10. ábra – Működési állapotok

A (III.15) egy parabola egyenlete, ez a parabola az $a_{iK} = 0$ -nál és a $a_{iK} = -1$ -nél metszi a vízszintes tengelyt, a minimuma az $a_{iK} = -0.5$ -nél található. Az ábrán, a hagyományos tárgyalásmódnak megfelelően a terhelési tényező abszolút értékét tüntettük fel, mivel az empirikus összefüggéseket jelző szaggatott vonal így jobban ábrázolható. Az ábrán feltüntetett görbék – különösen igaz ez a szaggatott vonallal rajzolt görbére – csak jellegre helyesek, ezekről konkrét számértéket leolvasni nem szabad!

A III.10. ábrán – rajztechnikai okok miatt – az „A – G” al-ábrákon a forgószárny forgástengelyét függőlegesen választottuk. Ez – többek között – megfelel egy helikopter fő-rotor esetének. A légcsavar, a szélkerék vagy pl. helikopter farokrotor esetén – kívánság szerint – a tengely és vele a sebességek értelemszerűen vízszintesre fordíthatók, fordítandók.

Az axiális indukciós tényező, $a_{iK} = v_i^{sz} / V = v_i / V_0 = \hat{v}_i$, egyúttal a dimenziótlan közeli indukált sebességet leíró viszonyszám is. A „Definíciók”-ban leírtak szerint pozitív, amikor a „szélcsatorna szemlélet” szerinti közeli indukált sebesség (\underline{v}_i^{sz}) és a levegő hozzááramlási sebességének (a zavartalan légáram forgószárnyhoz viszonyított haladási sebessége – \underline{V}) értelme azonos – ez az ábra szerinti F és G eset – és negatív, ha ellentétes (A, B, C és D eset). Ez a szabály a másik, a külső megfigyelő nézőpontja szerint definiált rendszerben is igaz, ez nyilvánvalóan következik abból, hogy mind a közeli tengelyirányú indukált sebesség (\underline{v}_i), mind az egész forgószárny levegőhöz viszonyított haladási sebessége (\underline{V}_0) esetében, az előző esethez képest előjelváltás van. Az V. pontban bevezetendő, általános érvényű számításban az előjeleket a másodiknak említett rendszer szerint választjuk majd.

Az „A” eset fékező állapotban működő forgószárnyat mutat. Ez az üzemállapot leggyakrabban a kis sebességgel süllyedő helikopter fő-rotor esetében jön létre (ld. még III.12. és IV.13. ábra). Véleményünk szerint ez a működési állapot légcsavarok esetében (III.13. ábra) csak ritkán fordul elő. Ennek az esetnek a számítására az egyszerű impulzus elmélet, az itt ismertetett formában nem alkalmas, a számítás peremfeltételeit a tényleges áramlásnak alakulásának megfelelően kell megválasztani.

A „B” eset az örvénygyűrű állapot (III.11., III.12., és III.13. ábra). Ekkor az alapáramlás sebessége és az átlagos tengelyirányú közeli indukált sebesség abszolút értéke nagyjából azonos, az értelmük pedig ellentétes ($a_{iK} \sim -1$). Ebben az esetben a környező levegő a légcsavart, rotort vagy szélkereket megkerüli, illetve a lapátok körül kialakuló áramlás önmagában záródik – ezt az önmagában záródó, gyűrű alakú áramlást nevezzük örvénygyűrű állapotnak. Ez az állapot jelentős a helikopterek fő-rotorjainál, amikor a merülés sebessége nagyjából az átlagos indukált sebességgel azonos; jelentős a helikopter farok-rotoroknál, függőleges tengely körüli, helyben forduláskor és a szélkerekeknél, amikor a szélkerék a szelet lényegében a megállásig lefékezne. Az örvénygyűrű állapot egyébként számos problémát okoz, ezért veszélyes és tiltott állapot, elkerülését megfelelő repülési szabályok felállításával vagy üzemmód választással igyekeznek elérni.

A „C” eset a turbulens vagy leszakadt örvénygyűrű állapot (III.10., III.11., III.12., és III.13. ábra). Ilyen eset áll elő, ha a helikopter lefelé gyorsulva mintegy kizuhan az örvénygyűrű állapotból; a farok-rotornál, amikor az a helikopter törzsének gyorsuló forgása miatt olyan sebességgel kezd haladni, hogy róla az örvénygyűrű leválik és ilyen a szélkerék, amikor a levegőt a saját síkjában a megfúvási sebesség felénél kisebb sebességre lassítja. (Csak megjegyezzük, hogy például a helikopter zuhanását vizsgálva a „C” alábrát célszerű 180 fokkal megfordítani, úgy hogy pl. az emelő erő felfele

mutasson!) A későbbiekben foglalkozunk az egyes lapátmetszetek körül kialakuló sebességekkel, az úgynevezett sebességi sokszögekkel. A „B” és „C” eset sebességi sokszögeit nem is ábrázoltuk, ezeket az eseteket CFD módszerekkel vagy méréssel célszerű vizsgálni.

Az eddig ismertetett három eset-típusnál (A, B és C) az impulzus tétel hagyományos alakja nem alkalmazható. A szakirodalom néha azt állítja, hogy az impulzus tétel itt nem érvényes. Ez nyilvánvalóan nem igaz, mivel az impulzus tétel a mozgásmennyiség megmaradását mondja ki, azaz a négy közül az egyik megmaradási elv, így az érvényessége nyilván nem szűnik meg. Mindössze az alkalmazása lesz sokkal nehezebb. Annál is inkább igaz ez, mivel ezeket az eseteket korszerű, CFD módszerekkel lehet, illetve szokás vizsgálni és ezek a CFD módszerek (is) legtöbbször a négy – köztük a mozgásmennyiség – megmaradási elven alapulnak.

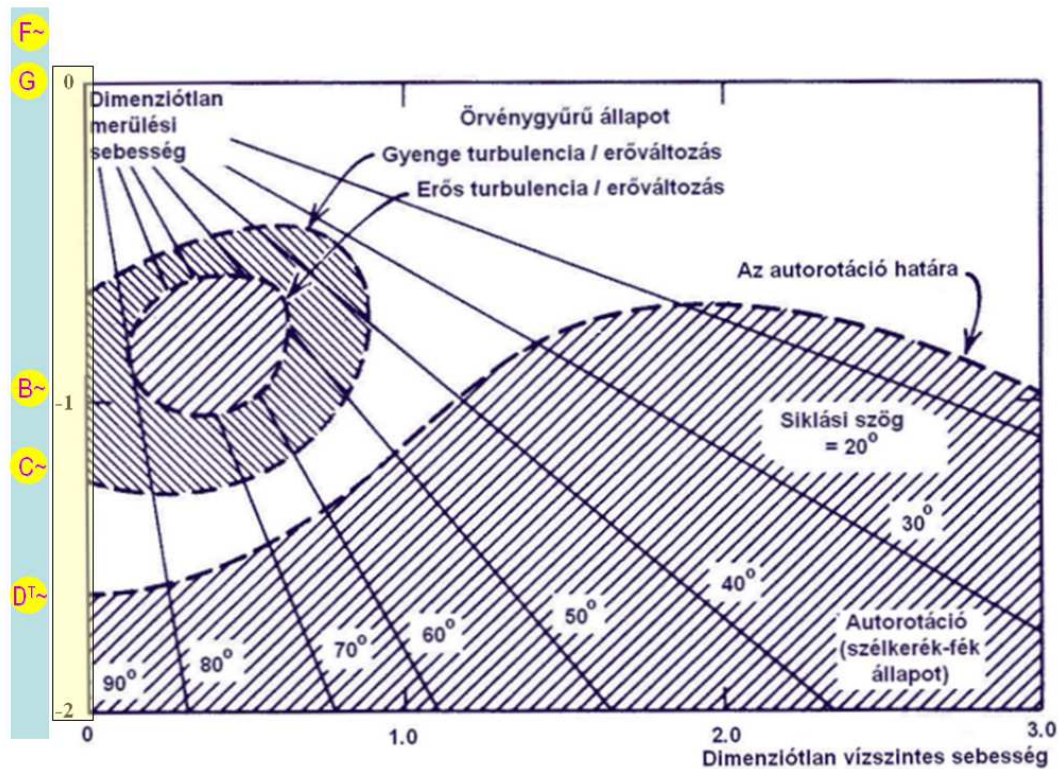
A „D” eset (III.12. és III.13. ábra) a szélkerék módban működő légcsavar (IV.3., IV.4. és IV.5. ábra) és a szélkerék normál működési állapota (IV.7. ábra). A függőlegesen süllyedő, autorotáló helikopter fő-rotor módja a „D^I” eset (III.12., III.13., és IV.14. ábra). Az önforgásban süllyedő helikopter fő-rotor esetén a III.13. ábra „D” al-ábrájának képét célszerű 180 fokkal megfordítva képzelni, ilyenkor a megfúvás alulról érkezik és a „T” erő felfele mutat. A „D^I” eset még a légcsavar fék állapot (IV.15. és IV.16. ábra). Légcsavaroknál ilyen fékező állapot elérhető a légcsavar lapátok beállítási szögének jelentős lecsökkentésével (negatív értékre állításával) vagy a beállítási szög 90 fokot jelentősen meghaladó megnövelésével ([9]). Ebben az esetben a légcsavar fékező erőt hoz létre. Ez a fékező erő lényeges lehet légcsavaros repülőgépek leszállásának végső, földi fékezési szakaszában. Gondoskodni kell arról, hogy repülés közben ilyen üzemiállapot ne következhesen be!

Az „E” eset elméleti jelentőséggel bír: ez az az állapot, amikor a levegő a vizsgált eszközön sebességváltozás nélkül halad át, tehát erő sem keletkezik. De ez az eset választja el egymástól például a normál állapotban működő szélkereket (D eset) és a légcsavart (F eset). Az „F” eset a légcsavar, a függőlegesen emelkedő helikopteren működő fő-rotor és a lebegő helikoptereken működő farok rotor esete.

A „G” esetben a dimenziótlan tengelyirányú indukált sebesség (\hat{v}_i) a végtelenhez tart, vagyis ezt az esetet tulajdonképpen a „végtelenben” találjuk – itt az ábrán praktikus okokból tüntettük fel az adott helyen. A végtelenhez tartás oka egyébként az, hogy a zavartalan áramlás sebessége tart a nullához ($V \rightarrow 0$); a fizikai (dimenziós) indukált sebesség értéke egyáltalán nem a végtelenhez, hanem a (III.32), illetve (III.33)-mal meghatározott értékhez tart. Ez a helyben álló repülőn működő légcsavar, illetve a szélcsendben egyhelyben lebegő helikopter fő-rotor esete.

A III.10. ábrán vázolt esetek rendezése, a „szélcsatorna szemlélet” szerinti közeli, átlagos tengelyirányú indukált sebesség változása alapján történt, az egyes esetek így következnek egymás után. Ezen esetek közül a „B” és „C” eset számításával nem foglalkozunk, ezek vizsgálatára empirikus, kiegészítő összefüggések vezethetők be, vagy numerikus számítás alkalmazható.

A III.11. ábra a helikopteres szakirodalomból származik és – más repülési állapotok mellett – a helikopterek süllyedő repülésben előálló működési módjait mutatja be. Jelen munkában csak a függőleges tengelyen (külön kiemelve) bemutatott működési állapotokat vizsgáljuk. Ezek a helikopter rotorok függőleges süllyedésére jellemzőek. Legfelül látható a III.10. ábra jelölései szerinti „F” állapot, a normál légcsavar és a függőlegesen emelkedő helikopteren működő fő-rotor esete. A függőleges tengely nulla pontja felel meg a „G” állapotnak (lebegő helikopter vagy álló repülőgép).



III.11. ábra – Helikopter rotor működési állapotai süllyedésben

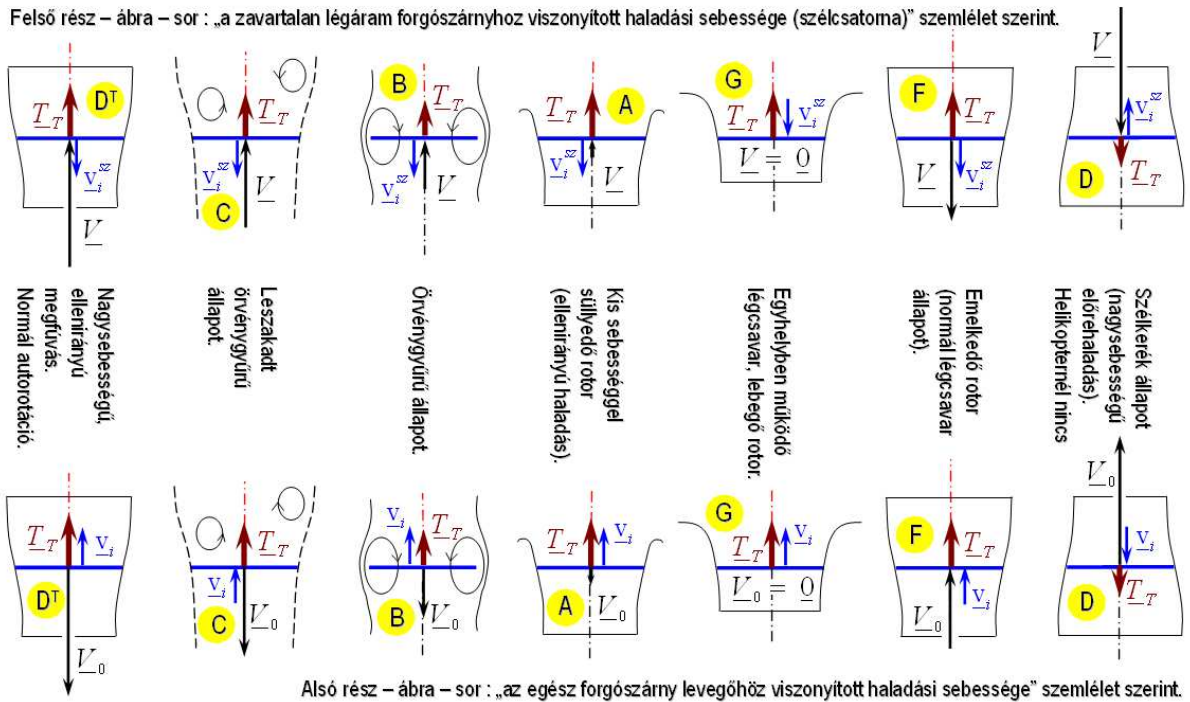
Az örvénygyűrű állapot – az ábra szerinti „Gyenge turbulencia / erőváltozás” és „Erős turbulencia / erőváltozás” elnevezésű terület – a függőleges tengelyen egy intervallumot jelöl ki. Ennek nagyjából a közepére helyeztük a „B” megjelölést. Illetve ettől kicsit lejjebb található a „C” megjelölés, ami a leszakadt örvénygyűrű állapotot mutatja.

A függőleges tengely alsó részénél látható a „D^T” megjelölés. Ez a megjelölés a III.12., III.13. és IV.14. ábrán is látható. Ez a helikoptereknél létfontosságú, illetve az autogírók rotorjának alapvető működését jelentő üzemi állapot, az autorotáció. Illetve ez a légcsavar-fék állapot is (IV.15. és IV.16. ábra).

A III.11. ábra egyébként átvezet a működési módoknak a forgószárny levegőhöz viszonyított haladási sebessége (V_0) szerinti rendezéshez. Szélkeréknél ezt a rendszert a III.6. ábra kapcsán értelmeztük.

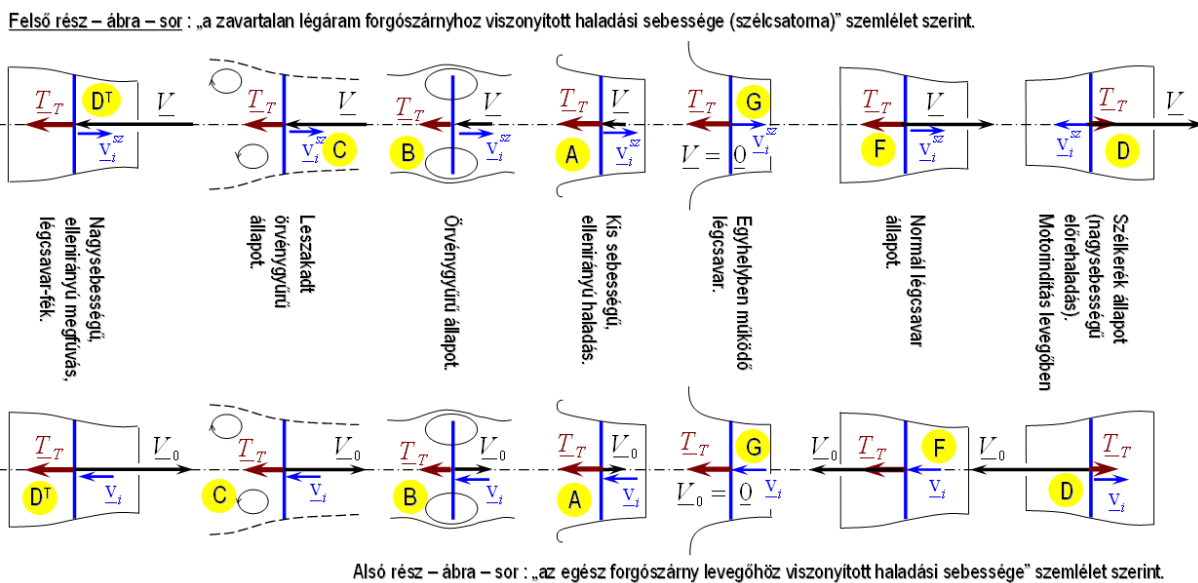
A III.12. és III.13. ábrán a forgószárnyak sebesség szerint rendezett működési állapotai láthatók. Ezek az ábrák két részre vannak bontva, a felső sorban a szélcsatorna szemlélet szerinti sebességek, az alsó sorban az álló rendszerben értelmezett

sebességek láthatók. Ezek egymás mínusz egyszeresei (pl. $\underline{V}_0 = -\underline{V}$). A következő számításokban legtöbbször a forgószárny levegőhöz viszonyított haladási sebessége (\underline{V}_0) szerinti értelmezést használjuk majd.



III.12. ábra – Működési állapotok a sebesség szerint rendezve; helikopter

A $\Lambda_0 = V_0/(\Omega r)$ vagy V_0/U sebességi tényező értéke a III.12. és III.13. ábra bal oldalon lévő „D^T” esettől (itt ez a tényező viszonylag nagy abszolút értékű, negatív szám) folytonosan növekszik a „D” esetig (itt ez a tényező viszonylag nagy pozitív szám). A vizsgálatainkban – amint azt korábban már említettük – a kerületi sebességet mindig pozitívnak tekintjük.



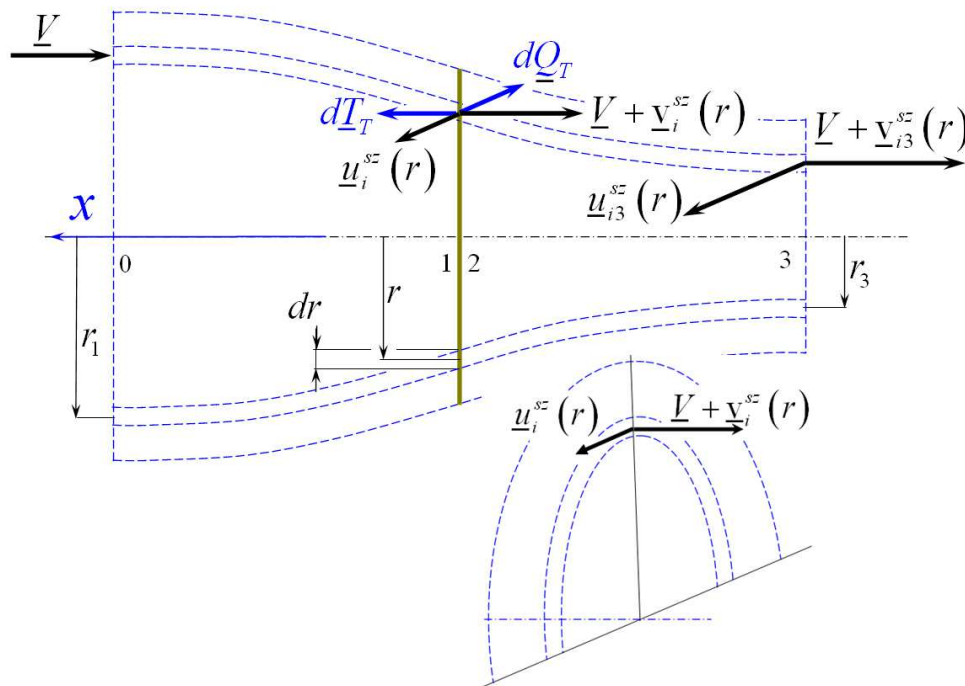
III.13. ábra – Működési állapotok a sebesség szerint rendezve; légcsvár, szélkerék

A III.13. ábra gyakorlatilag azonos a III.12. ábrával, mindössze a forgástengelyt fordítottuk vízszintes irányba. A függőleges tengely alapvetően a helikopter fő-rotor és az autogíró rotor működését jellemzi. A vízszintes tengely viszont a légcsavar, a szélkerék és többnyire a helikopterek farok rotorjának a sajátja. Ezért a III.12. ábrán a helikopter fő-rotorokra jellemző megjegyzések, a III.13. ábrán pedig a légcsavarokra és szélkerekekre jellemző megjegyzések olvashatók.

A III.12. és III.13. ábrán látható működési állapotok részletes jellemzésével a IV. pontban, a lapelem elmélet bevezető részében foglalkozunk. Az ábrák jobb oldalától („**D**” állapot) indulunk majd és lépésről lépésre bal felé haladunk, egészen a „**D^T**” állapotig.

III.3. A módosított sugár elmélet

A forgószárnyak egyszerű sugár elmélete igen alkalmas a működés bemutatására, illetve a működési módok osztályozására. Azonban a részletes vizsgálathoz a módosított sugár elméletet kell felépíteni: ebben a teljes sugarat, a III.14. ábrán látható módon *rész sugarakra* bontjuk. Illetve tekintetbe vesszük a *rész sugarak* forgását – ez a forgás mindig létrejön, hacsak tengelyirányú erő (pl. vonóerő, emelőerő stb.) keletkezik.



III.14. ábra – Rész sugarakból felépített áramkép

A rész sugarakat elemi szélességűre (dr) választottuk. Ezt a szélességet ábrázolni, nyilván csak közelítőleg lehet. A későbbiekben, a gyakorlati számításokban majd az elemi szélességről véges szélességre térünk át ($dr \rightarrow \Delta r$).

A rész sugarak forgását az \underline{u}_i^{sz} ($\underline{u}_i^{sz} = -\underline{u}_i$), kerületi irányú (tangenciális), közeli indukált sebesség („szélcsatorna szemlélet” szerint) és a \underline{u}_{i3}^{sz} ($\underline{u}_{i3}^{sz} = -\underline{u}_{i3}$), távoli tangenciális indukált sebesség jellemzi. Fontos leszögezni, hogy mind a tengelyirányú, mind a kerületi vagy tangenciális irányú indukált sebesség az egyes sugarak esetében különböző lehet, tehát az indukált sebességek a sugár (r) függvényében változhatnak, változnak. Ez a változás – természetesen – magával hozza más jellemzők (elsősorban a nyomás) forgástengelytől mért sugár menti változását is. A forgástengelytől mért sugár hosszmenti változásától viszont eltekintünk ($r_1 \cong r \cong r_3$).

Számítsuk ki a folytonosság törvényének (I.2, illetve I.3) felhasználásával a rész sugarakban haladó, időegységre vonatkoztatott rész tömegáramot:

$$d\dot{m} = \rho(V + v_i^{sz})2r\pi dr; \quad (\text{III.36})$$

Itt az (I.2)-ben előírt sebesség-felület skalár szorzat ($\underline{v}^T d\underline{A} = (V + v_i^{sz}) 2r\pi dr$) felhasználásával számoltunk, ez a tömegáram lesz mértékadó mind a tengelyirányban felírandó impulzus tétel (I.7 kifejezés), mind a kerületi irányban felírandó kifejezés esetében.

Fogadjuk el, hogy a távoli indukált sebesség ebben az esetben is (jól) közelíthető a közeli indukált sebesség kétszeresével. Akkor a III.14. ábrán feltüntetett, a teljes forgószárny szegmensre vonatkozó elemi tengelyirányú erőt az impulzus tétel segítségével, az alábbi módon számíthatjuk ki (a lepelem elméletnél először az egy metszetre vonatkozó elemi erőket írjuk majd fel):

$$dT_T = d\dot{m} 2v_i^{sz} = \rho(V + v_i^{sz}) 2r\pi dr 2v_i^{sz}; \quad (\text{III.37})$$

A teljes forgószárny szegmensre vonatkozó, elemi kerületi erőt (dQ_T) szintén az impulzus tétel segítségével határozhatjuk meg (ismét feltettük, hogy a távoli, tangenciális indukált sebesség a közeli duplája – ezt a későbbiekben igazoljuk is):

$$dQ_T = d\dot{m} 2u_i^{sz} = \rho(V + v_i^{sz}) 2r\pi dr 2u_i^{sz}; \quad (\text{III.38})$$

A további számításokban a kerületi erő helyett általában a forgatáshoz szükséges nyomatékot használjuk majd. Ezt akár (III.38)-ból, a sugárral történő szorzással ($\underline{M} = \underline{r} \times \underline{F}$), akár a perdület tételből (I.15 kifejezés) számíthatjuk, az eredmény:

$$dM = r d\dot{m} 2u_i^{sz} = r [\rho(V + v_i^{sz}) 2r\pi dr] 2u_i^{sz}; \quad (\text{III.39})$$

A nyomaték előjelét ne vizsgáljuk túl szigorúan: azt alapvetően a forgószárny forgásiránya határozza meg; a forgószárnyak mindkét, lehetséges irányba foroghatnak.

Tekintsük a rész sugár forgásában lévő, időegységre eső energia áramot, illetve a forgatáshoz szükséges nyomatékot és számoljunk a távoli tangenciális indukált sebességgel:

$$d\dot{E}_f = d\dot{m} \frac{(u_{i3}^{sz})^2}{2}, \quad \text{illetve} \quad dM = r d\dot{m} u_{i3}^{sz} \quad \text{ezért:} \quad d\dot{E}_f = dM \frac{u_{i3}^{sz}}{2r}; \quad (\text{III.40})$$

A sugár forgását a nyomaték idézi elő, a mechanika tanítása szerint tehát:

$$d\dot{E}_f = dM \omega = dM \frac{u_i^{sz}}{r}; \quad (\text{III.41})$$

A (III.40) jobb oldalán és (III.41)-ben is a rész sugár forgásában lévő, időegységre eső energia áramot írtuk fel. A két kifejezést összevetve kapjuk, hogy:

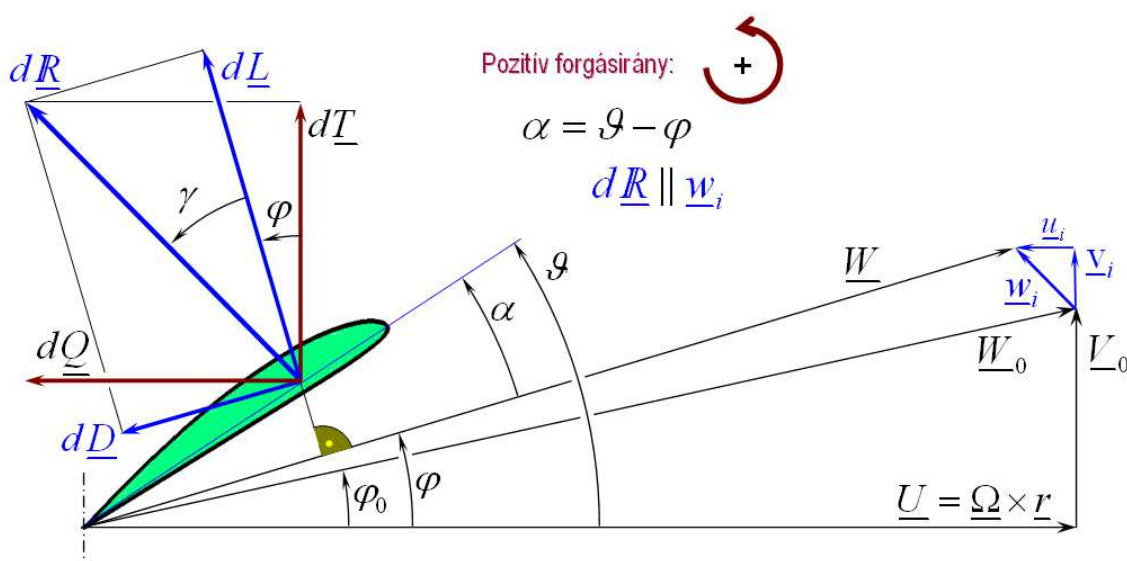
$$d\dot{E}_f = dM \frac{u_{i3}^{sz}}{2r} = dM \frac{u_i^{sz}}{r} \quad \Rightarrow \quad u_{i3}^{sz} = 2u_i^{sz}; \quad (\text{III.42})$$

Vagyis ebben az esetben is azt kaptuk végeredményként, hogy a távoli indukált sebesség a közeli kétszerese.

A módosított sugár elmélet legfontosabb eredménye a (III.37) és a (III.38) vagy (III.39) kifejezés – ezeket használjuk majd az impulzus és a lapelum elmélet egyesítésével felépített elméletben.

IV. Légcsavar, szélkerék, rotor – lepelem elmélet és a működési állapotok részletes vizsgálata

A lepelem elmélet – amint azt az elnevezése is mutatja – a forgószárny lapátok egy-egy kiválasztott szárnymetszetének működését vizsgálja. Ez a vizsgálat a szárnymetszet geometriai jellemzőire (sugár, húr hossz, beállítási szög és a profil geometriája), aérodinamikai jellemzőire (felhajtóerő és ellenállás tényező az állásszög függvényében) és a működési jellemzőkre (fordulatszám vagy szögsebesség és a levegő vagy a forgószárny sebessége) valamint a levegő jellemzőire (első sorban a sűrűség) épül. Ebben a lépésben vesszük tehát figyelembe a forgószárny geometriai jellemzőit – amely jellemzők a sugár elméletben nem szerepeltek!

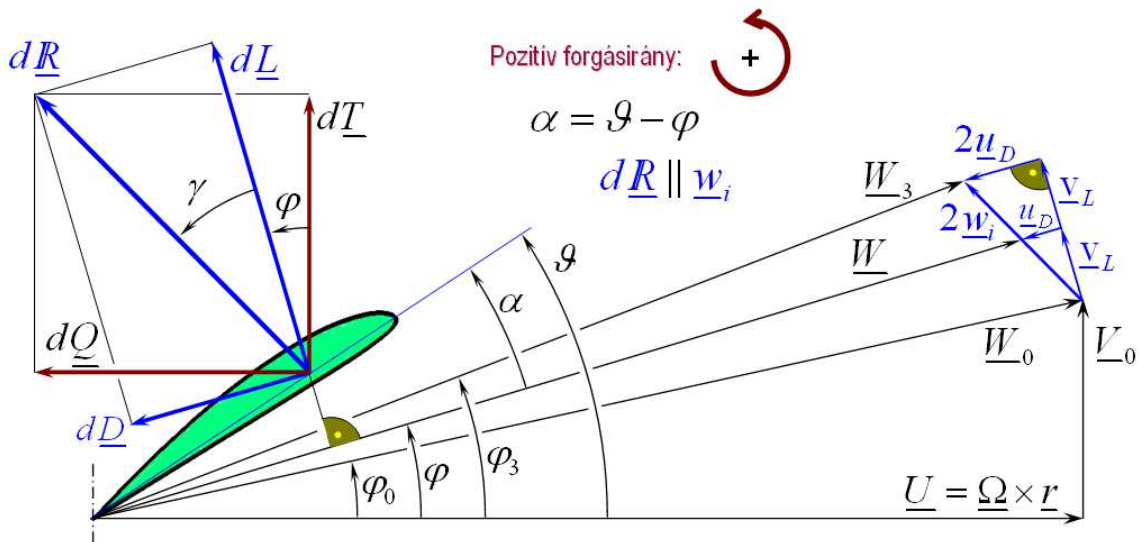


IV.1. ábra – Hagyományos sebességi sokszög

A III. pontban, részben a hagyományok miatt, elsősorban a szél koordináta rendszert használtuk, bár a fontos esetekben megadtuk a külső (álló) megfigyelő szerinti koordináta rendszerben értelmezett mennyiségeket meghatározó kapcsolati egyenleteket is. (Ez többnyire egy, negatív előjelet jelentett.) Ebben a pontban és a továbbiakban áttérünk a külső szemlélő szerinti koordináta rendszerre, mivel például a repülés mechanikában ez a szemlélet szükséges. Konkrétan, például illusztrálva ez azt jelenti, hogy a \underline{V} , a zavartalan légáram forgószárnyhoz viszonyított haladási sebessége helyett a \underline{V}_0 -val, az egész forgószárny levegőhöz viszonyított haladási sebességével dolgozunk ($\underline{V}_0 = -\underline{V}$).

Azért is nagyon fontos ezt hangsúlyozni, mert a IV.1. és IV.2. ábrán megadott irányok határozzák meg, hogy egy-egy vektor pozitív-e vagy – amennyiben az értelme az ábrákon megadottal ellentétes – negatív. Ez a két ábra tehát különösen fontos alapábra! (Kizárólag szélkerekek esetére vonatkozó kivételt – a IV.7. ábrát véve alapnak – ismertetünk a III. mellékletben.)

A IV.2. ábra nagy részben azonos a IV.1. ábrával, a fő különbség az, hogy az eredő indukált sebességet (\underline{w}_i vagy \underline{w}_i^{sz}) másképp bontjuk fel. A IV.1. ábrán a hagyományos felbontás (tengelyirányú vagy axiális [\underline{v}_i] és kerületi irányú vagy tangenciális [\underline{u}_i] összetevőkre) látható. A IV.2. ábrán – a következőkben főként ezt a szemléletmódot követjük majd – viszont felhajtóerő irányú (\underline{v}_L) és ellenállás irányú (\underline{u}_D) összetevőre bontjuk az eredő indukált sebességet. Illetve, ezen az ábrán a távoli (kétszeres) indukált sebességeket és a hozzá tartozó eredő sebességet is feltüntettük.



IV.2. ábra – Schmitz féle sebességi sokszög

A IV.1. és IV.2. ábrán láthatók a sebességi sokszögek jellemző szögei (φ_0 , φ és φ_3), a metszet beállítási szöge (ϑ) és az állásszög (α) valamint a siklószög (γ - lásd II.9. ábra, illetve II.21 összefüggés). Mint már leírtuk, a szögeknek (elfordulásnak) is van pozitív értelme: mindkét ábrán, minden szöget pozitívnak rajzoltunk. A profil húr hosszát (h , lásd II.1. ábra) külön nem tüntettük fel.

Az ábrákon feltüntettük a forgásból származó kerületi sebességet (\underline{U}) – ennek az értelmét a forgószárny forgásiránya határozza meg! Hasonlóképpen látható az egész forgószárny levegőhöz viszonyított haladási sebessége (\underline{V}_0) is. Felrajzoltuk a korábban már bemutatott indukált sebességeket és az eredő sebességeket (\underline{W}_1 , \underline{W} és \underline{W}_3) is.

A felhajtóerő (\underline{L}) a közeli eredő sebességre (\underline{W}) merőleges, a légellenállás (\underline{D}) pedig párhuzamos ezzel a sebességgel. A IV.1., illetve IV.2. ábrán látható, elemi felhajtóerőt, illetve légellenállást a II. fejezetben írtak szerint, a következő módon számíthatjuk:

$$dL = \frac{\rho}{2} W^2 h c_L dr \quad \text{ill.} \quad \frac{dL}{dr} = \frac{\rho}{2} W^2 h c_L \quad \text{és} \quad L = \int_{r_0}^R \frac{dL}{dr} dr = \int_{r_0}^R \frac{\rho}{2} W^2 h c_L dr; \quad (\text{II.11})$$

és

$$dD = \frac{\rho}{2} W^2 h c_D dr \quad \text{ill.} \quad \frac{dD}{dr} = \frac{\rho}{2} W^2 h c_D \quad \text{és} \quad D = \int_{r_0}^R \frac{dD}{dr} dr = \int_{r_0}^R \frac{\rho}{2} W^2 h c_D dr; \quad (\text{II.14})$$

Az (II.11) és (II.14) kifejezésben nem írtunk vektor jelet, mivel a fenti (elemi) erők csak vagy pozitívak, vagy negatívak lehetnek és az előjelet pontosan a IV.1. vagy a IV.2. ábra szerint határozzuk meg. Az ábrákon a vektor jel hangsúlyozza az adott mennyiség vektor jellegét, a matematikai kifejezésekben azonban pontos szabályok érvényesülnek, oda pontosan azt kell beírni, amivel számolni kell – adott esetben előjeles számot.

A felhajtóerő és a légellenállás összege az eredő aerodinamikai erő (dR) – ezt az erőt bontjuk fel (elemi) axiális erőre (dT) és (elemi) kerületi erőre (dQ). Az első a vonóerő, emelőerő, általában tengelyirányú (eredő) erő számítására, a második a forgatáshoz szükséges teljesítmény vagy szélkerekeknél az innen származó hasznos teljesítmény számítására szolgál.

A forgószárnyaknak – általában – több lapátjuk van. Jelöljük a lapátszámot N_B -vel. Ekkor az összes lapátmetszeten együtt keletkező, elemi felhajtóerő és elemi ellenállás – feltéve, hogy a metszetek egymástól teljesen függetlenül működnek – az alábbi módon számítható:

$$dL_T = N_B \frac{\rho}{2} W^2 h c_L dr ; \quad (IV.1)$$

és

$$dD_T = N_B \frac{\rho}{2} W^2 h c_D dr ; \quad (IV.2)$$

A IV.1. vagy a IV.2. ábra alapján – egyszerű megfontolással – felírható az elemi felhajtóerő és ellenállás valamint az elemi vonóerő és kerületi erő közötti kapcsolatot; ismét az összes lapátmetszeten, együtt keletkező erőt tekintjük:

$$dT_T = dL_T \cos \varphi - dD_T \sin \varphi ; \quad (IV.3)$$

és

$$dQ_T = dL_T \sin \varphi + dD_T \cos \varphi ; \quad (IV.4)$$

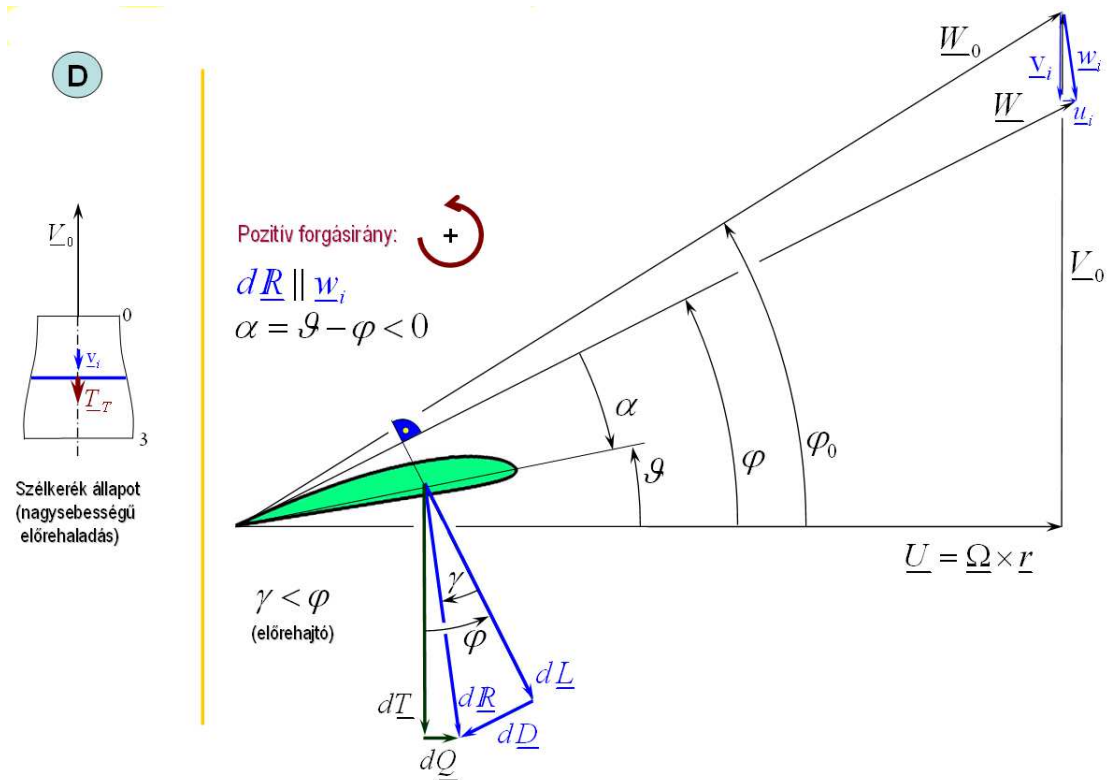
A (IV.1) és (IV.2), illetve a (IV.3) és (IV.4) egyenletben szereplő erők közötti kapcsolatot egyszerű szemlélet alapján írtuk fel, de ez a kapcsolat egy, „ φ ” szöggel történő elforgatásnak felel meg. Éppen ezért felírás tetszőleges „ φ ” szögre is igaz.

IV.1. A működési állapotok részletes vizsgálata, „D”, a szélkerék állapot

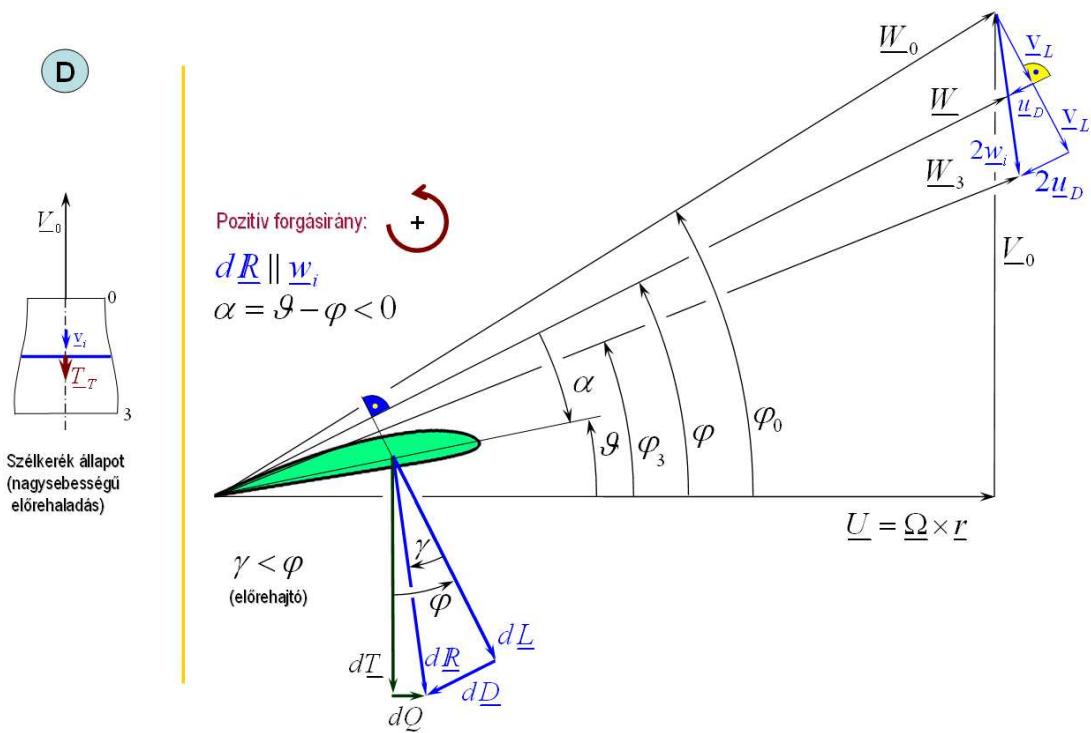
A lapelem elmélet segítségével a korábban, a III. fejezetben bemutatott működési állapotok részletesebb vizsgálatára nyílik mód. Az egyes eseteket a III.12. ábra alsó sorában lévő rész-ábrák sorrendjében, jobbról balra haladva (D-F-G-A-B-C-D^T) mutatjuk be. A következőkben, a megfelelő ábrákon, a baloldalon feltüntettük az aktuális eset betűjelét és a megfelelő al-ábrát is.

IV. Légcsavar, szélkerék és rotor - lepelem elmélet

A szélkerék állapot a „D” jelű állapot, megtalálható a III.10. ábra közepe táján és a III.12. valamint a III.13. ábra jobb oldalán is. Ez az állapot az elnevezése szerint jellemző a szélkerekekre, de ilyen állapot állhat elő például légcsavaros repülőgépnél a levegőben, nagysebességű repülésben, a légcsavar segítségével végrehajtott motorindításkor is. A IV.3. ábrán szélkerék állapotban működő légcsavar látható.



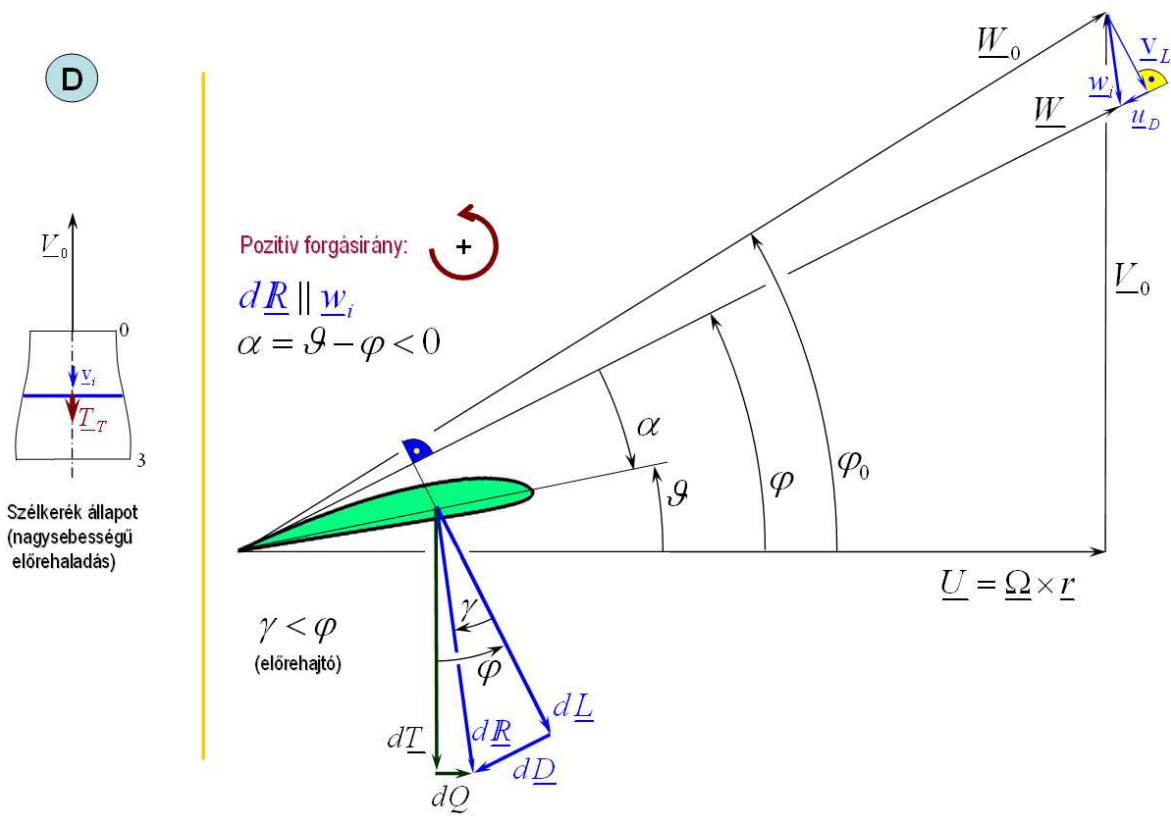
IV.3. ábra – Szélkerék állapotban működő légcsavar, hagyományos felfogásban



IV.4. ábra – Szélkerék állapotban működő légcsavar, Schmitz féle felfogásban

A IV.3. ábra bal oldalán a III.12. ábra alsó sorának jobboldali rész ábrája látható. A IV.3. ábra jobb oldalán a forgószárny jellemző metszetének (pl. a sugár 75 %-ánál lévő metszet) hagyományos felfogásban megrajzolt sebességi sokszöge látható. Ebben a felfogásban az eredő közeli indukált sebességet (\underline{w}_i) tengelyirányú (\underline{v}_i) és kerületi (\underline{u}_i) összetevőre bontjuk fel. Látható, hogy mindhárom indukált sebesség vektor ugyanabba az irányba mutat, mint a megfelelő erő összetevő (rendre $d\underline{R}$, $d\underline{T}$ és $d\underline{Q}$). A $d\underline{Q}$, az eredő erő kerületi irányú összetevőjéről látható, hogy ez valóban egy forgató nyomatékot termelő állapot. Vagyis ebben az esetben az átáramló légáram forgatja a forgószárnyat (itt légcsavart, mert a szélkerék kissé másképp néz ki, lásd IV.6. ábra).

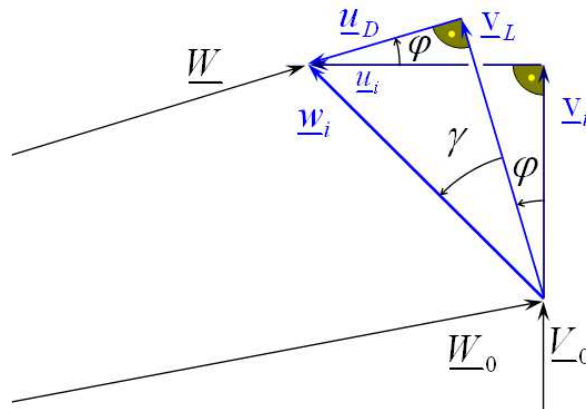
A IV.4. ábrán ugyanez az eset látható, de a sebességi sokszöget a IV.2. ábra kapcsán bemutatott, Schmitz féle felfogásban rajzoltuk fel. Ebben a felfogásban az eredő közeli indukált sebességet (\underline{w}_i) felhajtóerő irányú (\underline{v}_L) és ellenállás irányú (\underline{u}_D) összetevőre bontjuk fel. Illetve – a bal oldali kis al-ábra szerint – a belépést „0”, a kilépést „3” indexszel jelölve, feltüntettük a belépési (\underline{W}_0) és a távoli, kilépési (\underline{W}_3) sebességet is. Jól látható, hogy mindenütt a „távoli indukált sebesség = kétszeres közeli indukált sebesség” feltételezéssel élünk.



IV.5. ábra – Szélkerék állapotban működő légcsavar, egyszerűsített kép

A távoli jellemzőket azonban, mivel ezek a későbbi számításban nem kapnak szerepet, illetve az ábra egyszerűsítése miatt a IV.5. ábrán nem tüntettük fel. A „3” indexszel jelölt távoli jellemzőket a későbbiekben következő számításokban direkt módon nem használjuk majd, ezért ezeket általában, a későbbi ábrákon sem tüntetjük majd fel. A IV.5. ábra a IV.4. ábra egyszerűsített változata. Az egyszerűsített ábrán csak a belépési (\underline{W}_0) és

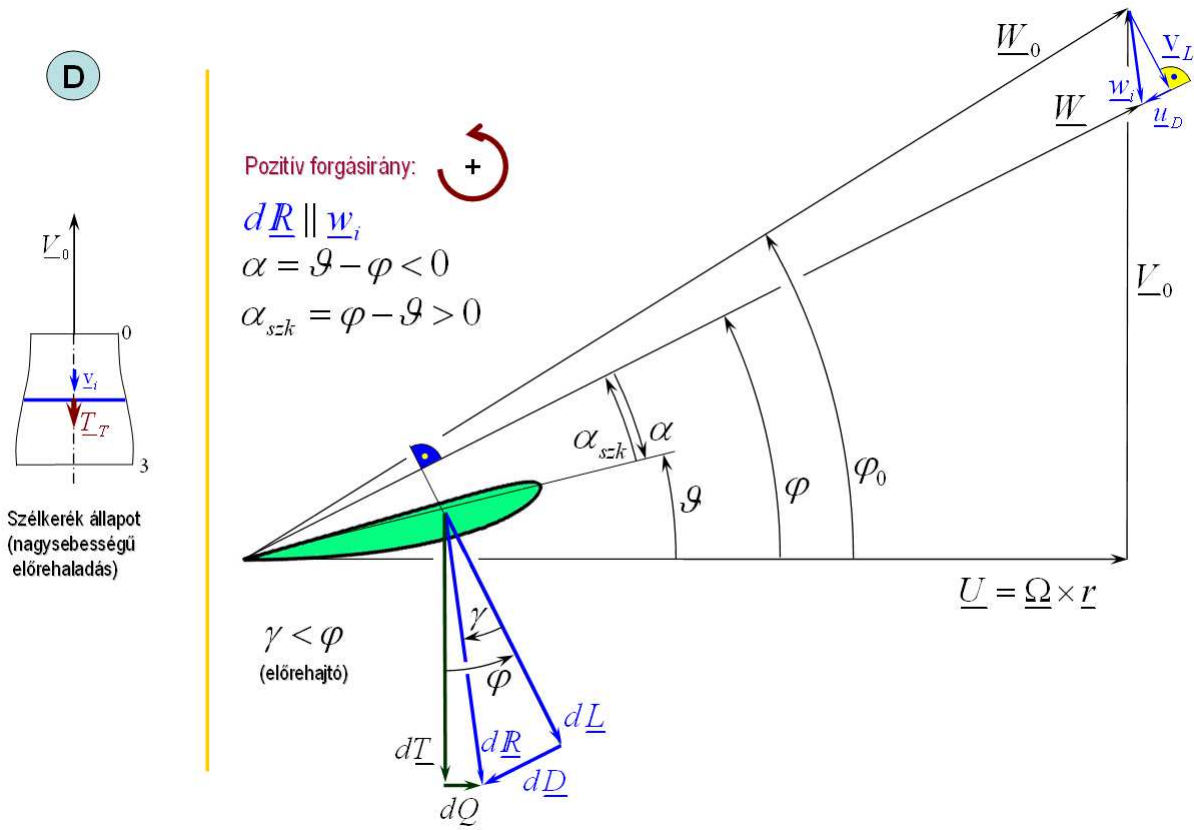
a közeli eredő (\underline{W}) sebesség látható, elhagytuk a távoli indukált sebességeket is. Az így megrajzolt ábra – vélhetőleg – kevésbé bonyolult, ezért jobban áttekinthető és egyszerűbben megjegyezhető.



IV.6. ábra – Az indukált sebesség összetevők közötti kapcsolat

Az eredő indukált sebességet, a fentieknek megfelelően, kétféleképpen szokás összetevőkre bontani (IV.6. ábra – a felbontás a IV.1. és IV.2. ábra megfelelő részletének összevetéséből származtatható). A kapcsolat a kétféle szemlélet szerinti indukált sebesség között:

$$\begin{bmatrix} u_D \\ v_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} \text{ és } \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_D \\ v_L \end{bmatrix}; \quad (\text{IV.5})$$



IV.7. ábra – Szélkerék, szélkerék állapotban, Schmitz féle felfogásban

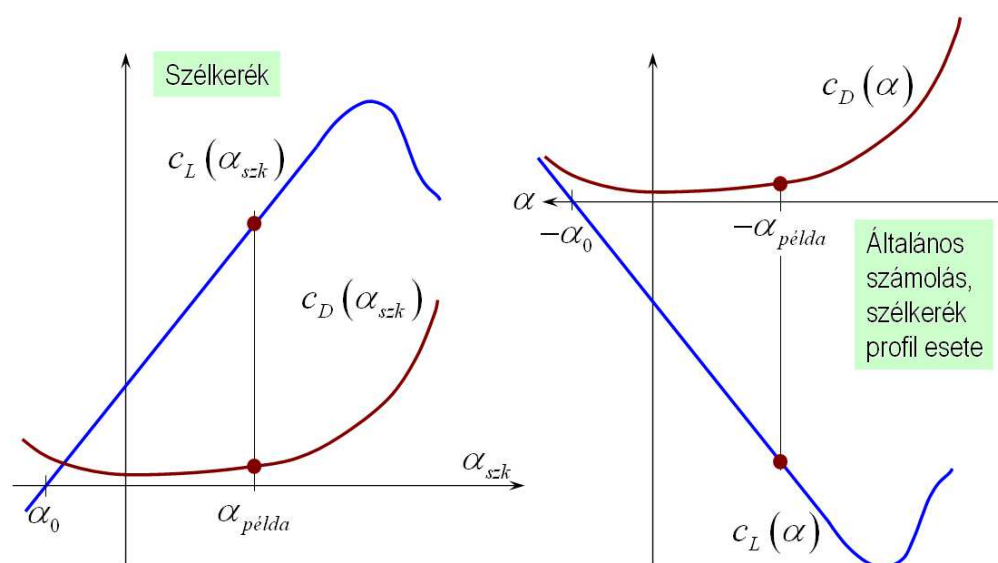
A IV.4. és IV.5. ábrán légcsavar szélkerék állapota, a IV.7. ábrán igazi szélkerék – szélkerék állapota látható. A két ábra között az a fő különbség, hogy a szélkeréknek tervezett forgószárny profilja – a légcsavar profiljához képest – „lefele” áll.

Ez azért van így, mert a szárnymetszeteket úgy tervezik, hogy a hagyományos értelemben pozitívnak tekintett állásszög tartományban működjenek a legjobban. Megállapítható, hogy a IV.5. ábrán látható, légcsavar lapát metszet hagyományos értelemben vett negatív állásszögön működik, ezeken az állásszögeken a felhajtóerő-ellenállás viszony pedig nem olyan kedvező, mint a pozitív állásszögek esetében. Vagyis a légcsavar egy „rossz” szélkerék, ami tulajdonképpen rendben is van, hiszen a légcsavar szélkerék állapota csak ritkán fordul elő. Ugyanakkor a IV.7. ábra szerinti szélkerék metszet a hagyományos értelemben vett pozitív, tehát kedvező állásszögön működik.

A IV.7. ábráról látható, hogy a kerületi erőt (dQ) a légellenállás (dD) alapvetően csökkenti, ezért nagyon fontos, hogy az alkalmazott profil aërodinamikai minősége (a siklószám reciproka: $K = c_L/c_D = 1/\varepsilon$, lásd II.5.4. pont) a lehető legjobb legyen és emellett a legkedvezőbb állásszög tartományt használjuk ki. A csak szélkerekekkel foglalkozó szakirodalomban ([37]-től [47]-ig) éppen ezért az állásszöget a légcsavarral (és általában, az aërodinamikában megszokottal) ellentétes módon definiálják:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_{szk} = \varphi - \vartheta \quad \rightarrow \text{szélkerék esetében} \\ \alpha = \vartheta - \varphi \quad \rightarrow \text{légcsavar esetében} \end{array} \right\} \rightarrow \alpha = -\alpha_{szk}; \quad (IV.6)$$

Ebben a fejezetben az állásszöget – néhány kivételtől eltekintve – a légcsavaroknál megszokott módon értelmezzük, akkor is, ha szélkerékre vonatkozó számítást végzünk, hiszen éppen egy általános számítási eljárás kidolgozása a célunk. Figyelembe kell venni továbbá, hogy a IV.4., IV.5. és IV.7. ábrán látható felhajtóerő (dL) a IV.1. vagy IV.2. ábrán definiált pozitivitás alapján **negatív**.



IV.8. ábra – Szárnyprofil jellemzőinek átszámítása

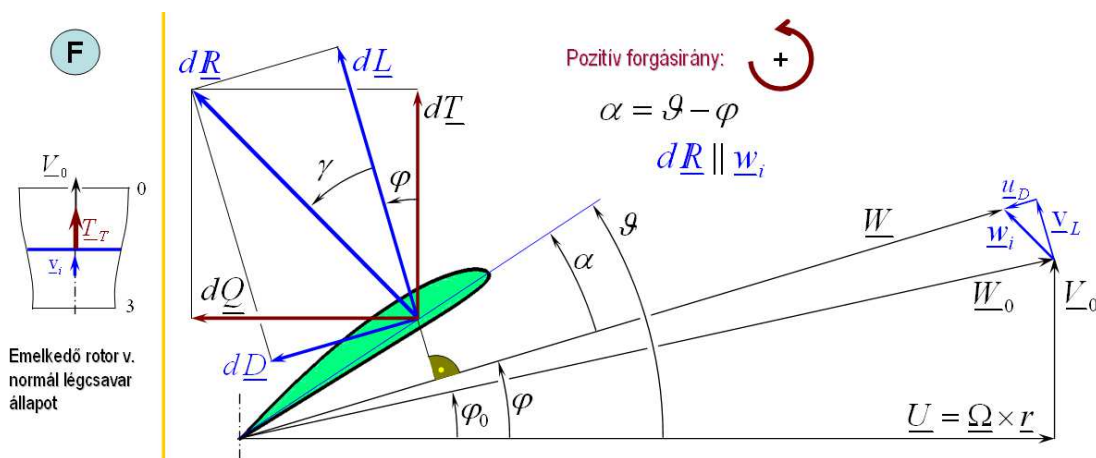
Amennyiben speciálisan szélkereket vizsgálunk (tehát a profil a „lefele áll”), akkor – a IV.7. és IV.8. ábrának megfelelően – a szélkerék számára kialakított profil jellemzőit a (IV.6) szerint, az $\alpha_{szk} = -\alpha$ értéket választva a $c_L = -c_L(\alpha_{szk})$ és $c_D = c_D(\alpha_{szk})$ függvények alkalmazásával számoljuk. Megjegyzendő, hogy légcsavar és rotorlapát esetében – természetesen – átszámolás nem szükséges, illetve szélkerék állapotban, a megfelelő (negatív) állásszögön a felhajtóerő tényező eleve negatív lesz. Tovább menve, a szárnymetszetek teljes állásszög tartomány felett vett jellemzőit tekintve (II.11., II.12. és II.13. ábra) az egyes légerő és nyomatéki tényezők előjelét a megfelelő függvények minden további nélkül szolgáltatják.

A légcsavar és a szélkerék metszet működési viszonyainak összehasonlításakor, a IV.4., IV.5. és IV.7. ábrán azonos \underline{V}_0 sebességet tüntettünk fel, illetve rajzolási okok miatt néhány további sebesség is azonos. Hangsúlyozni kell azonban, hogy a valóságban a légcsavarok szélkerék állapota nagy levegőhöz képesti haladási sebességnél szokott előállni, míg a szélkerekek esetében ez a sebesség (a szélesebbesség az ellentettje) általában mérsékelt.

A szélkerék állapotban, tengelyirányban ellenállás erő ($d\underline{T}$) és forgató nyomatékot keltő, kerületi erő ($d\underline{Q}$) keletkezik. A tengelyirányú ellenállás erő akadályozza a repülőgép mozgását, illetve a szélkerék tornyának (állványzatának) hajlító igénybevételét okozza. A forgató nyomaték révén nyerjük a kívánt hasznos teljesítményt.

IV.2. A normál légcsavar állapot („F”)

A normál légcsavar állapot az „F” jelű állapot, megtalálható a III.10. ábrán, illetve a III.12. valamint a III.13. ábrán is. Ez az állapot az elnevezése szerint jellemző a légcsavarokra, de ilyen állapotban működik az emelkedő helikopter főrotor is.



IV.9. ábra – Normál légcsavar állapot függőleges tengely esetén – Schmitz féle felfogás

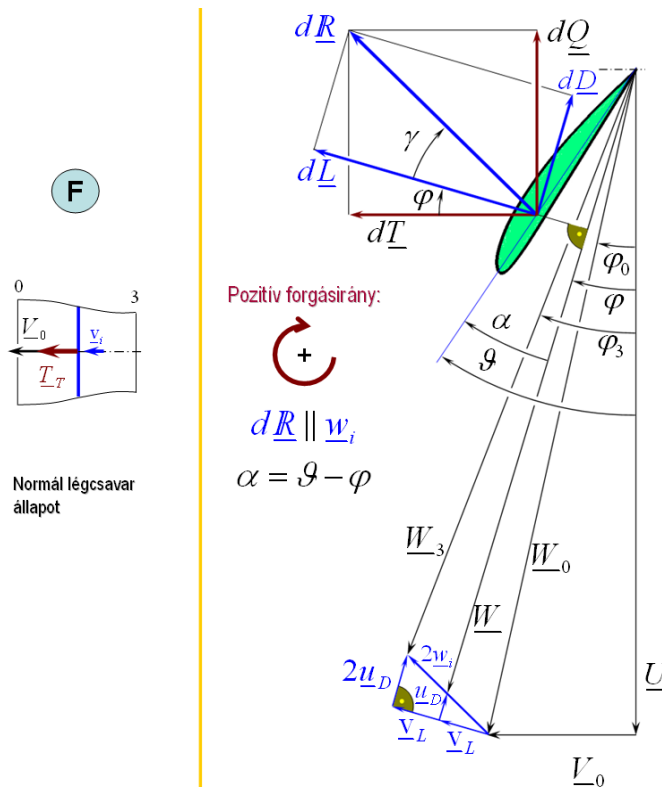
A IV.1. és IV.2. ábra a vizsgálataink hangsúlyozottan fontos **alap-ábrái**. Kimondjuk, hogy minden, az ezeken az ábrán látható vektor, illetve szög **pozitív**, az ezzel ellentétes

értelmű vektorokat, illetve ellenkező forgásirányú szögeket tekintjük **negatívnak**. Így, például a IV.3. ábrán a tengelyirányú indukált sebesség (\underline{v}_i) negatív, illetve a IV.4., IV.5. és IV.7. ábrán az indukált sebesség felhajtóerő irányú összetevője (\underline{v}_L) negatív. Ugyanakkor ezeken az ábrákon (és mindenütt másutt is) az indukált sebesség ellenállás irányú összetevője (\underline{u}_D) pozitív. A szögek pozitivitását illetően látható, hogy a IV.3., IV.4., IV.5. és IV.7. ábrán az állásszög (α) negatív, ezzel szemben például az IV.9. ábrán pozitív. A IV.9. ábrát (a IV.2. ábra egyszerűbb változata) – fontossága miatt – másutt is megismételjük!

A IV.9. ábrán, a III.12. ábrának megfelelő tengely helyzetet, a IV.10. ábrán a III.13. ábrán látható tengely helyzetet vettük kiindulásként és ennek alapján rajzoltuk meg a sebességi sokszögeket. (Megjegyzendő, hogy a mindkét ábrán a külső megfigyelő szerinti sebességeket tekintettük, vagyis a bal oldali rész-ábrák a III.12. és III.13. ábra alsó sorának felelnek meg.)

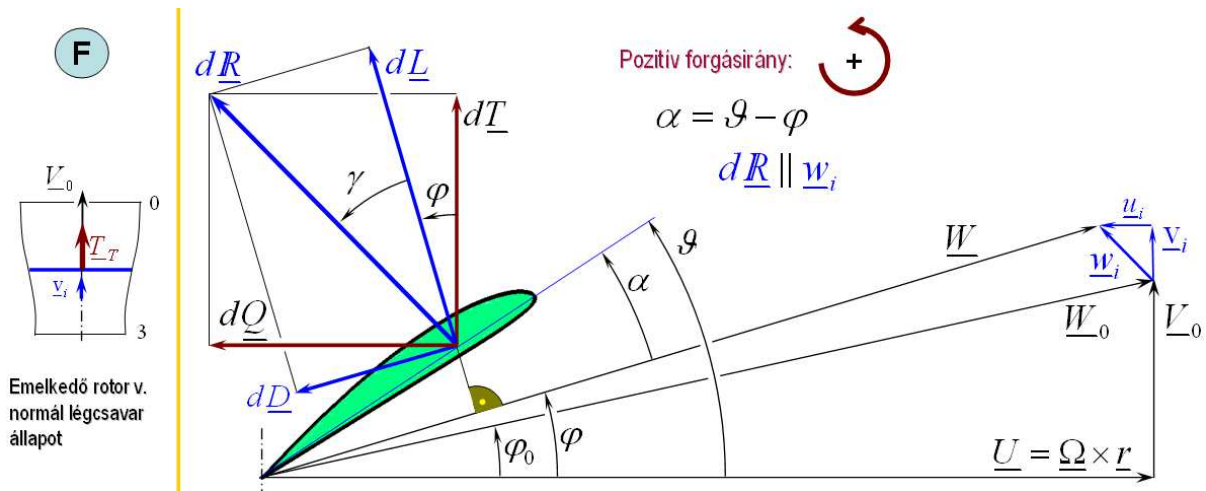
A IV.10. ábra a IV.9. ábrából az óramutató járásának megfelelően, 90 fokos elforgatással és a függőleges tengelyre történő tükrözéssel származtatható – így felel meg a III.13. ábra alsó sorában szereplő „F” esetnek. Erről az ábráról éppen úgy leolvashatók a pozitívítások, mint a IV.1. vagy a IV.2. ábráról.

A normál légcsavar állapotban légcsavaroknál vonóerő ($d\underline{T}$), helikopterek főrotorján emelő erő (szintén $d\underline{T}$) keletkezik. Ebben az állapotban a $d\underline{Q}$ erő összetevő a forgást akadályozó értelmű (pozitív), azaz ezekben az esetekben a forgószárny működtetéshez teljesítmény bevezetése szükséges.



IV.10. ábra – Normál légcsavar állapot vízszintes tengely esetén – Schmitz féle felfogás

A IV.10. ábrán – mivel ez egy eddig nem részletezett helyzetet mutat – a IV.4. ábrához hasonlóan, a távoli sebességeket is feltüntettük.

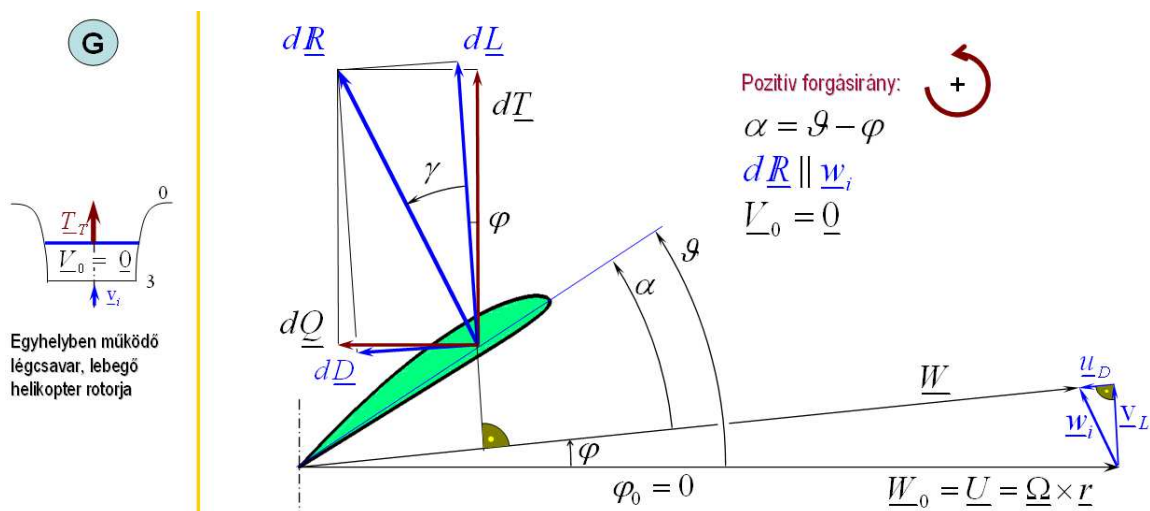


IV.11. ábra – Normál légcsavar állapot vízszintes tengely esetén – hagyományos felfogás

A IV.11. ábra a hagyományos felfogásban értelmezett sebességi sokszöget tünteti fel. Ebben a közelítési módban az indukált sebességet tengelyirányú (\underline{v}_i) és kerületi (\underline{u}_i) összetevőre bontják fel (lásd pl. [9]). Az eredő, közeli indukált sebesség (\underline{w}_i) és a további, egymásnak megfelelő jellemzők – természetesen – mindkét megközelítési mód szerint azonosak!

IV.3. Az egyhelyben működő forgószárny állapot („G”)

Az egyhelyben működő forgószárny jelenthet egyhelyben működő légcsavart vagy lebegő (helikopter) rotort, ez a „G” állapot.



IV.12. ábra – Egyhelyben működő forgószárny – Schmitz féle felfogás

Az egyhelyben működés másként azt jelenti, hogy a forgószárny levegőhöz viszonyított haladási sebessége nulla – ezért ebben az állapotban a szélkerék álló

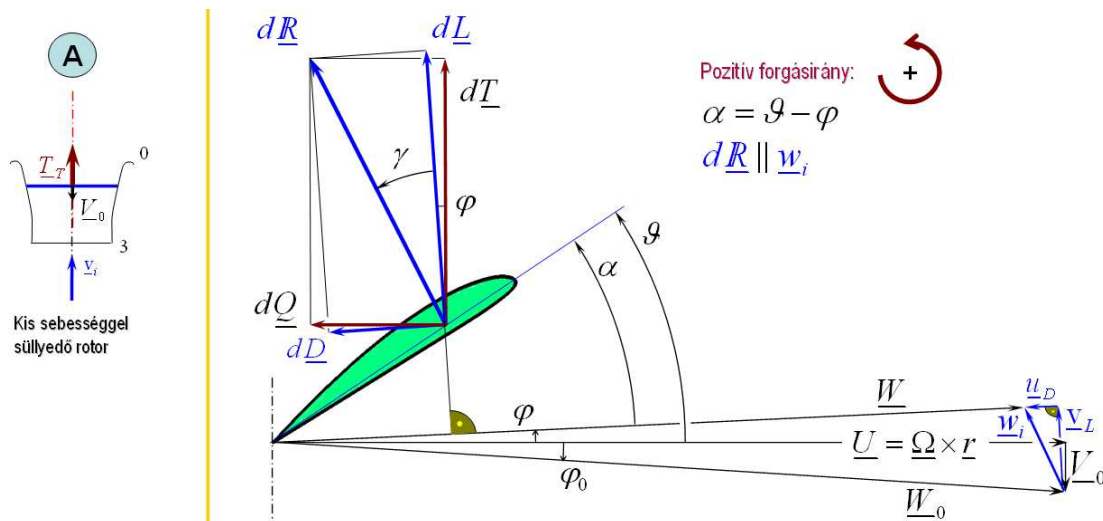
helyzetben lehet csak, ez nyilván nem tárgyalandó eset. Természetesen a forgószárny lapátok (rotor vagy légcsavar lapátok) és ezzel a lapátmetszetek ebben az esetben is mozognak – a IV.12. ábrán például az ábrázolt metszet levegőhöz viszonyított eredő sebessége (\underline{W}), a forgásból származó kerületi sebesség (\underline{U}) és a közeli indukált sebesség ($\underline{w}_i = \underline{u}_D + \underline{v}_L$) vektori összege: $\underline{W} = \underline{U} + \underline{w}_i$. Az ebben az esetben kialakuló, globális áramképet a III.9. ábrán vázoltuk.

Az egyhelyben működő forgószárny esetén a levegő a forgószárny felett (vagy előtt) végtelen messze áll, ezt jelenti a $\underline{V}_0 = \underline{0}$ összefüggés. Helikopter főrotorok és farokrotorok esetében ez egy gyakran előforduló, különösen fontos állapot. Gyakran használják viszonyítási állapotnak is. Légcsavarok esetében ezt az állapotot lényegében nem lehet kikerülni, azonban ez az állapot csak a nekifutás kezdeti pillanatában (szélcsendben, álló repülőgép esetén) fordul elő.

IV.4. Kis sebességgel süllyedő rotor, ellenirányú haladás („A”)

Ebben az esetben a hagyományos sugár-elmélet sugár alakja más, mint az eddig tárgyalt állapotokban. Ezt a számolásban figyelembe kell venni, illetve különböző közelítésekkel kell élni. Az V. fejezetben következik a javasolt számítási eljárás alapját képező impulzus és lapelem elmélet egyesítését használó eljárás ismertetése. Ez az eljárás – minden további nélkül – nem használható fel a kis sebességgel süllyedő rotorok vizsgálatára.

A IV.13. ábrán a kis sebességgel süllyedő rotor áramlási viszonyait bemutató sebességi sokszöget tüntettük fel.



IV.13. ábra – Ellenirányú haladás – kis sebességgel süllyedő rotor

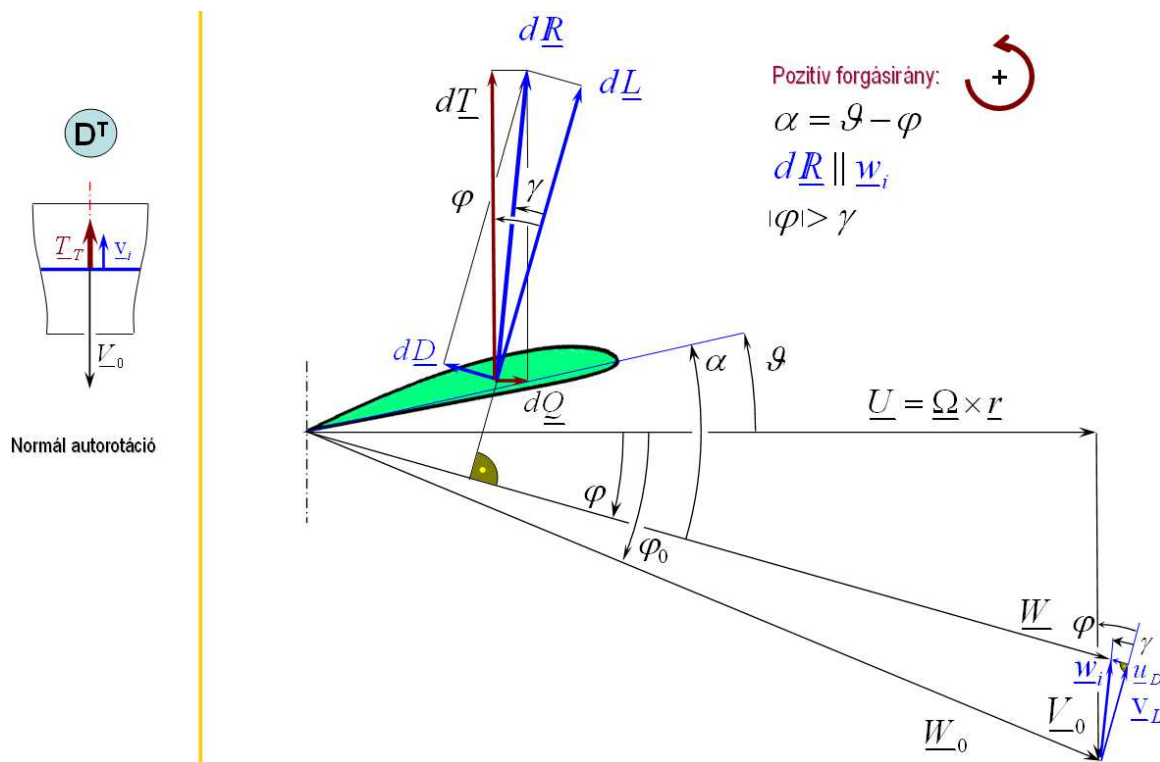
A kis sebességgel süllyedő rotor fontos és érdekes eset: a helikopterek függőleges leszállásakor ugyanis ez az eset áll elő. Ugyanakkor a függőleges, merülési sebességet a repülési kézikönyvek erősen korlátozzák, hiszen fennáll az örvénygyűrű állapot bekövetkezésének a veszélye. Ez pedig, adott esetben, a földközeli feltétlenül legalább a helikopter sérüléséhez, töréséhez vezet, de sokkal súlyosabb következményekkel is járhat.

IV.5. Örvénygyűrű („B”) és leszakadt örvénygyűrű állapot („C”)

Az örvénygyűrű és leszakadt örvénygyűrű állapotot a III.2. pontban ismertettük. Mint ott már említettük, ezekhez az esetekhez sebességi sokszöget nem rendelünk, ezen esetek vizsgálatát – ebben a munkában – csak empirikus képletek felhasználásával végezzük.

IV.6. Nagysebességű ellenirányú haladás, normál autorotáció és légcsavar fék állapot („D^T”)

A III.12. és a III.13. ábra szerinti sorrendet folytatva, illetve a sort befejezve végül a „D^T” állapothoz érkezünk. Ez az állapot felel meg a normál tengelyirányú autorotációnak, illetve a légcsavar-fék állapotnak is

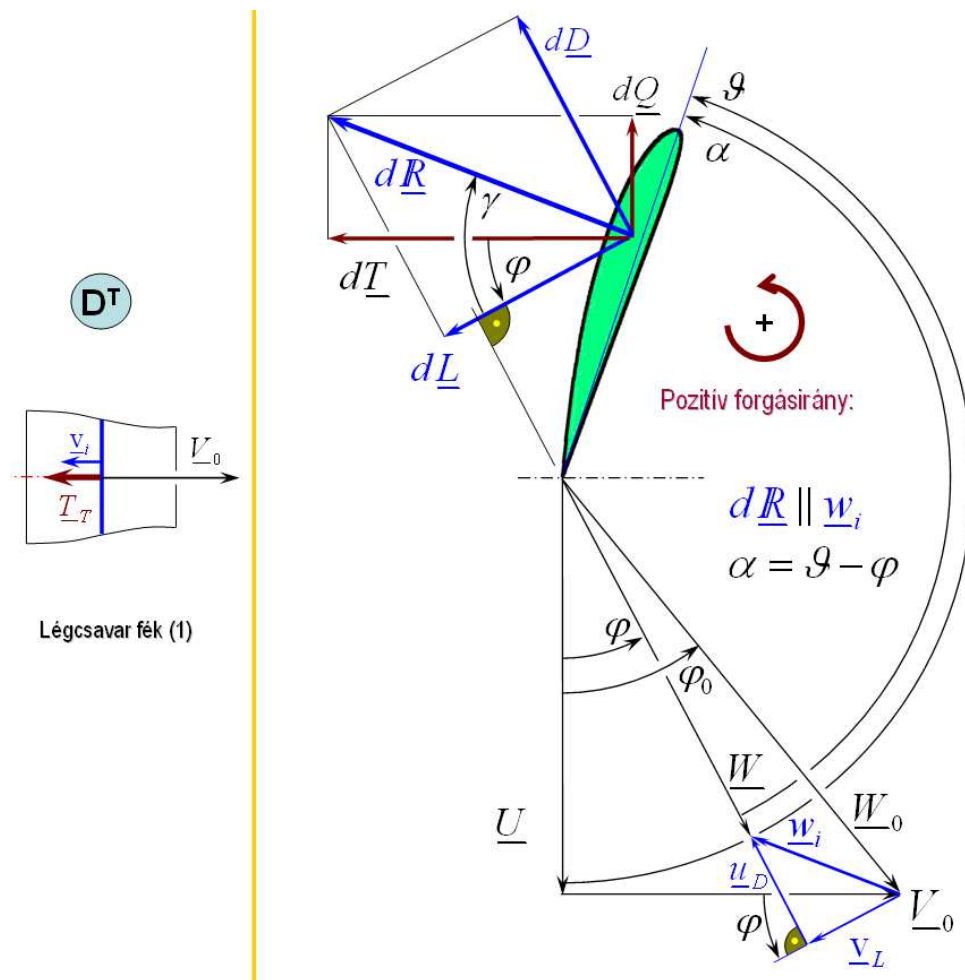


IV.14. ábra – Nagysebességű ellenirányú haladás – normál autorotáció

Ez az állapot a IV.14. ábra baloldali rész-ábrája szerint egy, 180 fokkal elfordított (fejtetőre fordított) „D” állapotot jelent. Ezért is használjuk a megjelölésben a „T” indexet. A baloldali rész-ábra a távoli megfigyelő által észlelhető áramképet mutatja – ugyanakkor a főábrán (a jobboldalom) jelentős különbség van a IV.14., IV.15., és IV.16. illetve a IV.3., IV.4., IV.5., illetve az IV.7. ábrák között. Vagyis a konkrét működési mód esetről esetre jelentősen különbözik. Ez, persze a megnevezésből is következik: a IV.3., IV.4., IV.5., illetve a IV.7. ábra a szélkerék állapotban működő légcsavar, illetve a szélkerék jellemző metszetének sebességi sokszögét mutatja. A IV.14. ábra viszont helikopter vagy autogíró rotor jellemző metszetének tengelyirányú autorotációjában

kialakuló működési jellemzőket láttatja. A IV.15. és IV.16. ábra pedig a légcsavar fék állapot jellemzőit tünteti fel.

Az autorotációval kapcsolatban meg kell jegyezni, hogy a IV.14. ábra úgynevezett „előrehajtó” vagy gyorsító állapotot mutat. Ebben az esetben az eredő légerőnek ($d\underline{R}$) a forgásirányba mutató, gyorsító összetevője ($d\underline{Q}$) van. Ez, a IV.1. vagy IV.2. ábra szerinti értelemben negatív számértékű erőt jelent. Ekkor a $|\varphi| > \gamma$ relációnak kell teljesülnie. A $|\varphi| = \gamma$ esetben az eredő erőnek a forgásirányú összetevője nulla – ezt nevezik ideális autorotációnak, hiszen eredő erő keletkezik ugyan, de az se nem gyorsít, se nem lassít. Ha a $|\varphi| < \gamma$, akkor az eredő erő kerületi irányú összetevője fékező. A valóságos rotorok autorotációjában vannak rotorlapát részek (a kisebb sugarakon), amelyek gyorsítanak, van egy sugár, ahol a működés semleges vagy ideális és a külső sugarakon általában fékező állapotot találunk. Az állandósult autorotációban az eredő nyomaték kicsi: akkora előrehajtó nyomaték keletkezik csak, amennyi a sűrűdés legyőzéséhez és az esetleges további hajtási igények kielégítéséhez szükséges. Ehelyett a kis nyomaték helyett – közelítőleg – gyakran mondják, hogy az eredő nyomaték (közel) nulla.



IV.15. ábra – Légcsavar-fék (1)

A „D^T” állapot – a III.13. ábra szerint – a légcsavar-fék állapotnak is megfelelhet. A légcsavarral történő fékezést a merevszárnyú, légcsavaros repülőgépek esetében

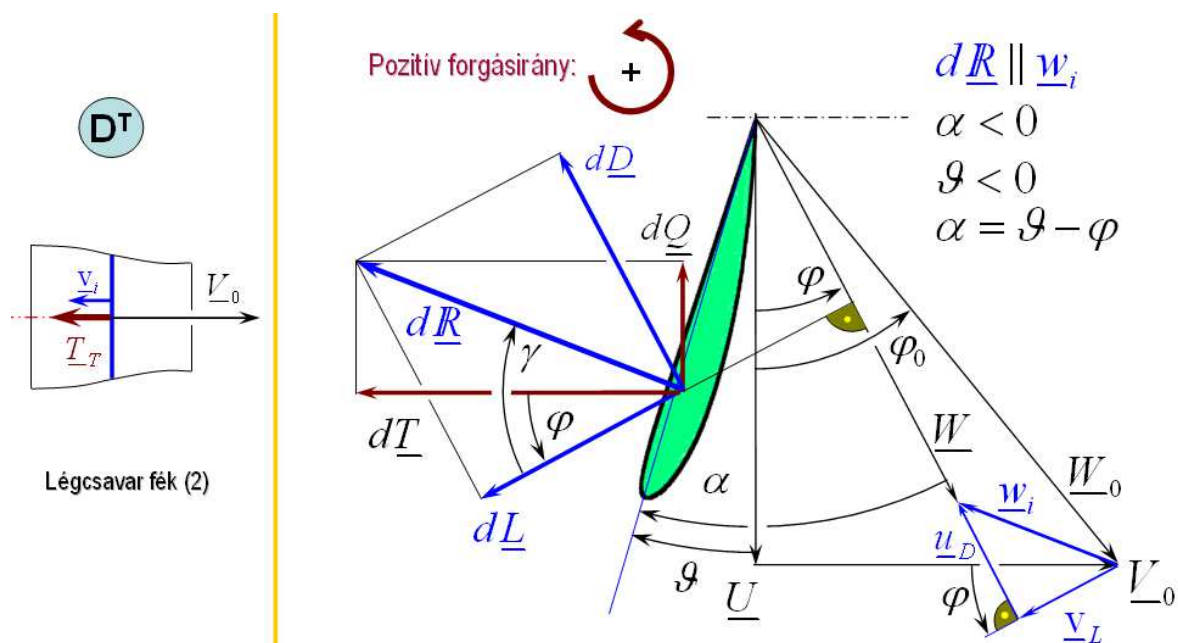
alkalmazhatják. Ebben az esetben a légcsavar lapátok beállítási szögének átállításával érhető el, hogy a kigurulással ellentétes értelmű, tehát a repülőgépet fékező erőt kapjuk.

A IV.15. ábrán látható esetben a lapátok beállítási szögét igen nagy értékre növeljük. Eközben a légcsavar forgatásához szükséges teljesítmény – amikor a lapátok beállítási szöge közel 90 fok – jelentősen megnő. Az emiatt adódó problémák elkerülése érdekében szükségesnek tartják, hogy a lapátok beállítási szöge viszonylag gyorsan legyen változtatható. Illetve ebben az esetben a fékezéshez történő átmenet közben gázadás szükséges. A IV.15. ábrán, „1”-gyel jelölve ez az eset látható.

Hasonló fékezési állapot jön létre, ha a lapátok beállítási szögét negatívra állítjuk. Ez az eset a IV.16. ábrán látható. A szakirodalom szerint (pl. [9]) ebben az esetben is szükséges a viszonylag gyors beállítási szög változtatás. Ebben az esetben a lapátok a közel nulla fokos beállítási szögön áthaladva nem terhelik le elegendő mértékben a motort – ezért ilyenkor, a túlpörgés megakadályozása érdekében gázelvétel szükséges.

Megjegyzendő, hogy mindkét fékezési állapotban általában a lapát-metszetek állásszöge jelentősen különbözik a normál állásszögektől – például ezért is szükséges a profilok jellemzőinek a teljes, -180 foktól $+180$ fokig terjedő állásszög tartomány feletti ismerete.

Az ilyenfajta – aërodinamikai – fékezés nyilván független a leszállópálya állapotától (vizes vagy jeges pálya), továbbá a fékezés intenzitása gázadással fokozható, ezért a légcsavarral történő fékezés repülésbiztonsági szempontból fontos megoldás.



IV.16. ábra – Légcsavar-fék (2)

Csak megjegyezzük, hogy a légcsavar fékező állásba történő beállítását úgy oldják meg, hogy az csak akkor legyen lehetséges, a repülőgép már gurul, repülés közben, a levegőben véletlenül se legyen ez az állapot elérhető!

V. Az impulzus és a lepelem elmélet egyesítése

A légszavarak, szélkerekek és rotorok aërodinamikai számításához az impulzus elméletet (III. fejezet) és a lepelem elméletet (IV. fejezet) együtt kell felhasználni – ezt nevezzük, hagyományosan az impulzus és a lepelem elmélet egyesítésének.

A szakirodalomban az örvényelmélet és a lepelem elmélet egyesítésén alapuló számítási eljárást is használnak. Ezzel az eljárással itt nem, csak a későbbiekben foglalkozunk.

A két elmélet egyesítése azt jelenti, hogy felírjuk az elemi vonóerőt az impulzus tétel segítségével (III.37 és III.38) és a lepelem elmélet alapján (IV.3 és IV.4), felhasználva (IV.1)-et és (IV.2)-t és a sebességeket a külső megfigyelő szerinti rendszerbe (IV.1. ábra) átírva kapjuk, hogy:

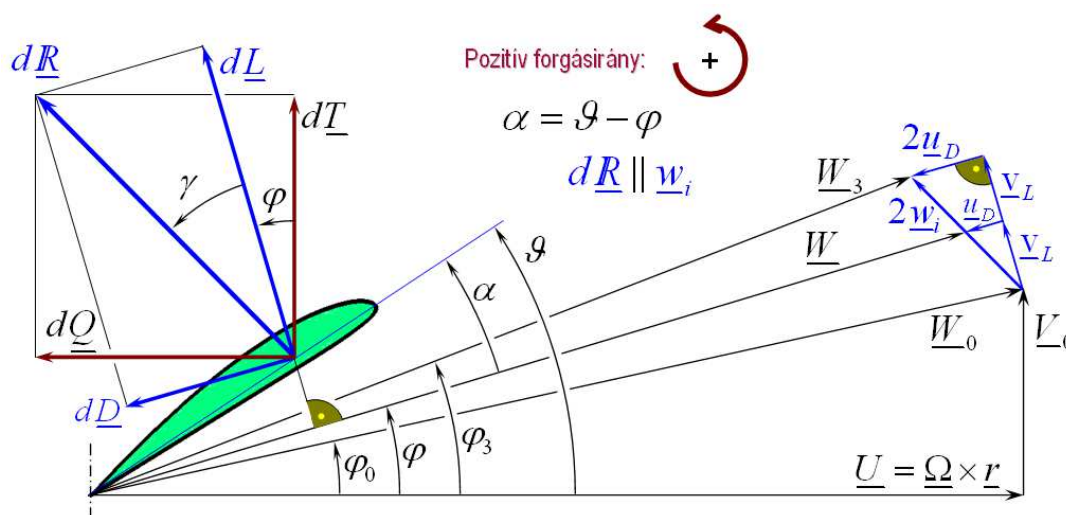
$$\rho(V_0 + v_i)2r\pi dr 2v_i = dT_T = N_B \frac{\rho}{2} W^2 h c_i dr \quad (c_i = c_L \cos \varphi - c_D \sin \varphi); \quad (\text{V.1})$$

és

$$\rho(V_0 + v_i)2r\pi dr 2u_i = dQ_T = N_B \frac{\rho}{2} W^2 h c_q dr \quad (c_q = c_L \sin \varphi + c_D \cos \varphi); \quad (\text{V.2})$$

Az (V.1) és a (V.2) jelenti az impulzus és a lepelem elmélet hagyományos módon történő összekapcsolását. E két kifejezés egyszerűsíthető, illetve hagyományosan átalakítható – ezzel a szakirodalom foglalkozik (pl. [9]). Itt az általunk javasolt, a fentitől különböző Schmitz eljárás részletes ismertetése kerül sor. Először egy (a jellemző) metszetre, majd az egész forgószárnyra vonatkozó számítási eljárást ismertetjük.

V.1. Számítási eljárás a jellemző metszetre



IV.2. ábra – Schmitz féle sebességi sokszög (megismételt ábra)

A légcsvár – szélkerék – helikopter vagy autogíró rotor tengelyirányú átáramlási esetének aërodinamikai vizsgálatára kifejlesztett matematikai modellt, amelyet a jellemző metszetre (a sugár 75 %-ánál lévő profil) vonatkozó Schmitz eljárás (pl. [39]) általánosításával kapunk, az alábbiakban ismertetjük. A jellemző metszetre vonatkozó megfontolásokból tehát kimarad a lapátok végessége miatti korrekció. Illetve ez a számolási mód azt tételezi fel, hogy az egyes lapát-metszetek működése egymástól független. Ez nyilván nem igaz, hiszen a légerők miatt keletkező örvények valamint a sűrűlódás miatt van kölcsönhatás. Ezzel azonban később foglalkozunk.

Az itt megismételt, IV.2. ábrán feltüntetett sebességek és erők vektor-mennyiségek. A következő számításokban $W_0 = +\sqrt{(\Omega r)^2 + V_0^2}$ és – a forgásiránytól függetlenül – $U = |\underline{\Omega} \times \underline{r}|$ legyen mindig pozitív. A többi sebesség és erő pozitív, ha az ábrán feltüntetett irányba mutat és negatív, ha azzal ellentétes irányú. Kiemeljük, hogy a levegőhöz viszonyított sebesség (V_0) pozitív, ha a légcsvár vagy a rotor „előrefelé” halad és ellenkező haladási irány esetén negatív. A szélkerék metszetenél a levegőhöz viszonyított sebesség (V_0) pozitív, ha a szél szemből fúj (és negatív hátszél esetén – bár szélkerekeknél ilyen megfúvás igazából csak rendkívüli esetben fordulhat elő). Példaként megemlítjük még, hogy v_L pozitív, ha a IV.2. ábrán feltüntetett irányba, negatív, ha azzal ellentétesen mutat. Mivel az indukált sebességek fizikai okból – pl. a kerületi sebességhez, illetve a levegőhöz viszonyított sebességhez viszonyítva – nem lehetnek túl nagyok, ezért feltehető, hogy az eredő sebesség (W) is mindig pozitív lesz.

A IV.2. ábrán feltüntetett φ , φ_0 és φ_3 valamint a ϑ szöget a kerületi sebesség hatásvonalától mérjük, előjelük az ábrán vázolt esetben pozitív. Az α szög a \underline{W} egyenesétől indul és általában a profil húrvonaláig tart. A húrvonal választása – természetesen – nem kötelező, viszont nyilvánvalóan kötelező, hogy a $c_L = c_L(\alpha)$ függvény konkrét (a számításban felhasznált) kifejezése pontosan megfeleljen az alapvonal megválasztásának. A γ szög a felhajtóerő hatásvonalától indul és az eredő erő hatásvonaláig tart. Mindkét szög (α, φ) pozitív, ha a forgásiránya a IV.2. ábra szerint pozitív.

Az eredő sebesség (W) kerületi sebességhez (U) viszonyított szögét (φ) -180 foktól $+180$ fokig változtathatjuk. A számításnál azonban ügyelni kell arra, hogy a $\varphi = -90 - \varphi_0$ és a $\varphi = +90 - \varphi_0$ foknál az (V.11) vagy (V.12) egyenletnek, a tangens függvény tulajdonságai miatt hamis gyöke van. Illetve bizonyos állapotok – például a légcsvár fék esete – kivételével bőven elegendő a $-90 - \varphi_0 < \varphi < 90 - \varphi_0$ intervallum vizsgálata.

A következőkben kifejtett számítási eljárás nagyon fontos gondolata, hogy az átáramlásnál figyelembe vett, időegységre eső elemi tömegáram (korábban ezt a mennyiséget a (III.36) kifejezéssel, más alakban számoltuk), értelmezésünk szerint mindig pozitív (a kifejezésben a jobb oldalon alkalmazott abszolút érték alkalmazását a későbbiekben más módon is indokoljuk):

$$dm = \rho 2\pi r dr W |\sin \varphi|; \quad (V.3)$$

Következik az impulzus és a lapelem elmélet egyesítésének első lépése: az elemi légellenállásra két egyenlet írható fel: egy az impulzus tétel és egy a lapelem elmélet alapján. Ezek természetesen egymással egyenlőek:

$$dm 2u_D = \rho 2\pi r dr W |\sin \varphi| 2u_D = dD_T = \frac{\rho}{2} W^2 N_B h c_D dr; \quad (V.4)$$

Az (V.4)-ből kifejezhető az ellenállás-irányú, közeli indukált sebesség összetevő:

$$u_D = \frac{N_B h}{8\pi r} \frac{c_D}{|\sin \varphi|} W = \frac{1}{\sigma_s} \frac{c_D}{|\sin \varphi|} W \quad \text{ahol: } \sigma_s = \frac{8\pi r}{N_B h}; \quad (V.5)$$

A légellenállás – természetesen – csak egyfelé mutathat, a mi értelmezésünkben csak pozitív lehet. Ennek megfelelően az ellenállás-irányú, közeli indukált sebesség összetevő (u_D) is csak pozitív lehet. Mivel az eredő sebesség (W) is pozitív, ezért a $\sin \varphi$ -re alkalmazott abszolút értékkel biztosítjuk, hogy a fenti állítás negatív φ szög esetén is teljesüljön. (Negatív φ szöget láthatunk például a IV.14. ábrán.)

A IV.2. ábra alapján felírható az eredő sebesség:

$$W = W_0 \cos(\varphi - \varphi_0) - u_D = W_0 \cos(\varphi - \varphi_0) - \frac{1}{\sigma_s} \frac{c_D}{|\sin \varphi|} W \quad (V.6)$$

ahol:

$$W_0 = +\sqrt{(\Omega r)^2 + V_0^2} \quad \text{és} \quad \varphi_0 = \arctan(V_0, |\Omega r|)$$

A (V.6)-ból fejezzük ki a W_0 (szintén mindig pozitív) sebességet:

$$W_0 = \frac{W}{\cos(\varphi - \varphi_0)} \frac{\sigma_s |\sin \varphi| + c_D}{\sigma_s |\sin \varphi|} \quad (V.7)$$

Az impulzus tétel és a lapelem elmélet összekapcsolása két egyenlet-párt jelent. Az ellenállásra vonatkozó egyenlet párt (V.4) már felírtuk, tekintsük most a felhajtóerőre vonatkozó egyenleteket:

$$dm 2v_L = \rho 2\pi r dr W |\sin \varphi| 2v_L = dL = \frac{\rho}{2} W^2 N_B h c_L dr \quad (V.8)$$

A $\sin \varphi$ -re alkalmazott abszolút érték biztosítja, hogy az elemi felhajtóerő előjele egyrészt csak a megfelelő indukált sebesség összetevő (v_L) előjelétől, illetve másrészt a felhajtóerő tényező előjelétől függjön. Vagyis a megfelelő indukált sebesség összetevő (v_L) előjelét a felhajtóerő tényező előjele (és fordítva) határozza meg.

A felhajtóerő által indukált sebességet – a IV.2. ábra alapján – a következő módon számíthatjuk:

$$v_L = W_0 \sin(\varphi - \varphi_0) \quad (V.9)$$

Az (V.9)-ban nyilván nem kell és nem is szabad abszolút értéket alkalmazni, mert a v_L előjelét éppen a két szög (φ és φ_0) viszonya határozza meg. (Csak megjegyezzük, hogy a IV.2. ábra szerinti esetben az abszolút értéknek nincs szerepe, hiszen ott minden kérdéses mennyiség eleve pozitív.)

Helyettesítsük be (V.8)-ba (V.9)-et; átalakítás után kapjuk:

$$\begin{aligned} \frac{W}{2} N_B h c_L - 2\pi r |\sin \varphi| 2W_0 \sin(\varphi - \varphi_0) &= 0 \\ \rightarrow c_L - \frac{\sigma_s}{W} |\sin \varphi| W_0 \sin(\varphi - \varphi_0) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{V.10})$$

Helyettesítsük be (V.10) másodiknak felírt alakjába (V.7)-et:

$$\begin{aligned} c_L - \frac{\sigma_s}{W} |\sin \varphi| \frac{W}{\cos(\varphi - \varphi_0)} \frac{\sigma_s |\sin \varphi| + c_D}{\sigma_s |\sin \varphi|} \sin(\varphi - \varphi_0) &= 0 \\ \rightarrow c_L - (\sigma_s |\sin \varphi| + c_D) \tan(\varphi - \varphi_0) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{V.11})$$

Ezzel eljutottunk a számítás alapegyenletéhez. Numerikus számolásról lévén szó, az alapegyenlet felírásában megjelenik a hiba (\mathfrak{R} – reziduum):

$$c_L - (\sigma_s |\sin \varphi| + c_D) \tan(\varphi - \varphi_0) = \mathfrak{R} \quad (\text{V.12})$$

Az (V.11) vagy (V.12) egyenlet bal oldalának minden tagja megadható a φ szög függvényeként. A felhajtóerő tényező és a légellenállás tényező – más paraméterek mellett, ilyen pl. a Reynolds és a Mach szám – az állásszög (α) függvénye, az állásszöget pedig a metszet (profil) beállítási szög (ϑ) és a φ szög különbségeként számítjuk ($\alpha = \vartheta - \varphi$). Vagyis a feladat megtalálni azt a φ szöget, amelyre az $\mathfrak{R} \approx 0$ feltétel teljesül. Mivel (V.11) vagy (V.12) nemlineáris egyenlet, ezért általában nem csak egy megoldása van. Nekünk a fizikailag reális megoldást kell megkeresnünk és megtalálnunk! Figyelni kell arra, hogy egyes esetekben – a fizikai feltételeknek megfelelően – nincs fizikailag reális megoldás.

Fontos hangsúlyozni, hogy a tangens függvénynek a $\varphi - \varphi_0 \rightarrow \pm(\pi/2)$ esetben szakadása van. Emiatt (V.11) vagy (V.12) bal oldala előjelet vált, olybá tűnik, hogy itt megoldás van – ez azonban hamis gyök! Általában vizsgálni kell, hogy azok közül az eredmények közül, amelyekre az $\mathfrak{R} \approx 0$ feltétel teljesül, melyik a fizikailag is reális. A vizsgálat egyik kritériuma az, hogy az axiális indukciós tényező értéke legyen: $a_{ik} > -0.45$; ez alatt az érték alatt ugyanis az örvénygyűrű állapot miatt az impulzus tétel az általunk felvett módon nem alkalmazható. További fontos kritérium lehet az erőtényező, illetve indukált sebességek előjelének vizsgálata.

A tényleges számolás az (V.12) kifejezés felhasználásával történő reziduum meghatározást jelenti. Ebbe az összefüggésbe behelyettesítendő az aktuális állásszöghöz ($\alpha = \vartheta - \varphi$) rendelt felhajtóerő tényező, a geometriától függő σ_s paraméter, a φ szög

szinuszának abszolút értéke, az aktuális állásszöghöz ($\alpha = \vartheta - \varphi$) rendelt ellenállás tényező és végül a $\tan(\varphi - \varphi_0)$ érték. Ez azt jelenti, hogy – rögzített geometria és profil esetében – a reziduum értéke, mint már említettük, csak a φ szögtől függ! Vagyis φ -t megválasztva a reziduum kiszámítható. Természetesen nagyon fontos a bemenő adatok pontos ismerete, hangsúlyozottan fontos a profiljellemzők lehető pontos ismerete (az állásszög, a Reynolds szám és a Mach szám függvényében). A példában – ez iskolapélda csak – az egyszerűség kedvéért a Reynolds és a Mach számot rögzítettük.

A számítást a „nyers erő” módszerével végeztük: a φ szöget a konkrét számolás során a $-90^\circ + \varphi_0 + 0.573^\circ$ értéktől indítottuk (radiánban: $-\pi/2 + \varphi_0 + 0.01$), a programban „lepes”-nek nevezett változóval (értéke 0.0001 fok, illetve 0.000001745 rad), egészen a $90^\circ + \varphi_0 - 0.573^\circ$ (radiánban: $\pi/2 + \varphi_0 + 0.01$) szögértékig léptettük.

Ez két dolgot jelent. Először is, mérnöki alapon kizárjuk azokat az üzemiállapotokat, amikor a szárnymetszet hátulról kapja a megfúvást. Egyes esetekben (például helikopter főrotorok általános megfúvásának esetében) valóban a teljes állásszög tartomány ($-180^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$) vizsgálandó – itt azonban csak a tengelyirányú megfúvással (átáramlással) foglalkozunk, amikor is – mérnöki megfontolás alapján – elegendő a nagyjából $-90^\circ < \alpha < 90^\circ$ állásszög tartomány vizsgálata.

A másik dolog az, hogy a φ szöggel nem pontosan a $-90^\circ + \varphi_0$ -tól, hanem kicsivel nagyobb szögtől indulunk és az intervallum felső határa is ugyanennyivel lejjebb kerül. Ez azért célszerű, mert így elkerülhető a $\tan(\varphi - \varphi_0)$ függvény szakadási pontja – ahol ennek a függvénynek a konkrét számértéke (abszolút értéke) igen nagy is lehet.

A konkrét számolás során minden egyes lépésben kiszámítjuk a reziduumot és az értékét az előjellel helyettesítettük, ha az abszolút értéke meghaladta az 1-et. Ez azért célszerű, mert a reziduum értéke – a gyökhelytől távol – nagyon nagy lehet. Másrészt a program figyel, hogy a reziduum előjelet vált-e. Előjelváltáskor – a következő programlista szerint – „megoldást” számol, de úgy hogy a megoldás φ szöget fél lépésközzel csökkenti. Ez nyilván nem a lehető legpontosabb eredmény, azonban a közelítő megoldás hibája biztosan kisebb, mint a „lepes/2” szögérték – ez pedig a gyakorlat számára bőven elegendő!

A „nyers erő” módszere nem nevezhető igazán kifinomultnak – nemlineáris egyenlet megoldásra léteznek ettől sokkal elegánsabb megoldó módszerek is – azonban ez a módszer ad módot a teljes vizsgált tartomány feltérképezésére és az átfogó vizsgálatára. Továbbá e módszer számításigénye nem túlzottan nagy, ezért ebből a szempontból is elfogadható az eljárás.

A következőkben konkrét programot dolgozunk ki, mellyel konkrét példákat vizsgálunk, mutatunk be. Vizsgálunk helikopter rotor, légcsavar és szélkerék jellemző metszet működését is. A vizsgálatban, a helikopter rotor esetében a NACA 0012 profilt (kontúrja a II.10. ábrán látható), a légcsavar és a szélkerék esetében pedig a CLARK-Y

profil (kontúrja a II.3. ábrán látható) választjuk, az aërodinamikai jellemzőket az M.II. mellékletben foglaltuk össze. A valóságban is létrehozandó forgószárny lapát számításakor azonban ettől lényegesen pontosabb, több változót (pl. Reynolds és Mach szám) figyelembe vevő szárnymetszet modellt kell összerakni!

V.1.1. Példaszámítás – bevezetés

Az elméleti eredmények gyakorlati számolással történő követése érdekében egy példaszámítást építünk fel. Tekintsük egy kishelikopter rotor lapátjának jellemző metszetét (a sugár 75 %-ánál lévő metszet) – a számolásainkat erre a metszetre végezzük el. A kiinduló adatok:

V.1. Táblázat

Lapátszám:	$N_B = 5$	Jellemző sugár:	$R_J = 3[m]$
Szögsebesség:	$\Omega = 49[1/s]$	Húrhossz:	$h = 0.173[m]$
Profil:	NACA 0012	Beállítási szög	$\vartheta = 20^0$

A NACA 0012 nagyon gyakran alkalmazott, szimmetrikus szárnymetszet. E profil felhajtóerő- és az ellenállás tényezőjét az M.II. melléklet M.II.1. pontjában foglaltak szerint határozzuk meg. Ez azt jelenti, hogy egy, „BASIC” nyelven íródott szubrutint kell a számítást végző programnak meghívnia. A szubrutin: **N12_profil(alfa,cERO())**, meghívásakor bemenetnek meg kell adni az állásszöget (**alfa** – fokban!). A szubrutin a **cERO()** kétdimenziós változót adja eredményként, ennek **első** eleme a felhajtóerő tényező ($c_L = \mathbf{cERO(1)}$) és a második eleme az ellenállás tényező ($c_D = \mathbf{cERO(2)}$). Megjegyzendő, hogy ez a szubrutin meglehetősen egyszerű – csak oktatási célra felelhet meg.

A reziduum számoló programot az V.2. táblázatban foglaltuk össze. A program elemei kék színűek, a megjegyzéseket a műveletek után(!) kapcsos zárójelbe téve, fekete színnel írtuk:

V.2. Táblázat (első rész)

```
import N12_profil {a programhoz kapcsoljuk a NACA 0012 profiljellemzőket tartalmazó
szubrutint → M.II. melléklet}

dim cERO(2) {cERO(1) a felhajtóerő-tenyező, cERO(2) az ellenállás-tenyező}

teta=20*pi/180 : V0=-30
{megadjuk a „teta” szöget, fokban és a V0 sebességet m/s-ban}
Rjell=3 : h=0.173 : Om=49 : teta=20*pi/180 : Nb=5 : lepes=0.0001*pi/180
{megadjuk a jellemző sugarat (Rjell), a húrhosszat (h), a szögsebességet (Om), a beállítási
szöget (teta), a lapátszámot (Nb) és a lépéshosszat (lepes)}
```

V.2. Táblázat (második rész)

$U=R_{jell} \cdot \Omega_m$: $szgs=8 \cdot \pi \cdot R_{jell} / (N_b \cdot h)$

{kiszámítjuk a kerületi sebességet a jellemző metszetben (U) és a σ_s számítási segédváltozót}

`open #1,"c:\.....`{fájlt nyitunk az eredmények tárolására}

{a következőkben a φ szöveget fiq azonosítóval jelöljük, mert a „fi” programozási alapszó}

$fi0=atan(V0,U)$: $W0=sqrt(U \cdot U + V0 \cdot V0)$

{kiszámítjuk a φ_0 szöveget és a W_0 sebességet (IV.1. ábra)}

$res1=0$: $res2=0$

{két reziduum értéket definiálunk (res1 és res2)}

for $fiq=(-\pi+teta)$ to $(\pi+teta)$ step $lepes$

{elindítjuk a számolást, itt a teljes állásszög tartomány felett, ezt az intervallumot a korábbiakban leírtak szerint csökkenthetjük!}

$alfa=teta-fiq$: $alfaF=alfa \cdot 180/\pi$

{kiszámoljuk az aktuális állásszöveget (α) és átváltjuk fokra is, mert a szubrutinba fokban írandó be}

`N12_profil(alfaF,cERO())`

{meghívjuk a felhejtőerő és ellenállás tényező szubrutint}

$res1=cERO(1)-(szgs \cdot \sin(fiq))+cERO(2) \cdot \tan(fiq-fi0)$

{kiszámoljuk a reziduumot, azaz az (V.12) képletet}

if $abs(res1)>1$ then $res1=sig(res1)$: endif

{a tényleges reziduum értéket az előjelével helyettesítjük, ha $|R| > 1$ }

`print#1 alfaF,";",fiq*180/pi,";",res1` {fájlba íratjuk a reziduum értékét}

if $sig(res1) \cdot sig(res2) < 0$ then {előjelváltás esetén megoldást keresünk!}

$fimegold=fiq-lepes/2$ {a megoldás-fi, a korábban leírtak szerint!}

`N12_profil((teta-fimegold)*180/pi,cERO())`{az erőtenyező meghatározása}

$vL=W0 \cdot \sin(fimegold-fi0)$ { v_L kiszámítása az (V.9) képletből}

$W=W0 \cdot \cos(fimegold-fi0) \cdot szgs \cdot \sin(fimegold) / (szgs \cdot \sin(fimegold) + cERO(2))$

{ W kiszámítása (V.7) képletből}

$uD=cERO(2) \cdot W / (szgs \cdot \sin(fimegold))$ { u_D kiszámítása az (V.5) képletből}

$ui=uD \cdot \cos(fimegold) + vL \cdot \sin(fimegold)$: $vi=-uD \cdot \sin(fimegold) + vL \cdot \cos(fimegold)$

{ v_i és u_i kiszámítása az (IV.5) képletből}

$aiK=vi/V0$ { $a_{iK} = \hat{v}_i$ kiszámítása}

$ct=cERO(1) \cdot \cos(fimegold) - cERO(2) \cdot \sin(fimegold)$ { c_i kiszámítása}

$cq=cERO(2) \cdot \cos(fimegold) + cERO(1) \cdot \sin(fimegold)$ { c_q kiszámítása}

`print #1,.....` {eredmények kiírása fájlba}

endif {a megoldáskeresés vége}

next fiq {a φ ciklus vége}

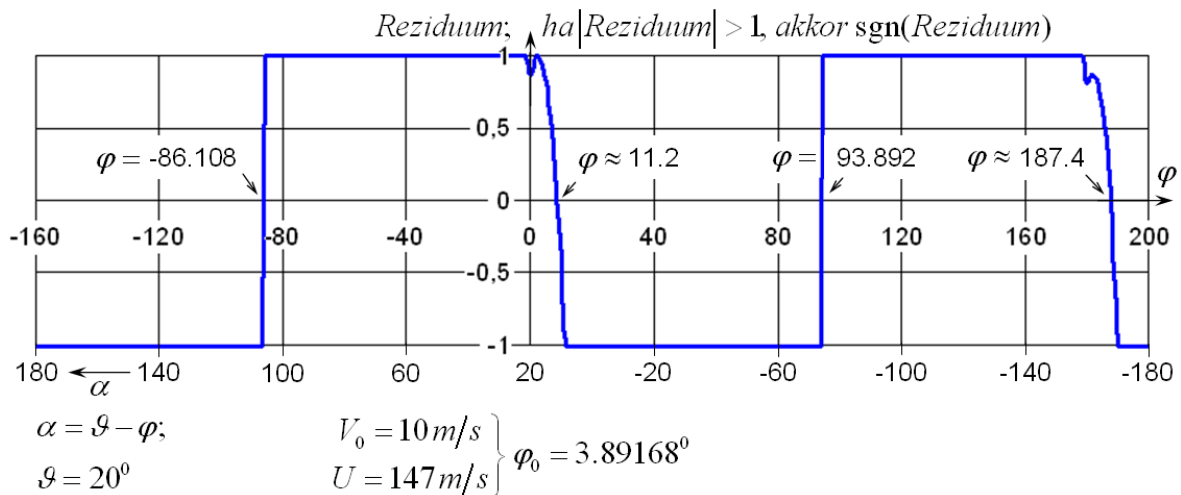
`close #1 : end` {eredényfájl bezárása, program vége}

`print " ----- V E G E -----",lepes*180/pi," fi0= ",fi0*180/pi`

A program itt ismertetett változata annyiban nem teljes, hogy az eredmények kiírását nem adtuk meg, mivel ez függ attól a személytől, aki a programot a saját céljaira átírja és függ a konkrét géptől, programnyelvtől stb. A program lényegi részei megfelelnek az elméletben felépített eljárásnak és – a későbbiekben bemutatott példák szerint – működnek is. Mindazonáltal, alapvetően fontos, hogy a Felhasználó a saját számításának mind az elméleti, mind a gyakorlati részét saját maga építse fel!

V.1.2. Példaszámítás egy helikopter rotor jellemző metszetre

Az előző pontban már definiáltuk a helikopter rotorlapát jellemző metszetét, amely metszetre néhány példaszámítást végzünk el. Vizsgáljunk először egy lehetséges emelkedő repülési állapotot (III.13. ábra, alsó sorában az „F” állapot). A számításokat – természetesen – az V.2. Táblázatba foglalt programmal végeztük.



V.1. ábra – A reziduum alakulása az állásszög illetve a φ szög függvényében

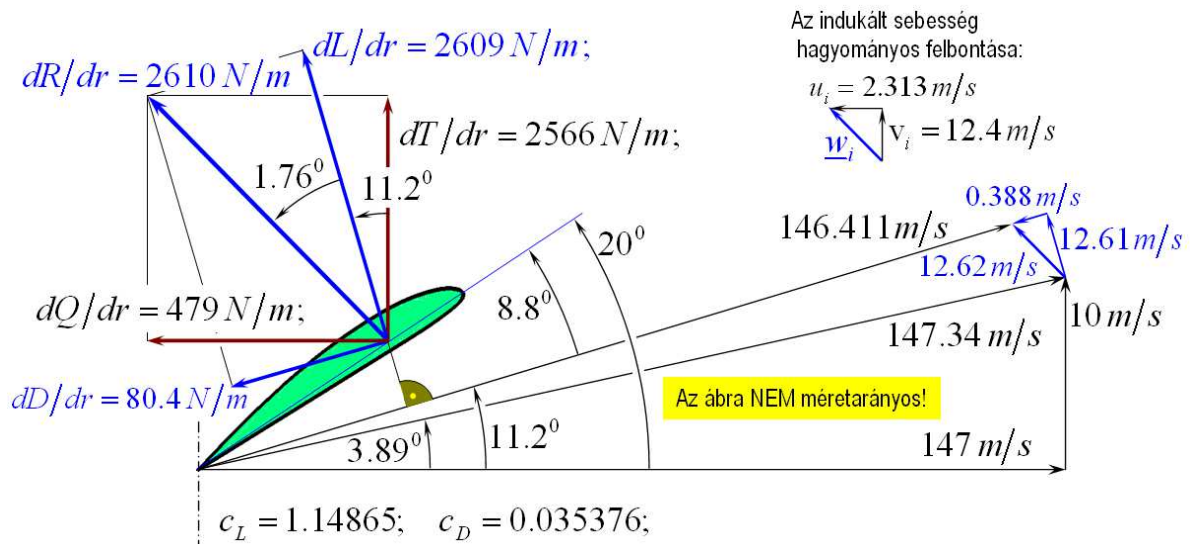
Első lépésben vizsgáljuk meg a reziduum alakulását egy (emelkedési) sebességnél, a teljes állásszög tartomány felett. A számításhoz egy lehetséges repülési állapothoz rendelhető sebességet (10 m/s emelkedési sebesség) választottunk. Az V.1. ábrán, a függőleges tengelyen a reziduum értékét, vagy ha annak abszolút értéke nagyobb volt, mint egy, akkor az előjelfüggvényének értékét tüntettük fel. Ezek a vízszintes szakaszok – az ábra nagy részén ilyen szakaszok láthatók.

A vízszintes tengelyen a φ szöget és az állásszöget is feltüntettük. 20 fokos beállítási szöget választottunk, az állásszöget az ábrán megadott képlet szerint rendelhetjük a φ szöghöz. A korábban már említett $\tan(\varphi - \varphi_0)$ függvény szakadása miatt hamis gyököt látunk a $\varphi = -86.108^\circ$ -nál és a $\varphi = 93.892^\circ$ -nél.

Az V.1. ábrán látható két valódi gyök is: az egyik a $\varphi = 187.4^\circ$ -nál, ezt azért zárhatjuk ki, mert itt az $\alpha = -167.4^\circ$, vagyis ez olyan állapot lenne, amikor a jellemző metszetet a kilépő éle felől éri a légáramlás. Korábban már le is szögeztük, hogy a következő

számításokat a $(-90^\circ + \varphi_0 + 0.573^\circ) \leq \alpha \leq (90^\circ + \varphi_0 - 0.573^\circ)$ tartományban végezzük, mivel mérnöki szempontból tekintve kimondható, hogy ilyen, kilépő él felől érkező áramlás a gyakorlatban (ebben az esetben!) nem jön létre.

A másik gyök, a $\varphi = 11.2^\circ$, itt az $\alpha = \vartheta - \varphi = 20^\circ - 11.2^\circ = 8.8^\circ$ -os állásszög adódik, ez az a működési állapot, amit keresünk. Jó esetben a szűkített tartománybeli keresés csak egy gyököt szolgáltat – ilyen „jó” esetnek számítanak többnyire (de nem mindig) a normálisnak nevezhető működési körülmények.

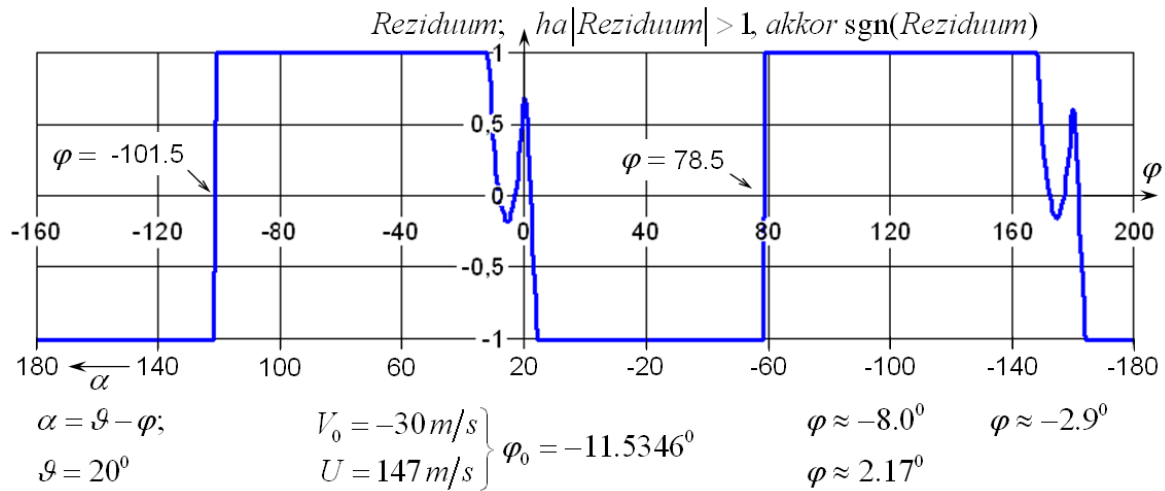


V.2. ábra – Helikopter rotor példaszámítás eredménye

Megjegyezzük, hogy az V.1. ábrán, például éppen a függőleges tengelynél a reziduum görbén egy „horpadás” alakult ki. (Ilyen horpadás van a $\varphi \approx 180^\circ$ környezetében is.) Ezek a horpadások, más működési paraméterek esetén, ha elég mélyek lesznek, újabb hamis gyökök megjelenését mutatják (pl. V.3. ábra).

Az egyetlen, ténylegesen is elfogadható megoldáshoz tartozó számértékeket az V.2. ábrán tüntettük fel. Az eredmények alapján a $a_{iK} = \hat{v}_i = 1.24$ érték adódik. Ez a III.10. ábra szerint is „F” állapot. A jellemző metszet működése ebben az állapotban megfelelőnek minősíthető.

A reziduum vizsgálatot elvégeztük egy, nagysebességű süllyedési állapotra is ($V_0 = -30 \text{ m/s}$). Az eredmény az V.3. ábrán látható. Az ábrán a tangens függvény miatti két, hamis gyök mellett további hat gyökhely látható. Ezekből az ábra jobb oldalán látható, három gyököt, amelyek a kilépőél felőli megfúvást jelentik, eleve kihagyunk a vizsgálatból. A maradék három megoldáshoz tartozó φ értéket az V.3. ábra jobb, alsó részében adtuk meg. Ezen értékek közül hamis gyök a $\varphi = -2.9^\circ$ és a $\varphi = 2.17^\circ$, mert az axiális indukciós tényező, vagy a dimenziótlan közeli indukált sebesség értéke rendre -0.78 és -1.17. Ez pedig – a korábban leírtak szerint – azt jelenti, hogy az impulzus tétel általunk alkalmazott formája nem érvényes.



V.3. ábra – A reziduum alakulása az állásszög illetve a φ szög függvényében

Az egyetlen, valódi gyök a $\varphi = -8.0^\circ$, az ehhez a megoldáshoz tartozó axiális indukciós tényező, vagy dimenziótlan közeli indukált sebesség értéke 0.348, vagyis ilyen állapot létezik.

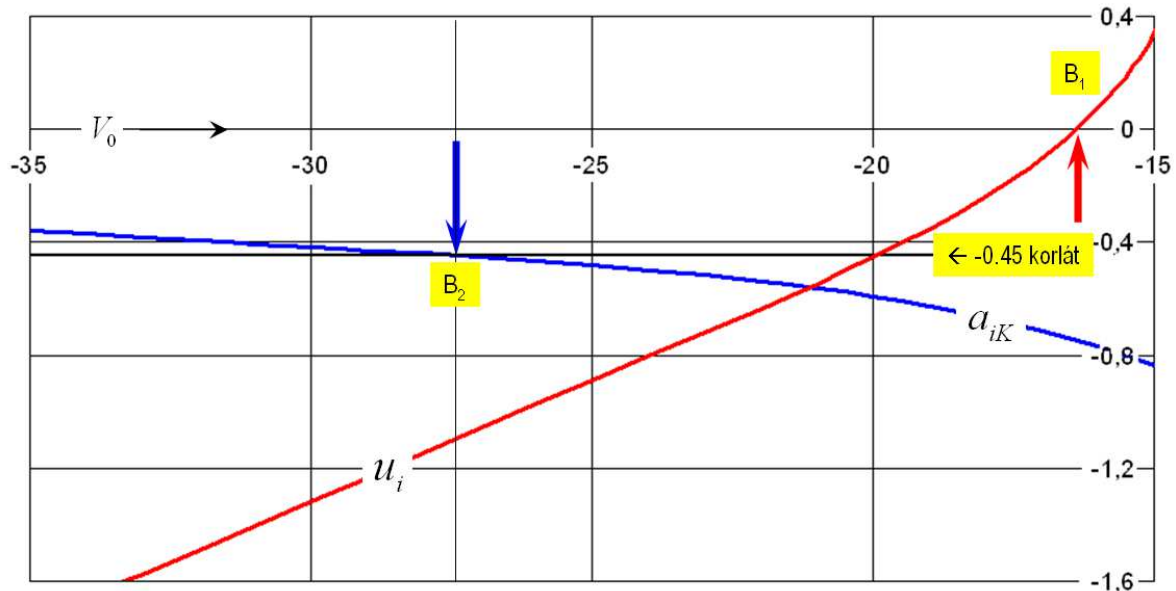
A tengelyirányú közeli indukált sebesség értéke: $v_i = 10.42 \text{ m/s}$, a kerületi irányú, közeli indukált sebesség pedig: $u_i = 7.8 \text{ m/s}$; mindkét érték pozitív. Ez az eset tehát nagyjából a IV.14. ábrán látható, \mathbf{D}^T jelű esetnek felel meg. A különbség az, hogy a IV.14. ábrán – ha berajzolnánk – negatív kerületi irányú, közeli indukált sebességet látnánk, a számításból viszont pozitív érték adódott, emiatt az eredő indukált sebesség a V_0 másik oldalára kerül, és fékező jeleget mutat. Vagyis ebben az esetben a rotort forgatni kell. Ezek szerint ez lehet légszavarfék-szerű vagy fékező autorotációs állapot.

A helikopterek tényleges autorotációjához a rotorlapátok beállítási szögét együttesen (kollektíven) csökkenteni kell. Ismételjük meg tehát a második számolást ($V_0 = -30 \text{ m/s}$) úgy, hogy válasszuk a $\vartheta = 0^\circ$ -os beállítási szöveget. Ebben az esetben a tengelyirányú közeli indukált sebesség értéke: $v_i = 12.52 \text{ m/s}$, eszerint a rotoron felhajtóerő keletkezik, ennek így is kell lennie. A kerületi irányú, közeli indukált sebesség pedig: $u_i = -1.32 \text{ m/s}$, ezek szerint ez egy, úgynevezett előrehajtó állapot – így ez is rendben van! Az axiális indukciós tényező, vagy a dimenziótlan közeli indukált sebesség: -0.417 , még elfogadható érték.

Kicsit részletesebben vizsgálva a kérdést, több sebességet is végigszámolva, az V.4. ábrán látható eredményt kapjuk. A közeli, kerületi indukált sebesség (u_i) értéke nagyjából -16 m/s -os sebességnél vált előjelet: ennél nagyobb abszolút értékű (lefele irányuló) sebességnél lesz negatív és ettől kezdve alakul ki az előrehajtó állapot. Ezt jelöli az V.4. ábrán a „B1” pont. Ekkor azonban az axiális indukciós tényező (a_{iK}) értéke közel -0.8 , vagyis ez még nem tekinthető valóságos eredménynek.

A valóságban is létrejövő helyzetek a „B2” ponttól kezdődnek, vagyis, ha a merülő sebesség kisebb, mint kb. -27 m/s . Ezek szerint a $V_0 = -30 \text{ m/s}$ - amint azt már

leszögeztük – valóban előrehajtó állapot és fizikai szempontból is megfelel, mert $a_{iK} > -0.45$. Az itt vázolt folyamat követhető nyomon a III.11. ábra függőleges tengelyén is: a süllyedési sebesség abszolút értékének növekedésével (matematikailag tehát a csökkenésével) jutunk el a „B” és „C” állapoton keresztül a „D” állapotig, a tényleges autorotációig.



V.4. ábra – Az autorotáció vizsgálata

Az általunk példaként vizsgált helyzet persze csak (egy) példa. A számítás paramétereinek változtatásával (itt, első sorban a beállítási szög és a szögsebesség jöhet szóba) el kell tudni érni akár az ideális autorotációs állapotot is – ekkor egyidejűleg teljesül az $a_{iK} > -0.45$ és az $u_i = 0$ feltétel. A valóságos autorotációban – szemben az ideállissal – valamennyi előrehajtó nyomatékra is szükség van ($u_i < 0$), hiszen le kell győzni a súrlódást és, adott esetben meg kell hajtani a farokrotort is!

V.1.2. Példaszámítás légcsavar jellemző metszetre

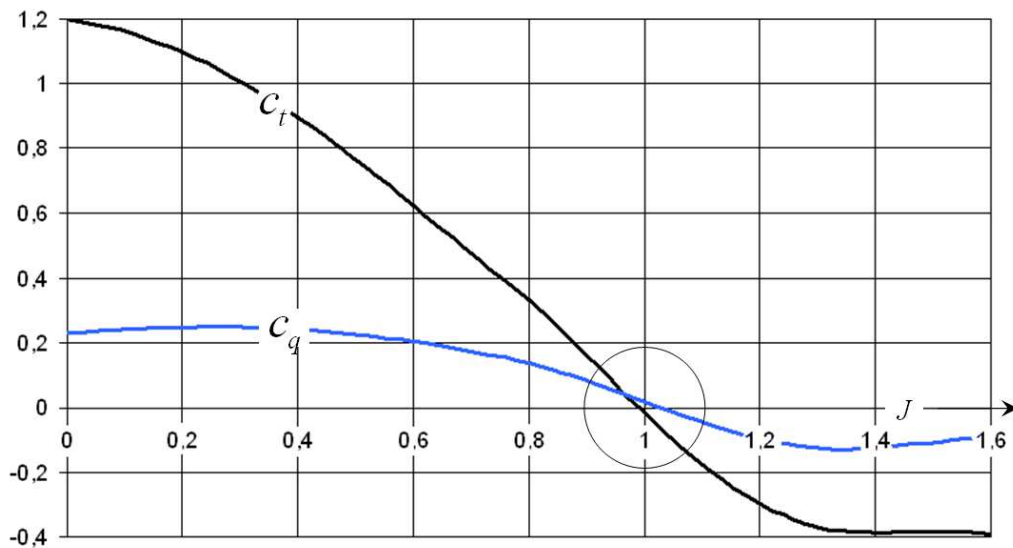
A példában a [33]-ban, az 1.1. Példában bemutatott, kisrepülőgép légcsavar adatait választottuk:

V.3. Táblázat

Lapátszám:	$N_B = 2$	Jellemző sugár:	$R_j = 0.99 [m]$
Szögsebesség:	$\Omega = 214 [1/s]$	Húrhossz:	$h = 0.237 [m]$
Profil:	CLARK-Y	Beállítási szög:	$\vartheta = 20^0$

Ezeket az adatokat – értelemszerűen – kicseréltük a programban (V.2. Táblázat, első rész). Kicseréltük továbbá a lapátmetszet légerő tényezőit szolgáltató szubrutint és a korábban használt `N12_profil(alfaF,cERO())` helyett a `CY_profil(alfaF,cERO())` elnevezésű eljárást hívtuk meg.

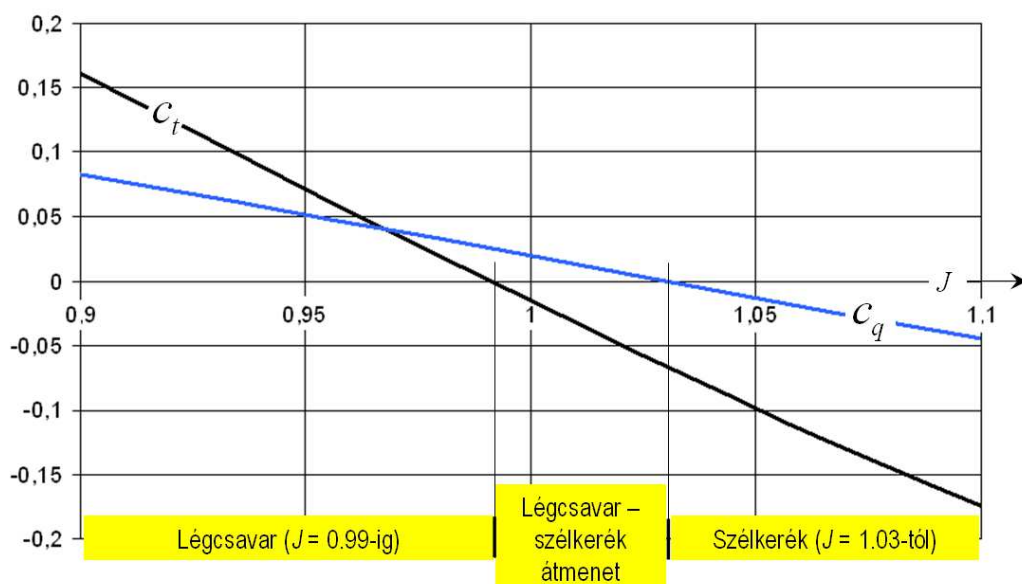
A számítást több sebességre ($0 \leq V_0 \leq 144 \text{ m/s}$) végeztük el. Az eredmények közül az V.5. ábrán mutatjuk be a helyi vonóerő tényező (c_t) és a helyi tangenciális (kerületi) erő tényező (c_q) változását, az előrehaladási fok (J) függvényében.



V.5. ábra – Légcsavarlapát jellemző metszet vonóerő és kerületi erő tényezője

A jellemző metszetre számított helyi vonóerő tényező (fekete görbe) az előrehaladási fok növekedésével először csökken, a nulla értéket a $J \approx 0.99$ -es előrehaladási foknál éri el. A nagy előrehaladási fok tartományban ($J > 1.4$) van kis emelkedés is. A tényező nagyjából jellemzi a légcsavar vonóerő alakulását. Pozitív érték vonóerőt, negatív érték pedig ellenállást jelent.

A helyi tangenciális (kerületi) erő tényező (kék görbe) a légcsavar forgatásához szükséges teljesítményről ad felvilágosítást: ahol pozitív, ott forgatni kell a légcsavart. Ott pedig, ahol negatív ($J \approx 1.03$ felett), a légcsavar szélkerékként működik, azaz teljesítményt ad le.

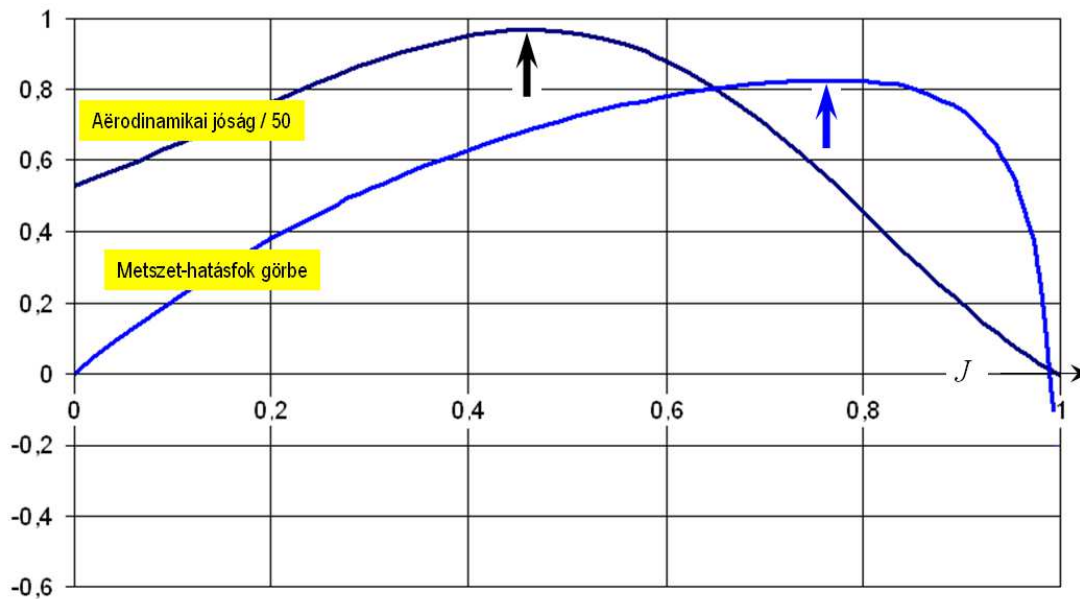


V.6. ábra – Légcsavar – szélkerék átmenet

Az V.5. ábra közepén látható tartomány kinagyítva látható az V.6. ábrán. Megállapítható, hogy a példában szereplő jellemző metszet 0.99-es előrehaladási fokig működik légcsavarként. Ebben a tartományban mindkét tényező (helyi vonóerő tényező és helyi tangenciális erő tényező) nem negatív (általában pozitív, egy pontban nulla). Vagyis a „légcsavar” vonóerőt hoz létre, miközben a forgatásához teljesítmény szükséges.

Megállapítható az is, hogy a példában szereplő jellemző metszet 1.03-as előrehaladási foktól kezdve szélkerékként működik, azaz mindkét fenti tényező nem pozitív (általában negatív, egy pontban nulla). A negatív helyi vonóerő tényező azt jelenti, hogy ellenállás keletkezik. Emellett a negatív helyi kerületi erő tényező jelzi, hogy a szerkezet teljesítményt ad le. Adott esetben ezt az állapotot használják ki a légcsavar újraindítására.

A 0.99-től 1.03-ig terjedő (nem túl széles) tartományban a helyi kerületi erő tényező nem negatív (általában pozitív), tehát a légcsavar jellemző metszetét forgatni kell – ez ennyiben a légcsavarra jellemző működés. Ugyanakkor a helyi vonóerő tényező nem pozitív (általában negatív), ezért itt nem vonóerő, hanem légellenállás keletkezik. Ez viszont a szélkerékre jellemző. Vagyis, az előrehaladási fokot növelve egyre csökkenő szükséges teljesítményt és egyre növekvő ellenállást látunk. Ez a légcsavar –szélkerék, vagy ellenkező irányban a szélkerék – légcsavar átmenet. Az átmenettel bővebben pl. a [33] foglalkozik.



V.7. ábra – A jellemző metszet működése az előrehaladási fok függvényében

A jellemző metszet légcsavarként működik a $0 \leq J \leq 0.99$ tartományon (IV.1. vagy IV.2. ábra). A jellemző metszet állásszöge az előrehaladási fok növekedésével 11.3° -tól -2.7° -ig szigorúan monoton csökken. Ennek megfelelően változik a felhajtóerő és az ellenállás tényező, illetve kiszámolható az aerodinamikai jóság. Ez, pontosabban ennek rajztechnikai okból 50-nel osztott, azaz ilyen módon származtatott görbéje látható az V.7. ábrán. Ennek a görbének a maximuma $J \cong 0.467$ -nél van. Ez azt jelenti, hogy a jellemző metszet a legjobban ennél az előrehaladási foknál működik. Az V.7. ábrán ezt a helyet egy (fekete) nyíllal jelöltük.

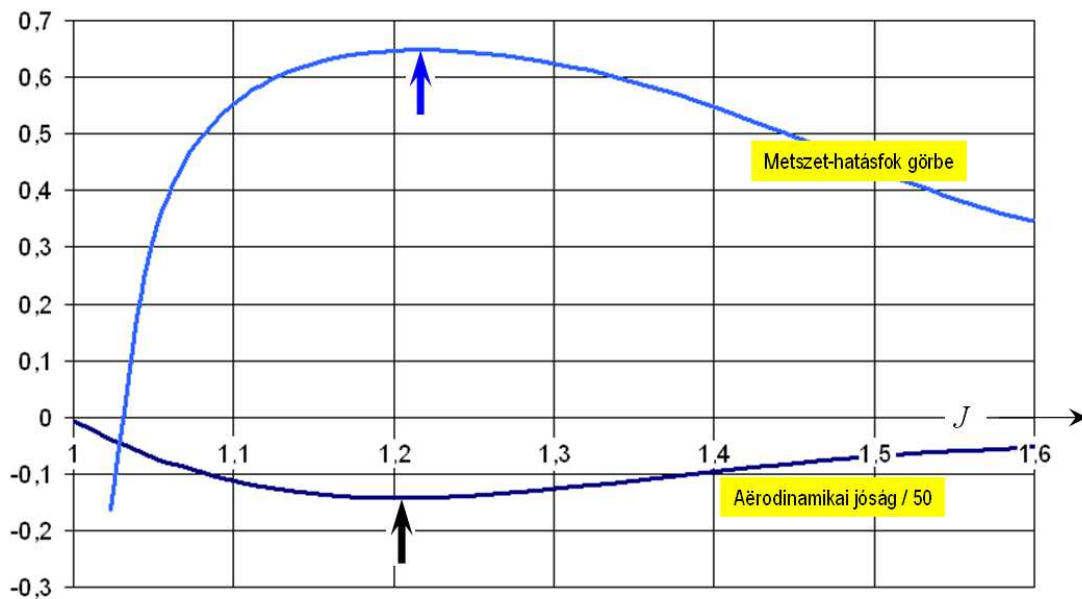
A metszet működésére jellemző hatásfokot, „légcsavar” esetben az alábbi módon definiáljuk (hasznos teljesítmény osztva forgatáshoz szükséges teljesítmény):

$$\eta_{JM, \text{légcsavar}} = \frac{V_0 c_t}{R_j \Omega c_q} \quad (\text{V.13})$$

Az V.7. ábrán ezt, a hatásfok görbét is (kék) feltüntettük. Érdekes, illetve fontos, hogy ennek a görbének a maximuma $J \cong 0.76$ -nál van, azaz másutt, mint a profil legjobb működési pontja. Optimális esetben e két pontnak egybe kellene esnie – azonban ezt általában nem lehet elérni, mert a légcsavartól megköveteljük, hogy pl. mekkora vonó (toló) erőt állítson elő. Ezzel együtt ez a kérdés metszetről metszetre vizsgálandó, illetve a két pontot – a követelmények szabta határok között – a lehető legközelebb kell hozni egymáshoz.

A metszet működésére jellemző hatásfokot, „szélkerék” esetben az alábbi módon definiáljuk (ez, nyilvánvalóan a „légcsavar” eset reciproka):

$$\eta_{JM, \text{szélkerék}} = \frac{R_j \Omega c_q}{V_0 c_t} \quad (\text{V.14})$$



V.8. ábra – Jellemző metszet működése „szélkerék” módban

Az V.8. ábrán a „szélkerék” módban működő jellemző metszet aërodinamikai jóság értékét, valamint az (V.14)-gyel definiált metszet-hatásfokot tüntettük fel. Az aërodinamikai jóság értéke negatív, hiszen az egységes számolási rendszerben a szélkerék állapotban a felhajtóerő tényező értéke negatív. Az ellenállás tényező pedig, természetesen, mindig pozitív. Látható, hogy az aërodinamikai jóság abszolút értéke sokkal kisebb, mint a „légcsavar” módban (V.7. ábra) – ez természetes is, hiszen a CLARK-Y profilt nem negatív állásszögekre tervezték. A példánkban szereplő jellemző metszet „szélkerék” módbeli működését a IV.3. illetve IV.4. ábra segítségével értelmezhetjük.

Fontos leszögezni, hogy az (V.14)-gyel definiált metszet hatások nem azonos a szélkerék hatásokkal (ott a hasznos teljesítményt a szélkerékhez érkező levegő időegységre eső mozgási energiájához viszonyítjuk). Ezzel együtt a metszet hatások – nyilván – jellemzi a metszet működését. Illetve, az V.8. ábrán látható, legjobb hatások természetesen kisebb, mint az V.7. ábrán látható maximális hatások.

A légszár – szélkerék (szélkerék – légszár) átmenetben a fent tárgyalt hatásokat nem értelmezzük. Napjainkban egyre gyorsabban terjednek az repülőmodellek, ezek között a helikopter modellek. Ezek egyik osztályát a több légszárral (4, 6, 8 stb.) működő modellek képezik. Ezek a légszárak – tekintettel a repülőmodellek repülési sajátosságaira – nagyon széles sebességtartományban működhetnek és, ennek megfelelően majdnem minden, korábban tárgyalt működési módot felvehetnek. Ügyelni kell arra, hogy a számításaink érvényességi határait ne lépjük túl!

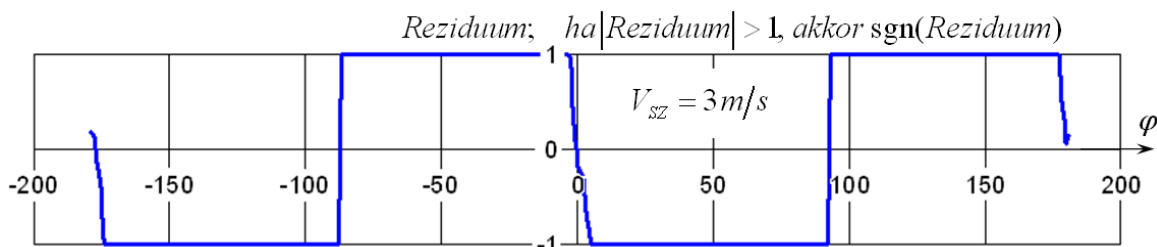
V.1.3. Példaszámítás szélkerék jellemző metszetre

A példában egy szélkerék lapát jellemző metszetét választjuk. A szélkerék tervezett (leadandó) teljesítménye, $V_{SZÉL} = 8\text{ m/s}$ -os szélességnél $P = 27\text{ kW}$. A lapát sugara $R = 7.7\text{ m}$, (a jellemző sugár: $R_j = 5.775\text{ m}$) a tervezett működési szögsebesség $\Omega = 10\text{ r/s}$, a húr hossz $h = 0.282\text{ m}$ és a lapátszám $N_B = 3$. A számításnál felhasznált adatokat – a korábbi példákhoz hasonlóan – az V.4. táblázatban foglaltuk össze:

V.4. Táblázat

Lapátszám:	$N_B = 3$	Jellemző sugár:	$R_j = 5.775\text{ [m]}$
Szögsebesség:	$\Omega = 10\text{ [r/s]}$	Húr hossz:	$h = 0.268\text{ [m]}$
Profil:	CLARK-Y	Beállítási szög:	$\vartheta = 1.42^\circ$

A szélkerék működésére jellemző sebességi sokszög a IV.7. ábrán látható: ebben az esetben a profilt úgy állítjuk be, hogy a szélkerékszerű működési állapotban legyen kedvező az állásszöge! A szélkerék számításában a CLARK-Y profil szubrutint a (IV.6) kifejezésnek megfelelően átírtuk: azaz a (bemenő) állásszög előjelét és a felhajtóerő tényező előjelét megfordítottuk.

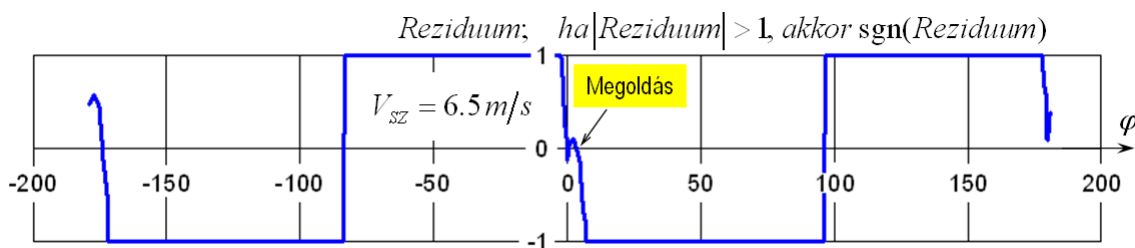


V.9. ábra – A reziduum alakulása a φ szög függvényében (szélesség 3 m/s)

Tekintsük először – példaként – a 3 m/s-os szélességet. Az erre az esetre számított reziduum értékek az V.9. ábrán láthatók. Metszéspont van a $\varphi \approx -177^\circ$ -nál, ez nyilván

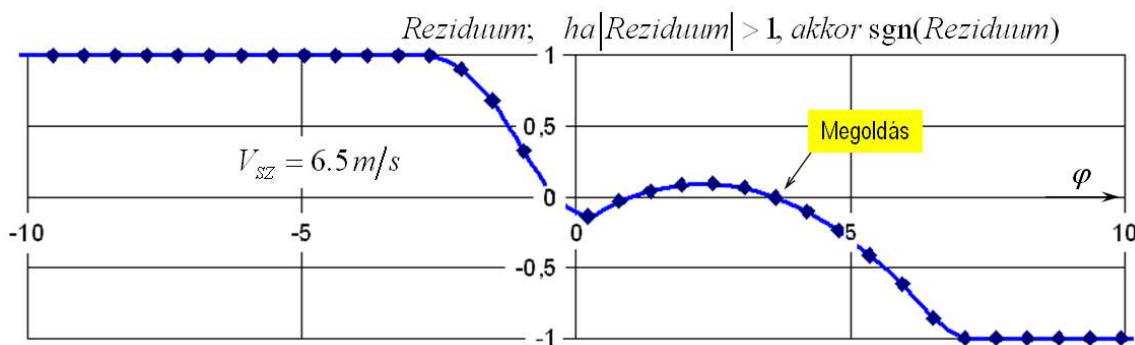
nem lehet fizikailag megfelelő megoldás. Van két hamis gyök ($\varphi = -87.03^0$ és 92.97^0), az (V.11) vagy (V.12)-ben szereplő tangens függvény tulajdonságai miatt. Van még egy gyökhely, a $\varphi \cong -0.57^0$ -nál is. Ezt a gyököt vizsgálva azt látjuk, hogy a tengelyirányú indukált sebesség: $v_i = -3.57 \text{ m/s}$, ez pedig azt jelenti, hogy a szélkerék nem csak lefékezi, hanem mintegy megfordítja a szelet, ami nyilvánvaló fizikai képtelenség. Ennél a gyökhelynél a közeli tengelyirányú indukciós tényező értéke: $a_{ik} = -1.19$, ami például a III.10. ábránál leírtak szerint irreális helyzet, erre az esetre a számításunk nem érvényes. Végeredményben tehát ennél a szélesebségnél és szögsebességnél nincs fizikailag is megfelelő megoldás – a jellemző metszet 3 m/s-os szélesebségnél (így) nem működik. A helyzet – több vonatkozásban – hasonló az autorotációhoz: ott is szükséges volt, hogy a süllyedési sebesség elegendően nagy legyen, illetve hogy az $a_{ik} > -0.45$ és az $u_i \leq 0$ feltétel teljesüljön.

A vízszintes tengelyű szélkerekek szakirodalmából kiderül, hogy változó szélesebség esetén a forgás szögsebessége a szélesebséggel egyenesen arányosan állítandó be – ez igaz egészen a legnagyobb szögsebességig, ahonnan kezdve a szélkerék rotorját például külön fékkel fékezni kell. (Esetleg a rotort „kifordítják” a szélből.)



V.10. ábra – A reziduum alakulása a φ szög függvényében (szélesebség 6.5 m/s)

A szélesebség növelésével eljutunk a 6.5 m/s-os értékig; a bemenő adatok által meghatározott körülmények között, ennél a szélesebségnél (már) működik a jellemző metszet (adott esetben a szélkerék). (A számítás szerint a jellemző metszet 5.833 m/s-tól működik szélkerékként. Jobb minőségű, jobb siklós számú profil esetében alacsonyabb határsebességet kapunk.)

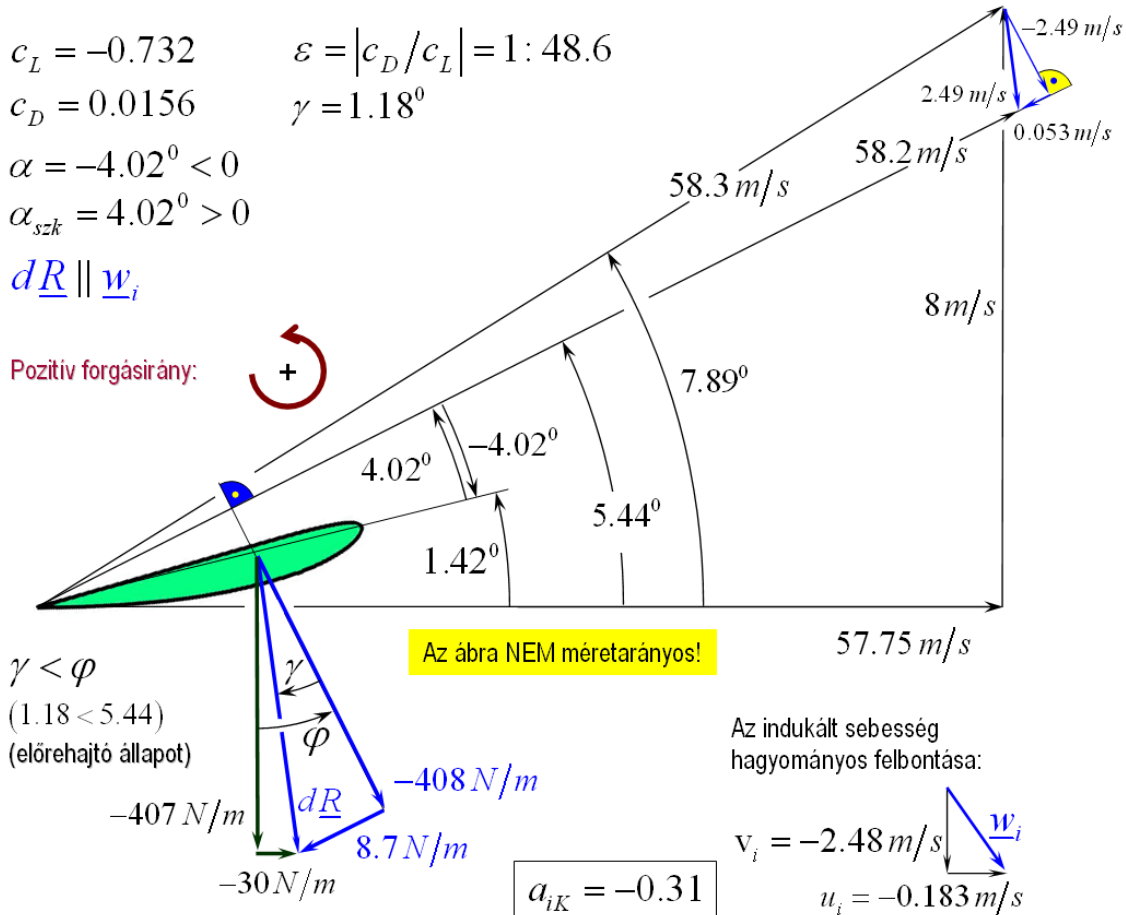


V.11. ábra – A reziduum alakulása a φ szög függvényében (szélesebség 6.5 m/s) – részlet

Az V.11.-es ábrán az V.10.-es ábra középső, számunkra érdekes része látható. Ezen az ábrán (a szélesebség 6.5 m/s) három gyökhely látható: $\varphi = -0.36^0$, $\varphi = 1.01^0$ és a

$\varphi = 3.63^\circ$. Az első kettő fizikailag nem létezhet ($a_{iK} = -1.06$ és -0.84), marad a harmadik gyökhely, ami már valóban megoldás, hiszen itt $a_{iK} = -0.435$, ez megfelelő érték!

Az eredeti célkitűzés szerint a jellemző metszet tervezési állapota a 8 m/s-os szélesség. Az ebben az állapotban érvényes jellemzők (közelítő) számértékeit tüntettük fel az V.12. ábrán. Az V.12. ábra tulajdonképpen a IV.7. ábra megismétlése, csak a betűjelek helyett a konkrét számértékeket tüntettük fel. A siklószám alapján megállapíthatjuk, hogy a jellemző metszet közel az optimális állásszögön működik (a siklószám közel minimális).

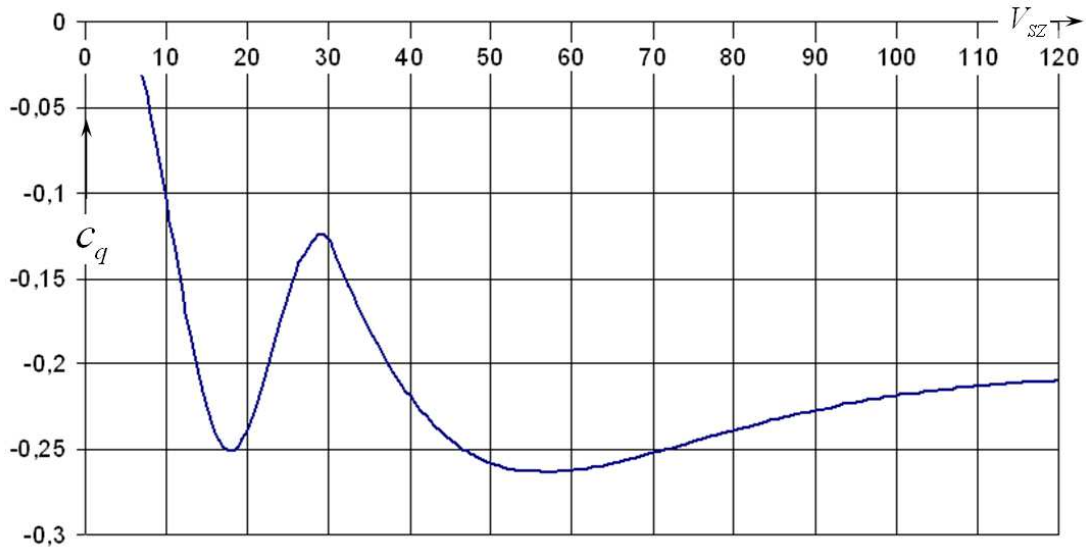


V.12. ábra – A méretezési pont – számítási eredmények

Az is megállapítható, hogy a közeli tengelyirányú indukált sebességgel számolt axiális indukciós tényező (a_{iK}), illetve a dimenziótlan tengelyirányú indukált sebesség (\hat{v}_i) előjel nélküli számértéke közel 1/3. Ez pedig, ahogy azt a (III.27) összefüggés mutatja, közel van ahhoz az állapothoz, ahol a szélből a legnagyobb teljesítmény vehető ki. Vagyis a felvett működési állapot lényegében optimálisnak tekinthető.

Az V.12. ábrán látható számértékek alapján az is megállapítható, hogy a forgást előidéző, hasznos kerületi erő összetevő sokkal kisebb, mint a tengelyirányú erő összetevő. Ez azt is jelenti, hogy a szélkerekeknél a tengelyirányú erőről – főként az igénybevételek szempontjából – megfélekezni nem szabad.

Az V.13. ábrán a jellemző metszet kerületi erő tényezőjét (c_q) tüntettük fel, a szélesség függvényében. A szélességet a minimálistól (~6 m/s) 120 m/s-ig (432 km/h) növeltük. Csak azért választottunk felső határként egy igazán nagy sebességet, hogy bemutassuk a jellemző metszet számított viselkedését ezeken a sebességeken is. Az V.13. ábrán feltüntetett kerületi erő tényező az itt választott rendszer miatt negatív. (Ez a tényező légsavarszerű működésnél pozitív; pl. V.6. ábra.)



V.13. ábra – A szélkerék működése

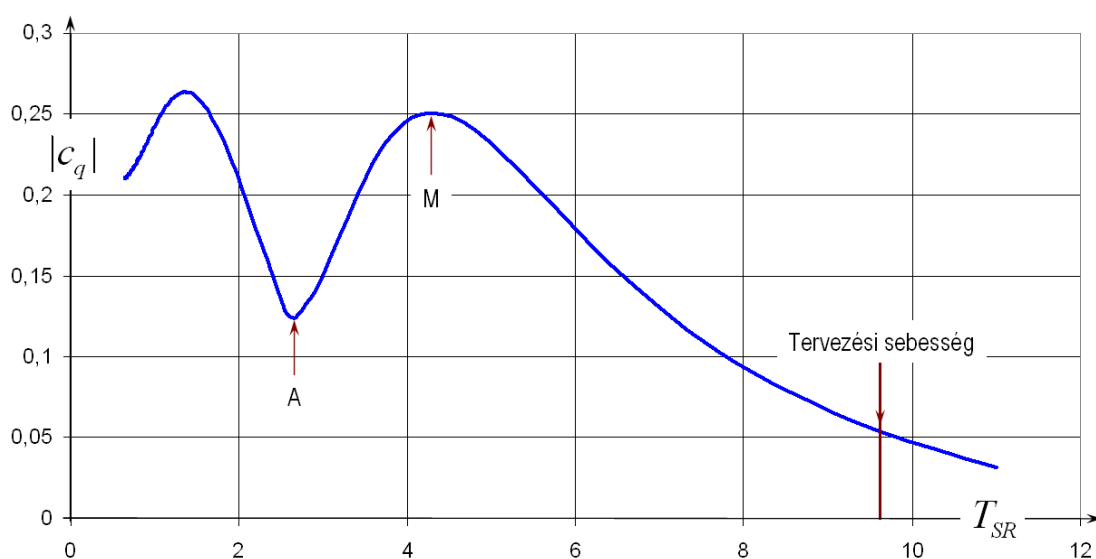
Az V.13. ábra alapján megállapíthatjuk, hogy a kerületi erő tényező *abszolút értéke* kb. 18 m/s (~65 km/h) szélességig nő, azután kb. 29 m/s-ig (~104 km/h) csökken. Ez a csökkenés azért következik be, mert a profil állásszöge meghaladja a kritikus értéket ($\alpha_{kr} \approx 13^\circ$) és ezután a felhajtóerő tényező csökken (M2.2. ábra). Az általunk kidolgozott példában azonban a kerületi erő tényező 29 m/s-os szélesség felett ismét növekszik, legfőképpen azért, mert a CLARK-Y profil felhajtóerő tényezőjének kb. 35° -os állásszögnél újabb, helyi maximuma van és általában is nagy állásszögeknél viszonylag nagy értéket vesz fel (M2.2. ábra). Kimondható tehát, hogy a jellemző metszet (szélkerék) viselkedése, nagy szélességeken döntő mértékben az alkalmazott szárnymetszet nagy állásszögeken adódó légerőtényezőinek alakulásától függ. Ezzel nagyon óvatosan kell számolni, hiszen ezen légerő tényezők értéke a nagy állásszögek tartományában általában rendszertelenül változó, bizonytalan értéket vesz fel, a középérték pedig többnyire csak becslés alapján áll rendelkezésre.

Szemléltetésül válasszuk példaként a 60 m/s-os szélességet – ekkor a jellemző metszet állásszöge $\alpha \approx -44^\circ$ ($\alpha_{szk} = 44^\circ$). Ebben az esetben a felhajtóerő tényező (várható értéke) $c_L \approx -1.05$, az ellenállás tényező pedig $c_D \approx 0.7$. (Megjegyzés: az erőténytényezők értelmezéséhez tekintsük a IV.8. ábra szerinti helyzetet.) Az itt adódó sebességi sokszög jellemző szöge $\varphi \approx 45.6^\circ$. Az (V.1) és az (V.2) kifejezés jobb oldalán, a zárójelben megjelenő tengelyirányú erő tényező értéke $c_t \approx -1.23$, a kerületi erő tényező pedig $c_q \approx -0.26$. Ez a kerületi erő tényező abszolút értékben pedig nagyobb, mint a 18 m/s-nál

adódó első (helyi) maximum. Más erőtenyező lefutás esetében más, a fentitől különböző eredményt kapunk. A mi, oktatási példánkban, az átesés utáni profil viselkedést becslés alapján állapítottuk meg. A légerő tényezőket a fontos, gyakorlati esetekben mindenképpen pontosítani szükséges (pl. méréssel). Az ellenállás és a felhajtóerő tényező lehető legpontosabb ismerete a $\pm 90^\circ$ -os állásszög tartományon igen fontos.

A 60 m/s-os szélesség persze meglehetősen nagy érték – jóllehet az ún. „túlélési vagy tönkremeneteli” szélesség értékét, az előírások szerint sok esetben 67 m/s-ra kell választani. Azt, hogy a szélkerekeket ténylegesen milyen szélességre kell méretezni, előírások határozzák meg. Ilyen előírást hozott létre az „International Electrotechnical Commission” (pl. IEC-Norm 61400), illetve Európában a Germanischer Lloyd, a Det Norske Veritas vagy a RisØ National Laboratory.

A kerületi erő tényező csökkenése (18-tól 29 m/s-ig) – feltéve a szögsebesség állandóságát – a leadott teljesítmény csökkenését is jelenti. Vagyis a szélesség növekedésével a leadott teljesítmény a lapátmetszet átesése miatt csökken. A szakirodalom ezt nevezi átesés szabályozásnak (angolul „stall control”). Ez az elnevezés némiképpen félreérthető, mert egyes szélkerekeknél a lapátokon is alkalmaznak (általában passzív) határréteg szabályozást, ami adott esetben a lapátmetszetek átesését késlelteti – így az elnevezés oda is illik. Mindenesetre, a teljesítménycsökkenés következtében, jó esetben mintegy magától leállhat a szélkerék, ha a fordulatszáma nem növekszik és az átesés szabályozás következtében a kerületi erőtenyező elég kicsi lesz. Így – ebben az esetben – túl nagy szélességnél nincs szükség külön leállító berendezésre. De, a mi számítási példánkban ez a fajta leállítási mód nem igazán működik. Általában tehát, ezzel a fajta leállítási móddal igen elővigyázatosan kell eljárni. Nem beszélve arról, hogy ha valamilyen okból (pl. túl „gyenge” fék, törés, tönkremenetel stb.) nem sikerül a fordulatszám állandóságát fenntartani, akkor a túlpörgés és a teljes szélkerék törése, tönkremenetele aligha kerülhető el.

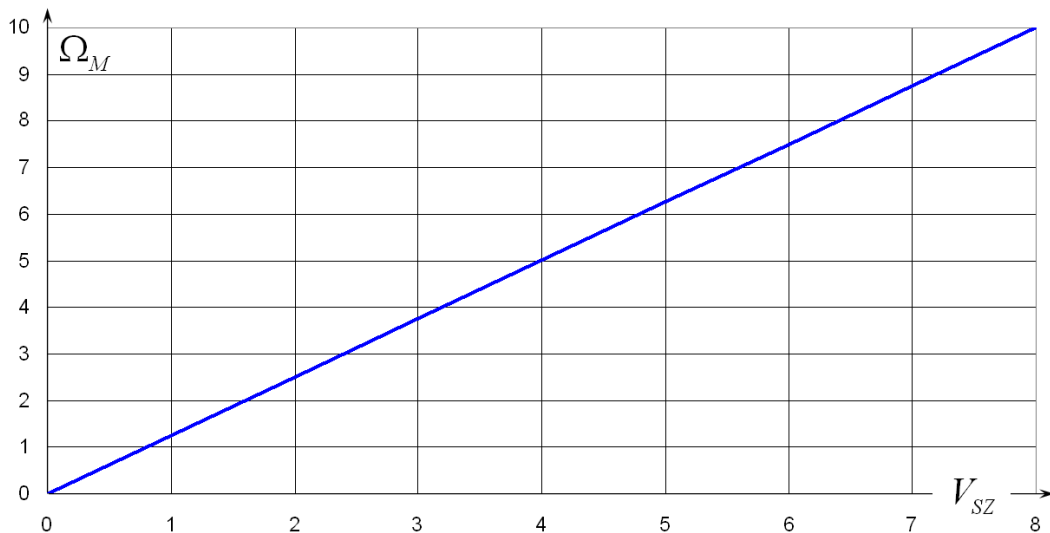


V.14. ábra – A szélkerék működése, hagyományos felfogás

Az V.14. ábrán a szélkerekekkel foglalkozó szakirodalomban megszokott lapátvég sebesség viszony (T_{SR}) függvényében ábrázoltuk a kerületi erő tényező abszolút értékét. Ezen az ábrán – mert a lapátvég kerületi sebességet állandónak vesszük – a vízszintes tengelyen látható lapátvég – sebesség – viszony éppen a szélesebességgel ellentétes értelemben változik. (Vagyis jobbra haladva a szélesebesség csökken, illetve a szélcsend a végtelen lapátvég – sebesség – viszonyának felel meg.)

Az V.14. ábrán feltüntettük a tervezési pontot ($T_{SR} = 9.63$), ez a tervezési lapátvég sebesség viszony nincs túl távol a szakirodalom által, a háromlapátos szélkerekek számára ajánlott értéktől.

Az V.14. ábrán „M”-mel jelöltük a normál működés során előálló maximális kerületi erő tényező helyét ($T_{SR} = 4.28$). Ezután, a szélesebesség növekedésével jutunk el az „A” helyi minimum pontba ($T_{SR} = 2.75$). A további szélesebesség növekedéssel, a $T_{SR} = 1.35$ -nél éri el a kerületi erő tényező a (globális) maximumát – ennek az állapotnak a bekövetkezési valószínűsége persze ($V_{SZ} \approx 57 \text{ m/s}$) nagyon kicsi, hogy számolni kell-e vele, az az előírások alapján dönthető el.



V.15. ábra – A szélkerék indulása

Vizsgáljuk meg a jellemző metszet működését a névlegesnél kisebb szögsebességekre is. Tegyük fel, hogy minden szélesebességnél a tervezési (optimális) lapátvég – sebesség – viszonyal működik a szerkezet ($T_{SRterv} = 9.63$). Ekkor, a lapátvég – sebesség – viszony definíciós egyenletéből a szélesebesség és a működési szögsebesség között az alábbi, lineáris kapcsolat állapítható meg:

$$T_{SR} = \frac{R\Omega}{V_{SZ}} \rightarrow \Omega_M = \frac{T_{SRterv}}{R} V_{SZ} = 1.251 V_{SZ} \quad (V.15)$$

Az eredmény az V.15. ábrán látható: a szögsebesség függvényében egy origóból induló egyenes adja meg az működési (működtetési) szélesebességeket. Elméletileg tehát a szélkerék elindulna, hacsak a legkisebb szél is fúj.

A gyakorlatban azonban a vízszintes tengelyű szélkerekek csak bizonyos szélesség felett képesek elindulni, mert a forgást előidéző kerületi erő (nyomatéka) az eredő sebesség négyzetével arányos, azaz a szögsebesség csökkenésével nagyjából négyzetesen csökken. Mivel pedig a szélkerekeknek le kell győzniük a súrlódásokat és az egyéb (pl. generátor) ellenállásokat, azért a gyakorlatban létezik egy, minimális szélesség (pl. nagyjából 4 m/s körüli érték), amittől kezdve a szélkerék forogni kezd. (Egyébként a túl kis szélességeken nem is érdemes a szélkereket működtetni, mivel ha esetleg adódik is kivehető teljesítmény, az nagyon kicsi.)

A szélkerekek jellemző metszetének számítására (szintén) az V.2. táblázatban adott programot használtuk – mindössze a bemenő adatokat írtuk át, illetve a szélkerék profil légerő tényezőit számoló szubrutint (átírt CLARK-Y szubrutin) hívtuk meg. Megjegyzendő, hogy a CLARK-Y profilt csak az egyöntetűség kedvéért alkalmaztuk – a szélkerekek esetében, általában speciálisan a szélkerekek számára kifejlesztett profilokat alkalmaznak (→ „NREL”, „DU” stb. profilok).

Felhívjuk a figyelmet arra, hogy az eddigi számolások módja és azok eredményeinek megjelenítése különbözik a szélkerekekkel foglalkozó szakirodalomban általában követett módoktól! Csak példaként említjük: amíg a c_q nyomatéki tényezőtől nyomaték a W^2 -tel (sebesség négyzettel) történő szorzással kapható – addig a k_p teljesítmény tényezőtől teljesítményt a szélesség köbének szorzásával, illetve nyomatékot ennek a szögsebességgel történő osztásával kapunk. Az ide vágó szakirodalom tárgyalásmódjának megfelelő vizsgálat legfontosabb részeit az **M.III. Mellékletben** foglaltuk össze.

V.2. Számítás a teljes forgószárnyra

A fenti számítások leírásában nem foglalkoztunk azzal, hogy a légcsvár-, szélkerék- és rotorlapátok körül 3 dimenziós áramlás alakul ki. Emiatt például a lapátvégen pontosan nulla felhajtóerő keletkezik, miközben az ellenállás megmarad. Ez azt jelenti, hogy például (V.12)-be a 3 dimenziós áramlás figyelembe vételével megállapított felhajtóerő tényezőt kell beírni, míg az ellenállás tényező az eredeti, profilellenállás tényezővel vehető azonosnak. (Már másutt is leszögeztük, hogy ebben a körben indukált ellenállással nem kell és nem szabad foglalkozni, mivel ezek a számítások az indukált sebességet is tartalmazó eredő sebességre vonatkoznak.)

A térbeli áramlás vizsgálatára az örvény-elméletek alkalmasak – ezek részletes tárgyalása túllépi e jegyzet kereteit. Ludwig Prandtl fejlesztett ki egy viszonylag egyszerű összefüggést, amelyet sok munkában mind a mai napig az eredeti formájában alkalmaznak. Ez az összefüggés megadja a kapcsolatot a sík és a térbeli áramlásban értelmezett felhajtóerő-tényező között:

$$c_{L3D} = F c_L \quad (V.16)$$

$$ahol : F = \frac{2}{\pi} \text{Arc cos} \left[\exp \left(-\frac{N_B}{2} \frac{R-r}{R} \frac{1}{|\sin \varphi|} \right) \right]$$

Az egyesített impulzus-lapelem elméletben a felhajtóerő tényező értékét csökkentjük, a fent leírt módon. Mivel a hordozó örvény és a felhajtóerő tényező között egyenes arányosság áll fenn – ezért szabad a lapátvég veszteség tényezőt a felhajtóerő tényezőre is alkalmazni. Az (V.16)-ben szereplő „ F ”-et lapátvég veszteség tényezőnek nevezzük. Értéke a lapát mentén közel van az egyhez, a lapátvéghez közeledve rohamosan csökken és a lapátvégen pontosan nulla. Az (V.16)-ben, a korábbiakhoz hasonlóan és az általános szakirodalomtól eltérően, a $|\sin \varphi|$, abszolút értékkel számolunk. Ha a φ szög pozitív és kisebb, mint 90° , akkor ez az átírás nem jelent semmit. Ha azonban a φ szög negatív és nagyobb, mint -90° , akkor ezzel az abszolút értékkel érjük el, hogy a lapátvég veszteség a fent leírtaknak megfelelően alakuljon. A számításainkban ezek az esetek fordulhatnak elő.

A fentiekben a lapátvég veszteséggel foglalkoztunk. A lapáttő is olyan hely, ahol a cirkuláció és ezzel a felhajtóerő nullára csökken. A külső sugártól, a lapát mentén, a lapáttőhöz közeledve a forgószárny lapát metszeteiken keletkező erő értéke eleve csökken, illetve a metszete is megváltoznak: az aerodinamikai profil általában körkeresztmetszetbe megy át. A lapáttőben kifejezett körüláramlás nem jöhet létre, hiszen itt a lapátnak nincs vége – ezért a lapátvég veszteség formula alkalmazása mégsem javasolható. Ehelyett, célszerűen a tényleges metszetnek megfelelő, felhajtóerő termelési képességgel (pl. egyre csökkenő, nullához tartó felhajtóerő tényező iránytangens) és növekedő ellenállás tényezővel célszerű számolni.

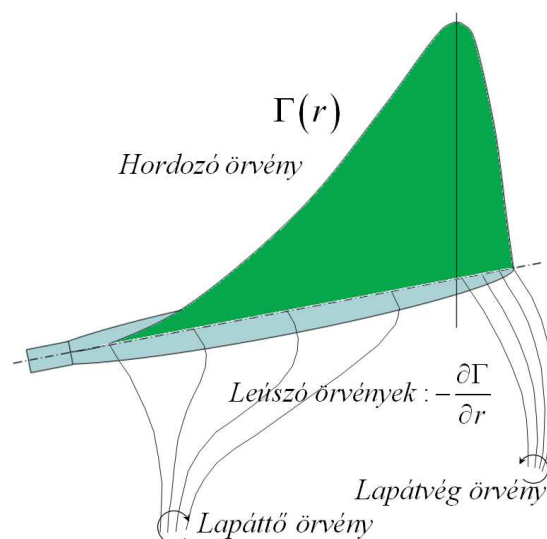
A Prandtl féle lapátvég veszteség számítás alkalmazása a gyakorlatban több kérdést is felvet. Az **első** – talán legfontosabb – **kérdés** a φ szögre vonatkozik, és már itt megjegyezzük, hogy a szakirodalom erre a kérdésre különböző válaszokat ad.

A Prandtl féle eljárást részletesebben például [9] írja le. A számítás fizikailag a légsavár lapátok mögött leúszó, merev, nem szűkülő csavarfelületen elhelyezkedő örvények hatásának számításán alapul. Lényeges része, hogy figyelembe veszi: a lapátvégen – a lapátvég körüláramlás miatt – a hordozó örvény intenzitása nulla. Ez azt is jelenti, hogy a lapátvégen nem keletkezik felhajtó erő. Vagyis $v_L = 0$, amiből az következik, hogy a lapátvégen $\varphi = \varphi_0$. Ez viszont, álló helyzetű légsavarnál azt jelentené, hogy az örvényfelület nem mozog hátrafele – ez a fizikai tapasztalatnak ellentmond. Az is következne, hogy az álló helyzetben működő légsavár lapátjain nincs lapátvég veszteség – nyilván ez sincs így.

Másik oldalról közelítve, a nulla felhajtóerő nulla effektív állásszöget jelent – ez pedig, azt jelentené, hogy a $\varphi = \vartheta_{LV} - \vartheta_{LV}$ a lapátvég beállítási szögét jelenti. Ez oda vezet, hogy a lapátvég veszteség minden üzemállapotban állandó – ez így szintén nem igaz, bár [6] például ezt a megoldást javasolja.

A **második kérdés** az, hogy a Prandtl féle számítás eredményeként adódó veszteség tényező – a numerikus számítások, illetve mérések alapján – gyakran kisebb számértéket ad, mint a valóban keletkező veszteséget jellemző veszteség tényező. Vagyis ez a számítás gyakran ad a valóságostól kedvezőtlenebb eredményt. Ezért a szakirodalomban számos próbálkozás van, amelyekkel a Prandtl féle veszteség tényező értékét korrigálják.

A **harmadik kérdés**, illetve megjegyzés az, hogy a Prandtl féle veszteség tényező számítására szolgáló, explicit formulák független változói (a sugár és a φ szög) bizonyos kombinációk esetén kiesnek az adott függvények értelmezési tartományából, ez pedig számítástechnikai nehézséget jelent, amit külön kezelni kell.



V.16. ábra – Forgószárny lapát, hordozó, lapátvég- és lapátő örvény

Negyedszerre figyelembe kell venni, hogy a légszavár lapátokon a hordozó örvény intenzitása a sugár növekedésével nő, mígnem a legnagyobb érték elérése után rohamosan tart a nullához (V.16. ábra). Vagyis, a légszavár lapátok mögött kialakuló valóságos leúszó örvényekből álló örvényfelület nem a korábban említett, merev csavarfelület lesz, hanem a leúszó örvények felcsavarodnak és így alakul ki a lapátvég- és lapátő-örvény. A felcsavarodott lapátvég-örvény – ellentétben a lapátő-örvénnyel – igen nagy intenzitással bír és nagyon hamar, szinte közvetlenül a lapát mögött ki is alakul.

Mindezek alapján kijelenthető, hogy a lapátvég veszteséget a lapát legkülső része mögött létrejövő lapátvég örvény jellemzi. Legyen ez a legkülső rész, első közelítésben a légszavár sugarának 95%-ánál. (Igényesebb számításnál ezt az értéket fokozatos közelítéssel pontosítani lehet.) Ezután kiszámítandó az ennél az egy sugárnál adódó $\varphi = \varphi_{95}$ szög. A teljes lapát, illetve légszavár számításában, a lapátvég veszteséget minden további sugárnál – a vizsgált üzemiállapotban – ezzel az egy, állandó φ_{95} szöggel számoljuk.

A lapátvég veszteség tényező („F”) számítása pedig, (V.16) szerint, az alábbi módon történhet:

$$F = \frac{2}{\pi} \text{Arc cos} \left[\exp \left(-\frac{N_B}{2} \frac{R-r}{R} \frac{1}{|\sin \varphi_{95}|} \right) \right] \quad (\text{V.17})$$

A fenti, egyszerűbb számolás elfogadása esetén az „F” egy sugár kivételével nem függ a φ szögtől, így a teljes lapát számítása jelentősen leegyszerűsödik és a lapátvég veszteség pedig – a második kérdéses pontban említetteknek megfelelően – csökkenni fog.

A teljes lapát illetve az egész forgószárny számítása során elegendő számú sugarat választva, minden sugárra meghatározzuk – pl. adott sebességhez, fordulatszámhoz, beállítási szöghöz azaz üzemiállapothoz tartozó – aérodinamikai jellemzőket. Ezek ismeretében (IV.1) és (IV.2) felhasználásával, a sugár függvényében számítható dL_T és dD_T . Illetve (IV.3) és (IV.4) felhasználásával, szintén a sugár függvényében számolható dT_T és dQ_T . Ezzel a teljes axiális erő:

$$T_T = \int_{r_0}^R \frac{dT_T}{dr} dr = \int_{r_0}^R N_B \frac{\rho}{2} W^2 h c_t dr \quad (c_t = c_{L3D} \cos \varphi - c_D \sin \varphi); \quad (\text{V.18})$$

és a forgatáshoz szükséges (vagy leadott) nyomaték:

$$M_T = \int_{r_0}^R r \frac{dQ_T}{dr} dr = \int_{r_0}^R r N_B \frac{\rho}{2} W^2 h c_q dr \quad (c_q = c_{L3D} \sin \varphi + c_D \cos \varphi); \quad (\text{V.19})$$

A nyomatékot szorozva az aktuális szögsebességgel a teljesítményt kapjuk. Az egy-egy lapáton keletkező felhajtóerőt és ellenállás erőt a (II.11) és (II.14) szerint számíthatjuk, csak a megfelelő helyekre a véges lapát esetében adódó felhajtóerő tényezőt kell beírni.

MELLÉKLETEK

I. Melléklet: Hogyan működik egy szárnymetszet

A repülésben és számos más területen is alapvető szerepet játszanak a szárnymetszetek. Ebben az eszmefuttatásban a mérsékelt sebességű áramlásban (összenyomhatatlan közegben) használatos szárnymetszetekről, szárnyprofilokról vagy röviden profilokról lesz szó. Ez síkáramlás (kétdimenziós áramlás – 2D áramlás) és az azokban elhelyezkedő szárnymetszetek vizsgálatát jelenti. A síkáramlás nyilvánvalóan azt jelenti, hogy a tényleges, térbeli áramlásban ki tudunk választani egy síkot, amellyel párhuzamos összes többi síkban is azonos áramlás alakul ki.

A vizsgálat első lépésében feltételezzük, hogy a közeg ideális és a kialakuló áramlás potenciális. Rögtön le kell szögezni, hogy az ideális, tehát a homogén, összenyomhatatlan és súrlódásmentes közegekben – ilyenek a valóságban természetesen nem léteznek – a fizikai hatások azonnal érvényre jutnak. Máképpen fogalmazva ezek a hatások végtelen sebességgel és végtelen távolságra terjednek. Például egy szárnyprofil ilyen síkáramlásban elhelyezve az áramkép a teljes (tehát végtelen méretű síkon) azonnal módosul – nem kell várni a sebesség vagy nyomásváltozás kialakulására. Ezt a gondolatot szokás úgy enyhíteni, hogy a már kialakult áramlást vizsgáljuk.

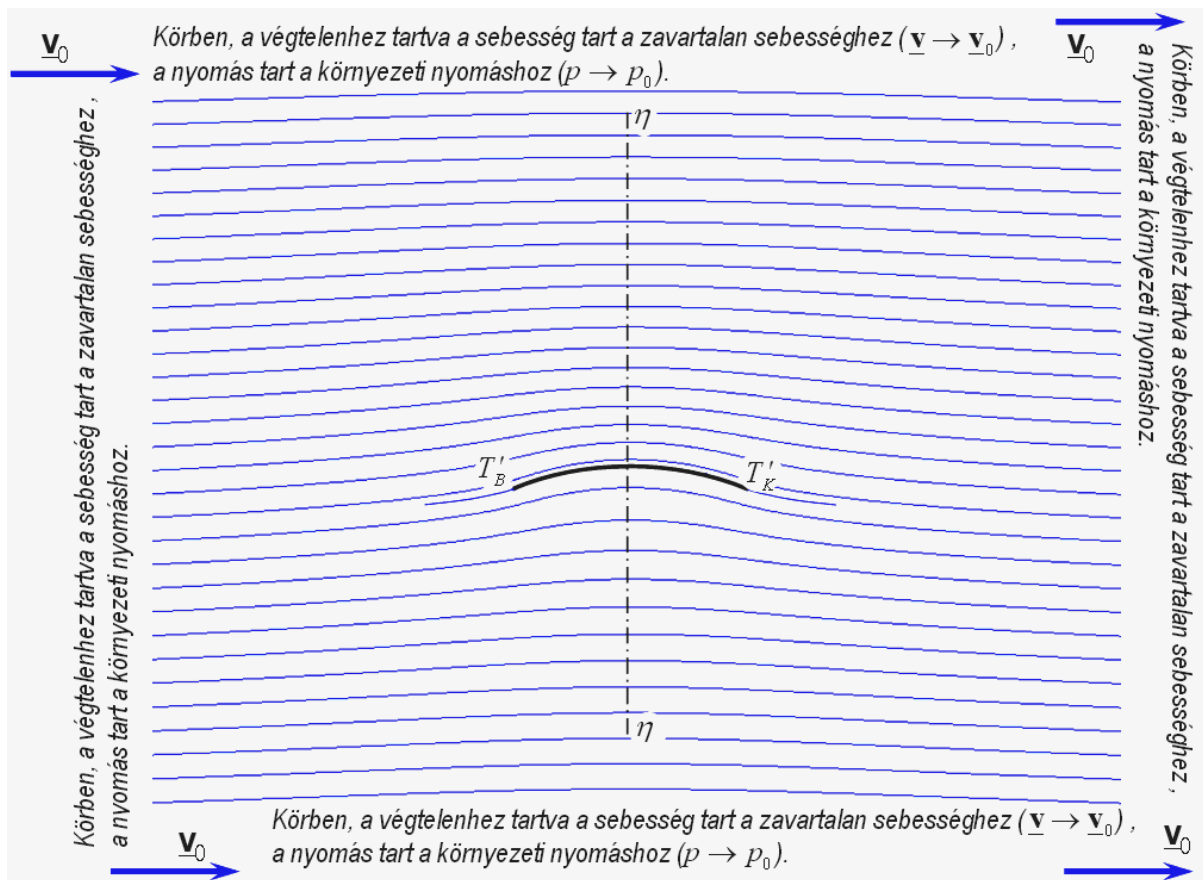
A potenciál – esetünkben komplex potenciál – azt jelenti, hogy az áramlásban lesznek szingularitások (jelen esetben ilyen lesz a dipólus, illetve a potenciális örvény), azonban ezek un. nullmértékű halmazon foglalnak helyet. Ez a mi esetünkben konkrétan azt jelenti, hogy – ebben az első lépésben – egy pontba egy dipólust és egy örvényt helyezünk el. A pont területe nulla – ez egyféle nullmértékű halmaz.

A felhajtóerő keletkezését – az első lépésben – egy, az M1.1.-es ábrán látható körív-profil (körcikk) körül, ideális közegben kialakuló áramlásból vezetjük le. Azért választjuk ezt a profilt, mert ebben az esetben szóba sem jöhet a „profil felső kontúrja hosszabb, mint az alsó” állítás, illetve az ekörül a profil körül kialakuló áramlás jól vizsgálható a komplex potenciálok valamint a Zsukovszkij (N. E. Zsukovszkij) leképezés segítségével. A „ \mathbf{v}_0 ” sebességű alapáramlás legyen az ábrának megfelelően vízszintes és legyen a körcikk húrja (a T_B és a T_K pontok közé húzható egyenes szakasz) is vízszintes. Ezek szerint a körcikk-profil állásszöge (az alapáramlás sebessége és a húr közötti szög) nulla.

Az ábrára pillantva megállapítható, hogy a profil az áramképet a teljes síkon módosítja, bár, természetesen ez a módosító hatás a körcikktől távolodva tart a nullához. Másrészt megállapítható az is, hogy az áramkép az „ η ” függőleges tengelyre szimmetrikus. (Ezt később bizonyítjuk is, bár az ábra is tekinthető bizonyítéknak, hiszen egy, megfelelő számítás eredményeként adódó áramképet mutat.)

Fogadjuk el a Kuttától származó, sima leáramlási feltételt: ennek értelmében az áramlás a kilépő élet nem kerülheti meg, azaz a kilépő torlópont pontosan a körcikk

utolsó pontja, azaz a T'_K pont (M1.1. ábra). A szimmetria miatt pedig a belépő torlópont a körcikk áramlási irány szerinti első pontja, a T'_B pont. (A T'_B -be befutó áramvonal tehát a T'_K -ponttól folytatódik.)



M1.1. ábra: Körív-profil körüli áramlás

A torlópontok tehát csak az M1.1.-es ábrán feltüntetett módon helyezkedhetnek el, ezért ideális közegben ez és csak ez az áramkép alakulhat ki a körív profil körül, nulla állásszögű megfúvásakor.

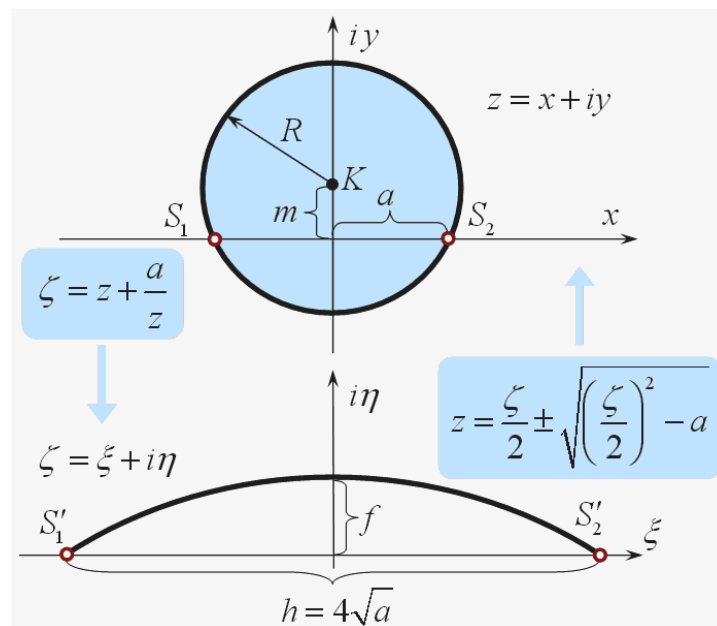
Az M1.1.-es ábrára pillantva nyilvánvaló, hogy a profil lényegében a teljes síkon görbíti az áramvonalakat (előre és hátra, felfele és lefele egyaránt), a görbület a tart a nullához, ahogy a profiltól mért távolság tart a végtelenhez. Ennek így kell lennie, hiszen a profil nullavastagságú, de a közeg számára áthatolhatatlan vonal (térbeli áramlásban felület) és valóban így is működik: a közeg részecskéit (az áramvonalakat) a kontúrjának követésére kényszeríti.

A görbült áramlásban, a centrifugális erő hatására a nyomás – az M1.1.-es ábrát tekintve – letről felfele növekszik. Egészen lent (a végtelenben) a környezeti nyomás (p_0) uralkodik, innen a nyomás a profil aljáig nő, alul tehát túlnyomás alakul ki. Hasonlóképpen a nyomás egészen fent (a végtelenben) megint csak a környezeti nyomás (p_0). Az áramvonalak görbülete fent is hasonló a profil alatti görbülethez – a nyomás tehát itt a környezeti nyomásig nő. Ezért a profil felett depresszió alakul ki. Végeredményben a profilon, emiatt a nyomáskülönbség miatt (alul túlnyomás, fent

depresszió) erő keletkezik. Az erő pedig – a szimmetria miatt – pontosan felfele mutat – ez az erő lesz a felhajtóerő. A fentiekből az is következik, hogy ez a felhajtóerő a zavartalan áramlási sebességre (a megfúvási sebességre) merőleges. A későbbiekben, általában is, a zavartalan áramlási sebességre merőleges erő-összetevőt felhajtóerőnek, az esetleges sebességirányú összetevőt pedig ellenállás erőnek nevezzük.

A profilon keletkező felhajtóerő véges nagyságú, miközben a körülötte áramló közeg mennyisége végtelen. Ezért a profil által indukált sebesség tart a nullához.

Az eddigi állításokat az M1.1.-es ábra alapján mondtuk ki. Az ábrán látható áramkép számítása érdekében használjuk fel a komplex potenciálokat és a konform leképezést.



M1.2. ábra: Kör leképezése körív-profilra

Alkalmazzuk a Zsukovszkij féle leképezést:

$$\zeta = z + \frac{a}{z} \quad \text{és az inverz:} \quad z = \frac{\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 4a}}{2} \quad (\text{M1.1})$$

Ez a leképezés – az M1.2. ábrának megfelelő esetben – a „ K ” középpontú kört (henger-metszetet) az ábra alsó részén látható körív-darabra képezi le, illetve az inverz leképezés a körív darabot a felső részen látható körre képezi vissza. A leképezés konform, azaz kicsiben szög és aránytartó, kivéve a két, szinguláris pontot (S_1 és S_2) – ezekben a pontokban a leképező függvény deriváltja ugyanis nulla:

$$\frac{d\zeta}{dz} = 1 - \frac{a}{z^2} \quad \rightarrow \quad \frac{d\zeta}{dz} = 0, \quad \text{ha } z_{S_{1,2}} = \pm\sqrt{a} \quad \text{és} \quad \zeta_{S'_{1,2}} = \pm 2\sqrt{a} \quad (\text{M1.2})$$

Az M1.2. ábrán alul látható körívk-profil szinguláris pontjai (S'_1 és S'_2) – ezek nyilván a kör szinguláris pontjainak megfelelő kép-pontok – nyilvánvalóan azonosak az M1.1. ábrán látható torlópontokkal ($S'_1 \equiv T'_B$ és $S'_2 \equiv T'_K$).

I. Melléklet: Hogyan működik egy szárnymetszet

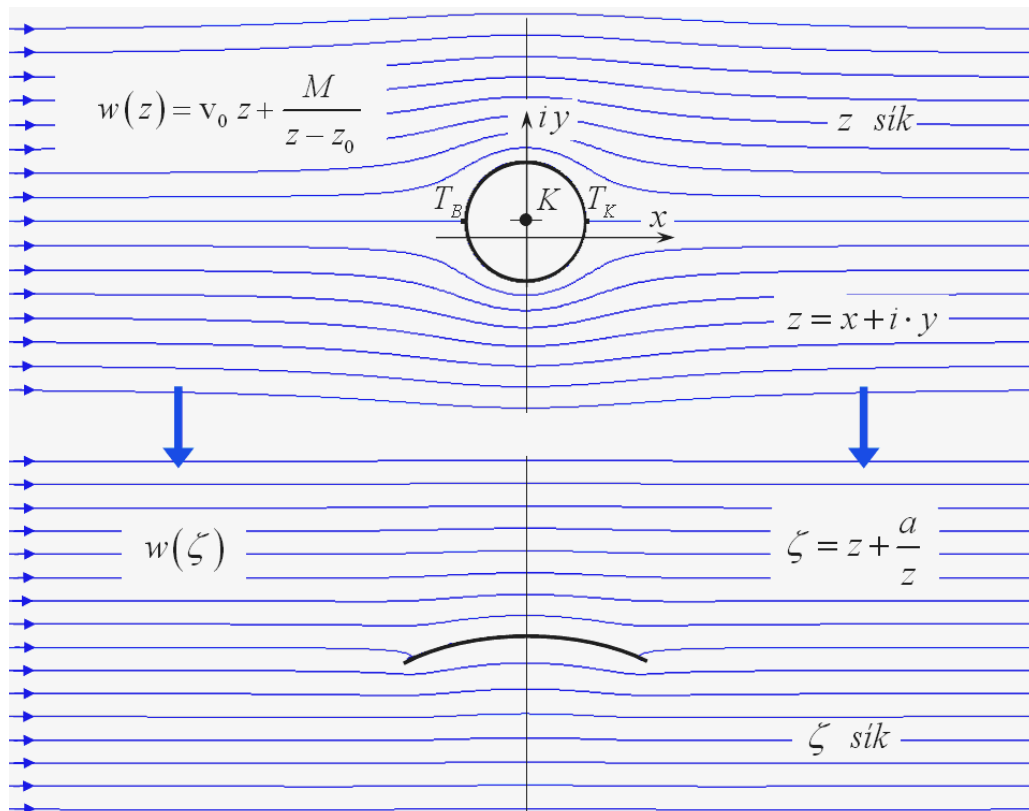
Ez a leképezés azért fontos, mert a kör (henger-metszet) körüli áramlást fel tudjuk építeni komplex potenciálok segítségével – és az (M1.1) szerint transzformálva, le tudjuk képezni a körcikk-profil körüli áramlássá:

$$w(z) \rightarrow w[z(\zeta)] \quad (\text{itt „} w \text{” a komplex potenciál}) \quad (\text{M1.3})$$

A komplex potenciál a sebességi potenciál ($\varphi(z)$) és az áramfüggvény ($\psi(z)$), illetve a mi esetünkben az alapáramlás, egy dipólus és egy cirkuláció potenciáljának összegeként írható fel:

$$w(z) = \varphi(z) + i\psi(z) = v_0 z + \frac{M}{z - z_0} + i \frac{\Gamma}{2\pi} \ln(z - z_0) \quad (\text{M1.4})$$

Az (M1.4) kifejezésben „ v_0 ” az „ x ” tengellyel párhuzamos áramlás sebessége (ezt nevezzük alapáramlásnak), az „ $\frac{M}{z - z_0}$ ” a „ z_0 ” pontban elhelyezkedő dipólus és az „ $i \frac{\Gamma}{2\pi} \ln(z - z_0)$ ” az ugyanazon pontban elhelyezett örvény komplex potenciálja. (A „ z_0 ” a „ K ” középpont komplex koordinátája, a most vizsgált esetben a valós része nulla: $z_0 = im$.)



M1.3. ábra: Alapáramlás – áramlás cirkuláció nélkül

Első lépésben tekintsük az esetet, amikor az „ x ” tengellyel párhuzamos áramlásba egy dipólust helyezünk el (M1.3. ábra). Ennek megfelelően az áramlás komplex potenciálja az (M1.4) kifejezés első két tagjából áll, a cirkuláció itt zérus értékű.

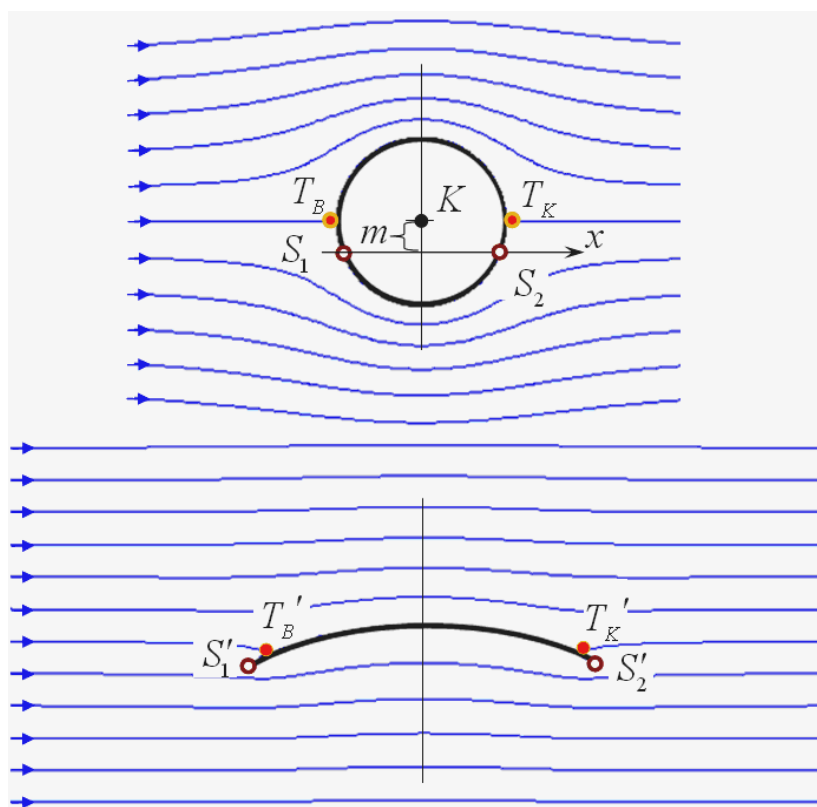
Az M1.3. ábra felső részén látható áramkép a torlópontokba (T_B, T_K) befutó vízszintes egyenesre és a külön berajzolt függőleges egyenesre egyaránt szimmetrikus – a körre (hengerre) tehát erő nem hat. (Megjegyezzük, hogy mindkét szimmetria tengely áthalad a kör „ K ” középpontján.) Az, hogy erő nem keletkezik természetes is, hiszen az ideális közegben ellenállás (a zavartalan áramlás irányával párhuzamos erő-összetevő) eleve nem keletkezik és a felhajtóerő – mivel a cirkuláció nulla – szintén zérus, mivel a Kutta-Zsukovszkij tétel szerint az egységnyi szélességű szárnyra ható felhajtóerő:

$$|\underline{L}| = \rho |\underline{v}_0| \Gamma \quad [N/m] \quad (M1.5)$$

$$\left(\text{itt } \Gamma = \oint \underline{v}^T d\underline{s} = \int_A (\mathbf{rot} \underline{v})^T \underline{n} dA, \underline{n} \text{ a } dA \text{ felület – elem normál vektora} \right)$$

A „ ζ ” síkon látható áramlás a függőleges tengelyre szintén szimmetrikus, ezért ellenállás erő nyilvánvalóan nem keletkezik. A felhajtóerő pedig a zérus cirkuláció miatt lesz nulla. Vagyis erő a „ ζ ” síkon sem keletkezik.

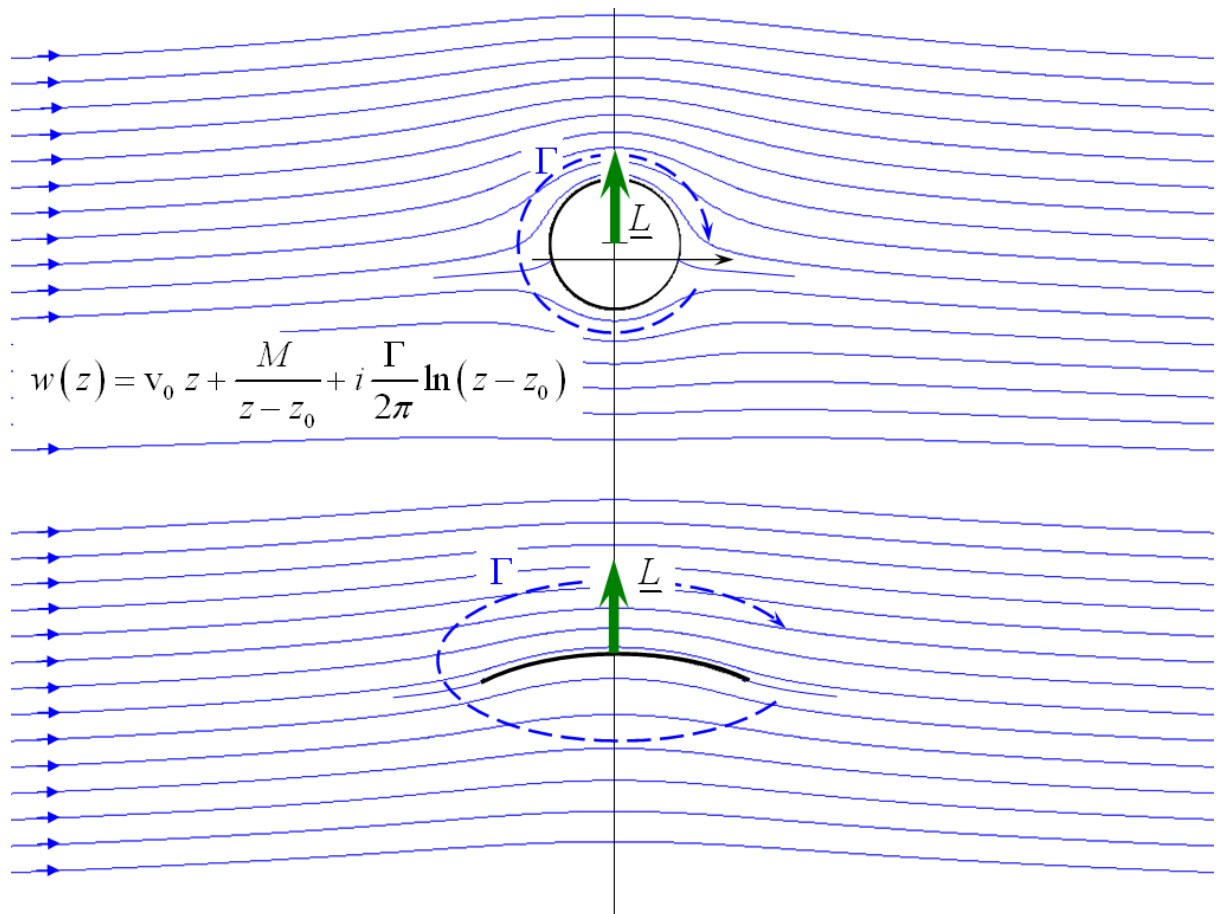
A „ z ” síkon kialakuló áramlással matematikailag is és fizikailag is minden rendben van, hacsak feltételezzük, hogy az ideális közeg elfogadható közelítés.



M1.4. ábra: Az alapáramlás kinagyított középső része

A „ ζ ” síkon azonban olyan áramlás alakul ki, amely matematikailag ugyan lehetséges, azonban – szem előtt tartva a Kutta féle sima leáramlási feltételt – fizikailag elfogadhatatlan. Illetve még (végtelen) sokféle további áramképet tudunk konstruálni, amelyek fizikailag nem fogadhatók el! A fentiekben leírt eszköztárral tehát nagyon óvatosan kell bánni, hiszen matematikailag korrekt műveletekkel fizikai

lehetőségeket konstruálhatunk. Végeredményben a végtelen sok lehetséges áramkép közül egy és csak egy lesz fizikailag is elfogadható: az, amelyik megfelel a Kutta féle sima leáramlási feltételnek, vagyis az, amelynél a „ ζ ” síkon a kilépő torlópont egybeesik a kilépő szinguláris ponttal ($T'_K \equiv S'_2$) – ez az M1.1.-es ábrán látható áramkép. A függőleges szimmetria miatt persze a torlópont a belépésnél is egybe esik a szinguláris ponttal: $T'_b \equiv S'_1$. A leképezés, pontosabban a visszaképezés pedig oda vezet, hogy ekkor a $T_K \equiv S_2$ és a $T_b \equiv S_1$ is teljesül. Ehhez azonban circulációt kell a kör köré elhelyezni, méghozzá pontosan úgy, hogy a $T_K \equiv S_2$ feltétel teljesüljön! Ez a helyzet látható az M1.5. ábrán – ezzel eljutottunk a körcikk-profilon előálló a felhajtóerő keletkezésének magyarázatához.



M1.5. ábra: A felhajtóerő

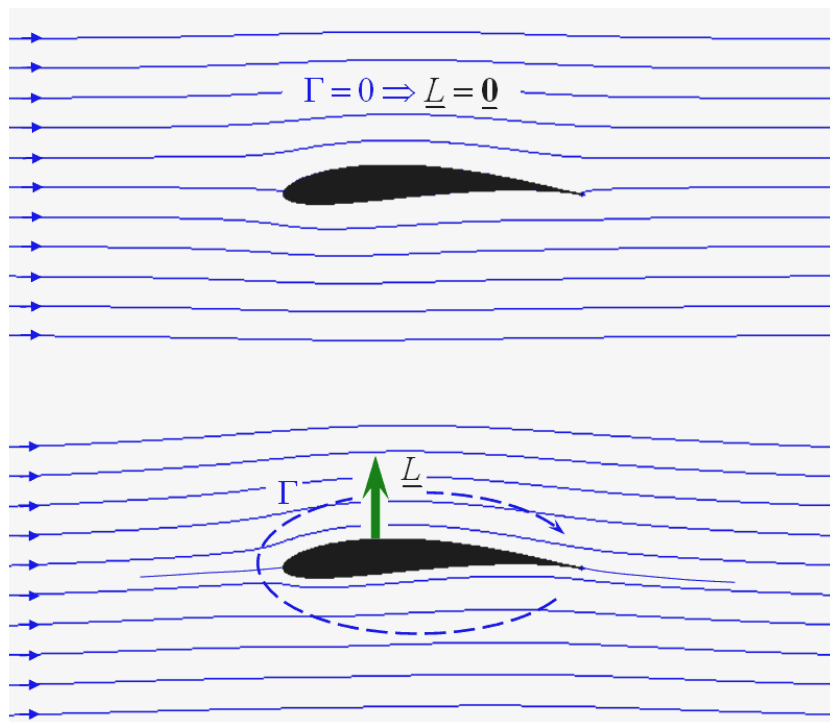
A körcikk-profil működését az alábbiakban foglaljuk össze:

- a profil a görbült kontúrja körüli, tehát görbült áramlásra kényszeríti az őt körüláramló közeget;
- a görbület miatt a nyomás a profil alatt, a profil felé haladva a környezeti nyomásról indulva, a profil aljáig nő – a profil alsó oldalán tehát túlnyomás alakul ki;
- a nyomás a profil felett, messze felülről a profil felé haladva a környezeti nyomástól indulva a profil felső részéig csökken – a profil felső oldalán tehát depresszió alakul ki;
- az alsó és felső oldal közötti nyomáskülönbségből – ami ebben az esetben a függőleges tengelyre szimmetrikus – származik a felhajtóerő;

- a profil alatti, megnövekedett nyomás a sebesség csökkenéséhez vezet, hiszen azt, az ebben az esetben elfogadható, jelentősen leegyszerűsített Bernoulli összeg ($v^2/2 + p/\rho = \text{áll.}$) ezt határozza meg;
- hasonlóképpen a profil felett, a csökkenő nyomás miatt (a Bernoulli összeg állandóságának megfelelően) a sebesség növekszik;
- a sebesség csökkenését alul az áramvonalak távolodása, a sebesség növekedését fent az áramvonalak sűrűsödése jelzi – ez az M1.5. ábrán megfigyelhető!

Nagyon fontos, hogy a fentiekben leírt sebesség-képet éppen a kör (leképezés után a körcikk-profil) körüli cirkulációval modellezhetjük. Ez a cirkuláció vagy örvény potenciális, tehát a szinguláris pontja kivételével az örvényesség (**rot**) minden más pontban nulla; azaz a közeget az ilyen örvény nem forgatja. Illetve – bár az örvény elnevezés erre utalna – az örvény egyetlen közeg-részt sem visz körbe, az örvény tulajdonképpen egy matematikai modell, ami, az alapáramlással együtt (az alapáramlásba itt a dipólust is beleértjük) a megkívánt sebességeloszlást állítja elő. Az itt bemutatott példa, az egyetlen örvénnyel csak speciális esetekben felel meg. Tetszőleges szárnyprofil körüli ideális közeg potenciáláramlását például a profil kontúrján elhelyezkedő, megoszló örvények segítségével modellezhetjük (→ örvény-panel módszer).

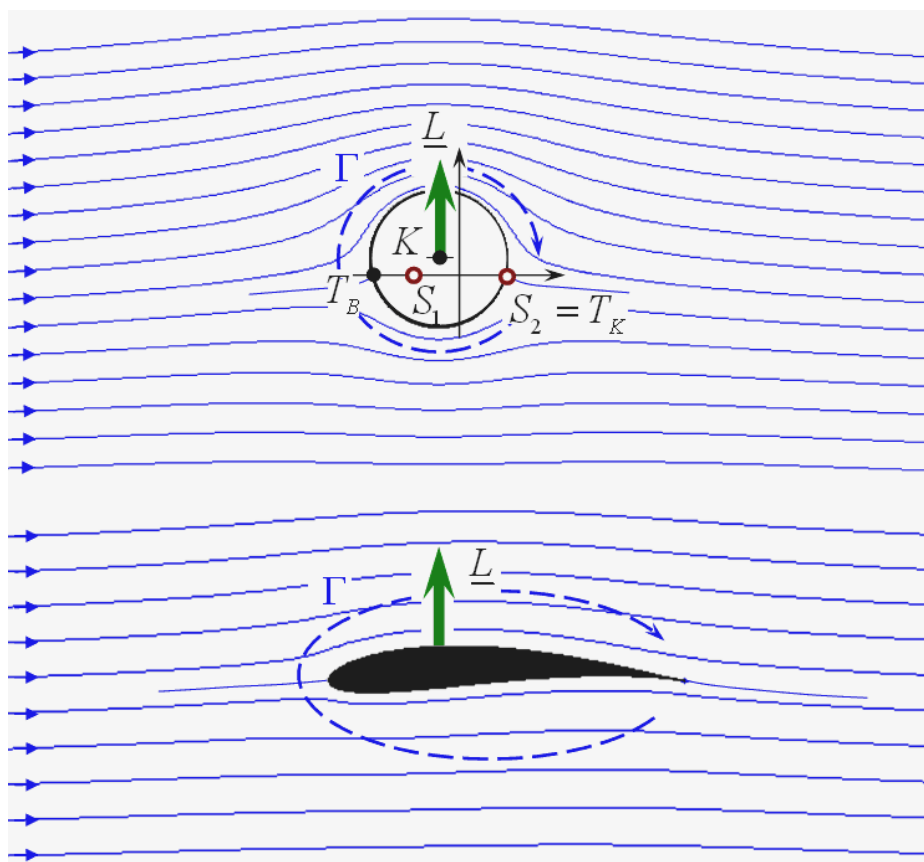
Az eddig leírtak a szárnyprofilokra is teljesülnek. Az M1.6. ábrán egy Zsukovszkij féle szárnyprofil és a körülötte kialakuló áramlás látható, fent cirkuláció nélküli, lent a Kutta féle sima leáramlási feltétel figyelembe vételével megállapított cirkuláció felvételével adódó esetben. Az M1.6. ábra felső részén egy matematikailag lehetséges, de fizikailag lehetetlen áramkép látszik, a fizikailag is lehetséges áramlás az alsó rész-ábrán látható.



M1.6. ábra: Szárnyprofil körüli áramlás

Az M1.6. ábra alsó részén látható, matematikailag és fizikailag egyaránt megfelelő áramkép szintén a Zsukovszkij leképezéssel hozható létre. Ebben az esetben az alapáramlás, a kör középpontjába helyezett dipólus és a cirkuláció lényegében azonos módon tekintendő, mint a körcikk-profil esetében. A különbség az, hogy a leképezendő kör középpontját – ahogyan az, az M1.7. ábrán látható – a valós tengelyen is el kell tolni. Emiatt az S_1 szinguláris pont a kör belsejébe kerül és így a kép-tartományban, a profilon csak egyetlen éles sarok, a kilépő-él lesz, a belépés a megszokotthoz hasonlóan lekerekített.

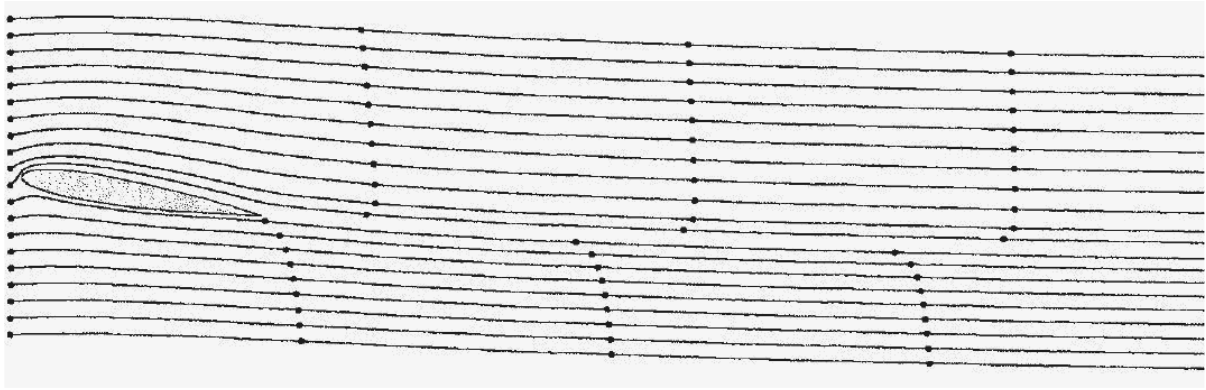
A kör eltolása természetesen érintetlenül hagyja azt a függőleges tengely-szimmetriát, amit akár az M1.1.-es, akár az M1.5.-ös ábrán már megfigyelhettünk. Emiatt azonban ellenállás erő ebben az esetben sem keletkezik (csak felhajtóerő jön létre).



M1.7. ábra: Ideális közeg áramlása szárnyprofil körül, felhajtóerő keletkezik

A felhajtóerő tehát a szárnyprofilok esetében is úgy keletkezik, mint azt a körcikk-profilnál megmutattuk: ez az „irányváltozás – nyomásváltozás – sebességváltozás” okozati sorrendben felsorolt eseménysor.

A sebességképről egy, további állítást is megtehetünk. Az M1.8. ábráról leolvasható, hogy azok a részecskék, amelyek a profilhoz együtt érkeznek, a profil mögött már nem találkoznak. (Megjegyezzük, hogy ilyen fizikai törvény nincs is: semmi sem „kötelezi” a közegrészeket arra, hogy találkozzanak!)



M1.8. ábra: Ideális közeg áramlása szárnyprofil körül

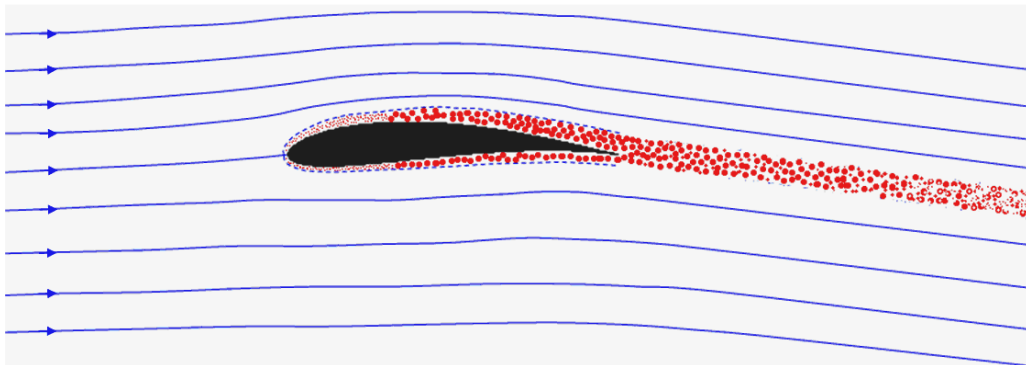
Ugyanakkor, a Bernoulli összeg állandóságából következik, hogy a sebesség abszolút értéke közvetlenül a kilépő él után, a felső és az alsó áramvonalon egyenlő – hiszen e két pont között nincs nyomáskülönbség.

Azért tehát, mert a „felső” közeg messzebbre jut, miközben a kilépő élnél a sebesség abszolút értéke az alsó és a felső áramvonalon egyenlő, kimondható, hogy a profil felett általában nagyobb, alatta kisebb sebességek alakulnak ki. Ezt a megállapítást a körívprofilnál már megtettük, itt csak megerősítjük, illetve megmutattuk, hogy az állítás nem csak a körcikk-profilra igaz.

Megállapíthatjuk tehát, hogy a profil feletti áramlásban a közös kilépő sebességhez a közegnek lassulnia kell, miközben alul gyorsulást tapasztalunk. Vagyis a kilépő élhez közeledve fent a sebesség még nagy, lent pedig – a közös kilépő sebességhez képest – kicsi. Ezt a megállapítást a későbbiekben még felhasználjuk.

M.I.1. Vizsgálat viszkózus közeg feltételezésével

Térjük át most az ideálisról a valóságos, viszkózus közeg vizsgálatára. Azonban ebben az esetben is javasoljuk, hogy a profil körül áramló közegét általában tekintsük mégiscsak ideálisnak, a sűrűdés hatását csak a határréteg kialakulásával vegyük figyelembe.



M1.9. ábra: Szárnyprofil körüli áramlás: határréteg és örvényes nyom

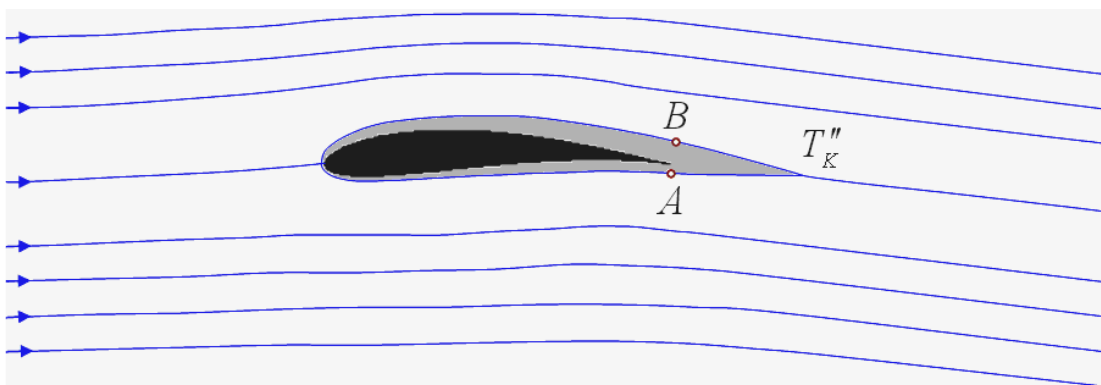
Az M1.9. ábrán az M1.6. vagy M1.7. ábra alsó rész ábrájának megfelelő, de súrlódásos áramlásban kialakuló lehetséges áramképet tüntettük fel – az M1.9. ábrán szerepel a határréteg és a profil mögötti örvényes nyom is. Vázlatosan bejelöltük a határréteget (először lamináris, utána turbulens) is.

Azt láthatjuk, hogy – az eddigieknek megfelelően egy jellemző esetet vizsgálva – az alsó és felső kontúrról leúszó határréteg egyesüléséből egy ún. örvényes nyom áll össze, amely – valóságos közegben – egyúttal nyíró réteg is lesz.



M1.10. ábra: Az ideális és a valóságos áramvonal (szagatott) eltérése

Azt állítjuk, hogy – az M1.10. ábrán látható módon – a valóságos közegben a profil mögötti áramlás az ideálishoz képest lefelé tér el. Azaz a valóságos áramlásban a profil lefele irányuló – vagyis a felhajtóerővel ellentétes értelmű – indukált sebességet hoz létre. Ezt az állítást a következőkben megpróbáljuk igazolni.



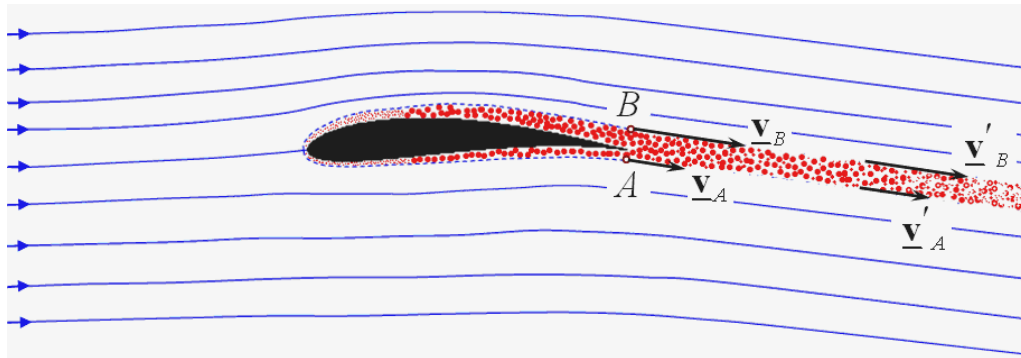
M1.11. ábra: A kiszorítási vastagsággal megnövelt profil

Az örvényes nyomot a benne lévő az intenzív örvénylés miatt a súrlódás viszonylag hamar felemészti, a közeg turbulens mozgásában rejlő energiájából hő lesz. A felhajtóerővel ellentétes értelmű indukált sebességnek is nullához kell tartania, mivel ez a sebesség az áramlási sebességhez képest csak egy járulékos sebesség. Ahogyan tehát minden zavarás, valóságos közegben, a profiltól távolodva ez a sebesség is tart a nullához; csak a turbulens nyomhoz képest jelentősen lassabban. Tegyük fel, hogy az M1.10. ábrán, az ábra jobb szélén az örvényes nyom már megszűntnek tekinthető, miközben az indukált sebesség még nem csökkent jelentősen.

A határréteg elméletből ismert, hogy – más vastagságok mellett – meghatározható a kiszorítási vastagság. Amennyiben ezzel a vastagsággal megnöveljük a profil méretét, akkor az új kontúr (M1.11. ábra) az ideális közegben adódó sebesség lesz érvényes. Ez a közelítés annál is inkább megengedhető, mivel nem túl erősen görbült áramlásban a határrétegen keresztül a profil kontúrára merőleges irányban a statikus nyomás (lényegesen) nem változik. Ezen a módon tehát az eredetiből egy új, viszonylag kevésbé ívelt és kisebb viszonylagos vastagságú helyettesítő profilt származtathatunk – ez a

származtatott profil ideális közegben jó közelítéssel úgy viselkedik, mint az eredeti profil valóságos közegben. (Ezt támasztja alá az a tény is, hogy egy profil jellemzőit, ideális közegben vizsgálva a valóságnál kis mértékben nagyobb felhajtóerőt kapunk.)

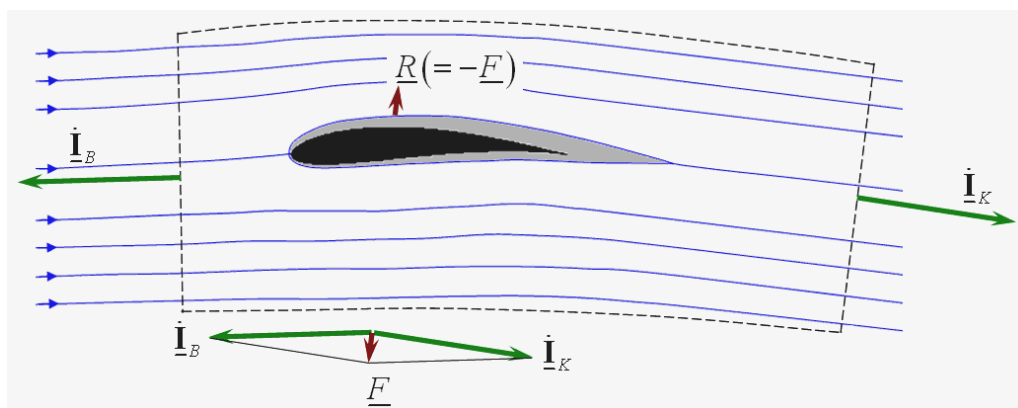
A helyettesítő profil körüli áramlásban – a korábbi megállapításoknak megfelelően – a T_K'' pontban lesz a nyomás és a sebesség az alsó és a felső áramlásban egyenlő. Ezért a „B” pontban még ennél nagyobb, tehát nagy; az „A” pontban ennél kisebb, tehát kis sebességű az áramlás. Vagyis – az M1.12. ábra jelöléseit használva – azt találtuk, hogy $\underline{v}_B > \underline{v}_A$.



M1.12. ábra: Sebességek a kilépő élnél

Térjünk vissza az eredeti profilhoz, de vegyük figyelembe, hogy a kiszorítási vastagsággal megnövelt profil körüli áramképből következően a kilépő élnél, a nyíróréteg felett \underline{v}_B , alatta \underline{v}_A sebesség lesz ($\underline{v}_B > \underline{v}_A$), miközben a statikus nyomás az „A” és a „B” pontban azonosnak vehető.

Ugyanakkor a valóságos közegben, a sebességkülönbség miatt ($\underline{v}_B > \underline{v}_A$) nyírófeszültség keletkezik. A nyírófeszültség miatt a nyíróréteg felett a sebesség elemi lépésekben csökken (pl. $\underline{v}'_B < \underline{v}_B$), alatta elemi lépésekben növekszik ($\underline{v}'_A > \underline{v}_A$), mindaddig, amíg a sebességek ki nem egyenlítődnek. A fent elemi lépésekben csökkenő sebesség miatt a nyomás szintén elemi lépésekben nő, lent pedig csökken. Emiatt a nyomásváltozás miatt görbül a valóságos közegbeli áramvonal az ideális közegbeli áramvonalhoz képest lefele (M1.10. ábra).



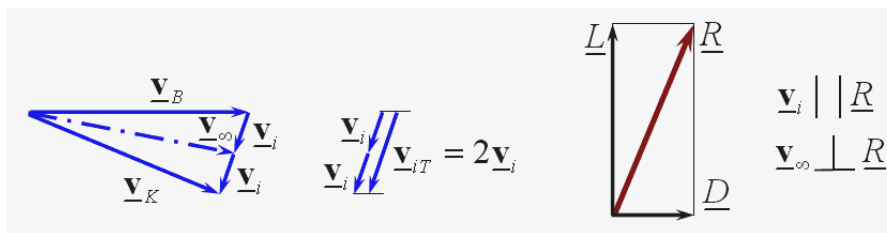
M1.13. ábra: Mozgásmennyiség változás és a profilra ható erő

A valóságos profil körüli áramlásban tehát elvész a korábban meglévő, függőleges tengelyre vonatkozó szimmetria (pl. M1.3., M1.4. és M1.5. ábra) és a profilon nem csak a zavartalan áramlásra merőleges felhajtóerő, hanem azzal párhuzamos ellenállás is keletkezik. Előáll továbbá a profil mögött egy leáramlási, másképpen indukált sebesség – amely indukált sebesség a súrlódás hatására a profil mögött nagyon messze eltűnik (disszipálódik).

Az M1.9., M1.11. és M1.12. ábrán látható áramképet tüntettük fel az M1.13. ábrán is – azonban itt egy ellenőrző felületet is rajzoltunk a profil köré. Tegyük fel, hogy a szaggatott vonal elég messze van a profiltól ahhoz, hogy a nyomást rajta – közelítőleg – a környezeti nyomással vehessük azonosnak. Ebben az esetben, ideális közeg időtálló áramlására az impulzus tétel alábbi alakját írhatjuk fel:

$$\int_A \underline{v} \rho \underline{v} \cdot \underline{n} dA = \underline{F} = -\underline{R} \Rightarrow \underline{\dot{I}}_B + \underline{\dot{I}}_K = \underline{F} = -\underline{R} \quad (\text{M1.6})$$

Az impulzus tétel fenti alakja azt fejezi ki, hogy a közeg időegységre eső mozgásmennyiség változása ($\int_A \underline{v} \rho \underline{v} \cdot \underline{n} dA = \underline{\dot{I}}_B + \underline{\dot{I}}_K$) egyenlő a közegre ható erővel (\underline{F}), illetve a profilra (testre) ható erő ennek a reakció ereje ($\underline{R} = -\underline{F}$). A közegre, illetve a profilra ható erőt az M1.13. ábrán szerkesztéssel határoztuk meg: az időegységre eső mozgásmennyiség változás vektorok vektori összege a közegre ható erő, továbbá ennek mínusz egyszerese a profilra ható erő.



M1.14. ábra: Erők és az indukált sebességek

Az M1.14. ábrán – többek között – az M1.13. ábra áramképeinek megfelelő sebességeket (\underline{v}_B - belépő és \underline{v}_K - kilépő sebesség) tüntettük fel. E két sebesség különbsége a távoli indukált sebesség (\underline{v}_{iT}). A távoli indukált sebességet megfelelően rajzolható meg a M1.14. ábra baloldalán látható \underline{v}_∞ „végtelennek” nevezett sebesség – az eredő erő pontosan erre a sebességre merőleges – illetve az eredő erő a közeli indukált sebességgel (\underline{v}_i), ami a távoli indukált sebesség fele párhuzamos. Ezzel bemutattuk azt az aerodinamikában általában használt közelítést, ami szerint a távoli indukált sebesség a közelinek (nagyjából) a kétszerese.

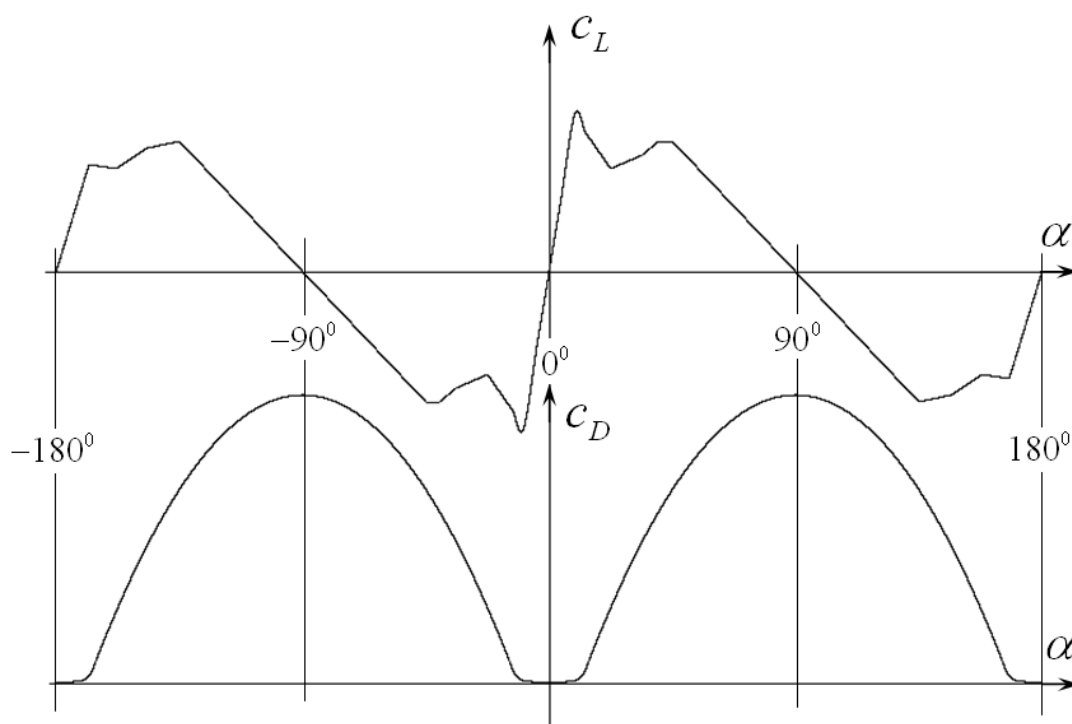
Tegyük fel, hogy a belépő sebesség és a zavartalan áramlás sebessége egymáshoz elég közel van ($\underline{v}_B \approx \underline{v}_0$), akkor az M1.14. ábráról megállapítható, hogy a profilon a felhajtóerő (\underline{L}) mellett ellenállás (\underline{D}) is keletkezik. Ez az ellenállás – a korábban leírtak szerint – a súrlódás (határréteg, örvényes nyom, nyomás-kiegyenlítés és az áramlás irányváltozása) következtében áll elő.

Amennyiben visszatérünk az ideális közeghez – például valamely örvény elmélettel kívánunk dolgozni – akkor ezt az ellenállást figyelembe kell venni. Véges szárnyak esetében, például az M1.14. ábrán látható, a hordozó (vagy kötött) örvényhez kapcsolódó indukált sebességet elsőfajú indukált sebességnek nevezzük. Amennyiben továbblépünk a térbeli áramláshoz, akkor eljutunk a véges szárnyhoz, az erről leúszó, szabad örvények által indukált sebességeket másodfajú indukált sebességnek nevezzük.

II. Melléklet: Profiljellemzők a példaszámításokhoz

M.II.1. A NACA 0012 profil jellemzői

A NACA 0012 nagyon gyakran alkalmazott, szimmetrikus szárnymetszet. Egy példában e profil felhajtóerő- és az ellenállás tényezőjét használjuk majd. A Reynolds szám értékét kb. 1.7 millióra, a Mach szám értékét pedig 0.43-ra választjuk. Ennek felvétele után, a profil felhajtóerő tényezője és ellenállás tényezője – a szakirodalom szerint – közelítőleg az alábbi ábrán látható módon változik:



M2.1. ábra: NACA 0012 profil – felhajtóerő- és légellenállás tényező

A légerő tényezők értéke a mérsékelt állásszögek esetén fontos igazán, az ezen kívül eső tartományban nagyvonalú közelítéssel is megelégedhetünk – hiszen a lényeges számítási eredmények a vizsgált esetek döntő többségében éppen a mérsékelt állásszög tartományba esnek. Ezért a felhajtóerő tényezőre az alábbi közelítést javasoljuk:

$$c_L \cong 0.132\alpha - 0.000564\alpha^2 - 0.00312\alpha^3 + 0.00101\alpha^4 - 0.000105\alpha^5 + 0.00000333\alpha^6; \quad 0 \leq \alpha \leq 13^\circ \quad (\text{M2.1})$$

A további felhajtóerő tényező értékek például az M2.1 ábráról olvashatók le, vagy az M2.1. táblázatban leírtak szerint számolható. A felhajtóerő tényező egyébként a NACA 0012 profil esetében – mivel ez szimmetrikus profil – *páratlan* függvény, tehát $c_L(-\alpha) = -c_L(\alpha)$.

Az ellenállás tényezőt – szintén a $0 \leq \alpha \leq 13^\circ$ intervallumon az alábbi polinommal közelítettük:

$$c_D \cong 0.00565 - 0.0000381\alpha - 0.000124\alpha^2 + 0.000129\alpha^3 - 0.0000218\alpha^4 + 0.00000117\alpha^5; \quad 0 \leq \alpha \leq 13^\circ \quad (\text{M.II.2})$$

A további ellenállás tényező értékek – hasonlóan a felhajtóerő tényezőhöz – például szintén az M2.1 ábráról olvashatók le vagy az M2.1. táblázatban leírtak szerint számolhatók. Az ellenállás tényező egyébként *páros* függvény, tehát $c_D(-\alpha) = c_D(\alpha)$.

Természetesen más közelítés is alkalmazható, illetve általában más profilok jellemzői szükségesek, azé (azoké) a profilé (profiloké), amelyiket (vagy amelyeket) a vizsgált forgószárny lapát esetében alkalmaztak – ezeket nyilván az adott, konkrét esetben kell meghatározni. Hangsúlyozzuk, hogy a fenti jellemzők a profilra vonatkoznak, a 3 dimenziós hatásokat nem tartalmazzák, ezzel a hatással a teljes lapát méretezésekor kell számolni.

A példaszámításban a NACA 0012 profil jellemzőit az alábbi alprogram számolja {a megjegyzéseket kapcsos zárójelbe írtuk}:

M2.1. Táblázat (első rész)

export sub N12_profil(alfa,cERO())

{az alfa (α) az eljárás bejövő változója, fokban}

{kimenet: cERO(1) a felhajtóerő, cERO(2) az ellenállás tényező}

elojel=sig(alfa) : {„sig” a signum függvényt jelenti, elteesszük az állásszög előjelét}

if alfa<0 then alfa=-alfa : endif : {ha az állásszög negatív, akkor előjelet cserélünk}

{===== a felhajtóerő tényező számolása következik =====}

if (alfa>=0 and alfa<=13) then

cF=-0.0025638889+0.1323096*alfa-0.00056449452*alfa^2-

0.0031246518*alfa^3+0.0010149553*alfa^4-0.00010455038*alfa^5+3.3347842e-006*alfa^6

endif : {ez az (x&..11) kifejezés}

if (alfa>13 and alfa<=22.5) then

cF=1.0229-0.2729*(alfa-13)/9.5

endif :

{innentől kezdve nagyvonalú, egyenes szakaszokkal történő közelítés kezdődik}

if (alfa>22.5 and alfa<=34) then cF=0.75+0.1*(alfa-22.5)/11.5 : endif

if (alfa>34 and alfa<=40) then cF=0.85+0.1*(alfa-34)/6 : endif

if (alfa>40 and alfa<=45) then cF=0.95 : endif

{vége a táblázat első részének}

M2.1. Táblázat (második rész)

```
if (alfa>45 and alfa<=135) then cF=0.95-1.9*(alfa-45)/90 : endif
if (alfa>135 and alfa<=147) then cF=-0.95+0.05*(alfa-135)/11.75 : endif
if (alfa>147 and alfa<=158) then cF=-0.9+0.15*(alfa-147)/11 : endif
if (alfa>158 and alfa<=168) then cF=-0.75-0.03*(alfa-158)/10 : endif
if (alfa>168) then cF=-0.78+0.78*(alfa-168)/12 : endif
{Itt kapja meg a kimenő értéket a felhajtóerő tényező, egyúttal figyelembe vesszük az
állásszög előjelét:}

cERO(1)=elovel*cF

{===== az ellenállás tényező számolása következik =====}
if alfa<=13 then
  cE=0.0056484398-3.8050804e-005*alfa-0.00012448531*alfa^2+0.00012906808*alfa^3-
  2.1803082e-005*alfa^4+1.1775873e-006*alfa^5
endif : {ez az (x&..12) kifejezés}

if (alfa>13 and alfa<=167) then
  cE=-0.65666402+0.061259201*alfa-0.00034032889*alfa^2
endif : {innentől kezdve nagyvonalú közelítés kezdődik}

if alfa>=167 then
  aq=180-alfa
  cE=0.0056484398-3.8050804e-005*aq-0.00012448531*aq^2+0.00012906808*aq^3-
  2.1803082e-005*aq^4+1.1775873e-006*aq^5
endif

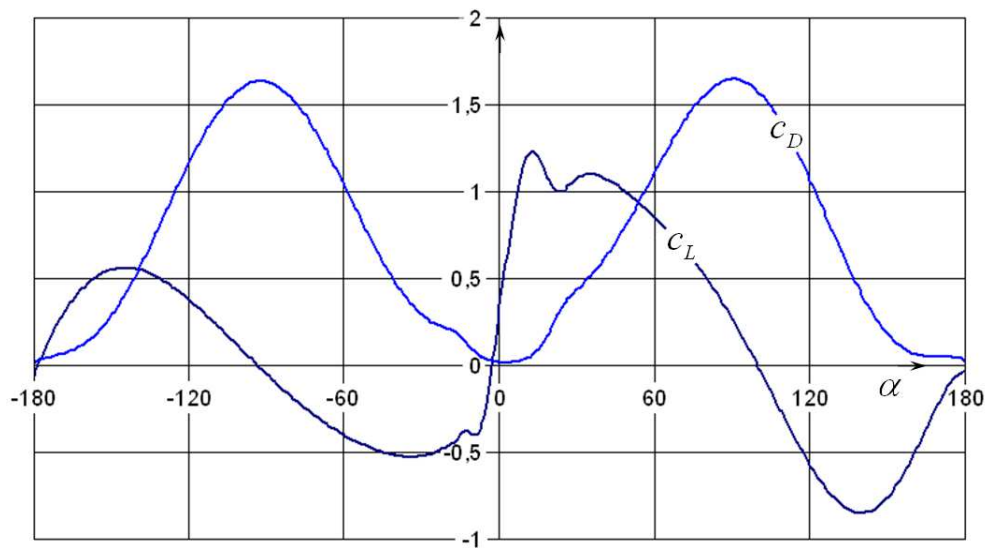
{Itt kapja meg a kimenő értéket az ellenállás tényező, itt az állásszög előjelének
figyelembe vételére nincs szükség (páros függvény):}
cERO(2)=cE

end sub
```

A fenti alprogram eredményei alapján rajzolt felhajtóerő és ellenállás tényező görbe az M2.1. ábrán látható.

M.II.2. A CLARK-Y profil jellemzői

A CLARK-Y profil meglehetősen régi szárnymetszet, régebben légsavarlapát profilként gyakran alkalmazták, mert – a kedvező aërodinamikai jellemzői mellett – van egyenes alapvonala (II.3. ábra) és ez a hagyományos légsavarkészítés során komoly előnyt jelentett. Napjainkban, természetesen rendkívül sok, korszerűbb légsavar (és szélkerék) profil létezik, illetve a gyártási eljárások és anyagok is egészen mások, mint korábban voltak! A CLARK-Y profil jellemzőit 0.1-es Mach szám, illetve 10^5 -es Reynolds szám esetére mutatjuk be. Hangsúlyozandó, hogy ezek a jellemzők is, hasonlóan a NACA 0012 jellemzőihez csak oktatási (tanulási) célra alkalmasak, igényesebb számításban fejlettebb modellre van szükség.



M2.2. ábra: CLARK-Y profil – felhajtóerő- és légellenállás tényező

Az M2.2. ábrán látható légerő tényezőket ebben az esetben polinomokkal közelítettük a teljes állásszög tartomány felett. A felhajtóerő tényezőt meghatározó, közelítő polinomok:

$$\begin{aligned}
 c_L(\alpha) = & -0.06153 + 0.034536491\alpha + 0.00091409762\alpha^2 + \\
 & + 1.1592974 \cdot 10^{-5}\alpha^3 + 9.5236728 \cdot 10^{-8}\alpha^4 + \\
 & + 4.0952094 \cdot 10^{-10}\alpha^5 + 6.3535678 \cdot 10^{-13}\alpha^6; \quad \alpha < -17
 \end{aligned}
 \tag{M.II.3}$$

$$\begin{aligned}
 c_L(\alpha) = & 0.34965 + 0.11109395\alpha - 0.0060081272\alpha^2 \\
 & - 0.00081981498\alpha^3 + 0.0001181332\alpha^4 + \\
 & + 1.4086129 \cdot 10^{-5}\alpha^5 + 3.7067708 \cdot 10^{-7}\alpha^6 \quad -17 \leq \alpha < 0
 \end{aligned}
 \tag{M.II.4}$$

$$\begin{aligned}
 c_L(\alpha) = & 0.3504859 + 0.092615043\alpha - 0.00022637148\alpha^2 + \\
 & + 0.00053304874\alpha^3 - 0.00010272889\alpha^4 + \\
 & + 4.942066 \cdot 10^{-6}\alpha^5 - 7.3685973 \cdot 10^{-8}\alpha^6; \quad 0 \leq \alpha < 25
 \end{aligned}
 \tag{M.II.5}$$

$$c_L(\alpha) = -1.6674893 + 0.24085144\alpha - 0.0080113542\alpha^2 + \\ + 0.00013213439\alpha^3 - 1.1831136 \cdot 10^{-6} \alpha^4 + \\ + 5.3107725 \cdot 10^{-9} \alpha^5 - 9.2401609 \cdot 10^{-12} \alpha^6; \quad \alpha \geq 25 \quad (\text{M.II.6})$$

Az ellenállás tényezőt meghatározó polinomok:

$$c_D(\alpha) = 0.048514 - 0.023557647\alpha - 0.001599081\alpha^2 - \\ - 5.2594472 \cdot 10^{-5} \alpha^3 - 6.3582055 \cdot 10^{-7} \alpha^4 - \\ - 3.1868922 \cdot 10^{-9} \alpha^5 - 5.7015201 \cdot 10^{-12} \alpha^6; \quad \alpha < -17 \quad (\text{M.II.7})$$

$$c_D(\alpha) = 0.015679304 - 0.0013303165\alpha + 0.00038207045\alpha^2 - \\ - 1.7760165 \cdot 10^{-5} \alpha^3 + 8.3247368 \cdot 10^{-7} \alpha^4 + 6.7032607 \cdot 10^{-8} \alpha^5 - \\ - 1.2772891 \cdot 10^{-9} \alpha^6 - 4.1349272 \cdot 10^{-11} \alpha^7; \quad -17 \leq \alpha < 25 \quad (\text{M.II.8})$$

$$c_D(\alpha) = -0.99762 + 0.13675283\alpha - 0.0057351756\alpha^2 + \\ + 0.00012787258\alpha^3 - 1.3883094 \cdot 10^{-6} \alpha^4 + \\ + 7.3176731 \cdot 10^{-9} \alpha^5 - 1.7226749 \cdot 10^{-11} \alpha^6 + \\ + 1.2586681 \cdot 10^{-14} \alpha^7; \quad \alpha \geq 25 \quad (\text{M.II.9})$$

A példaszámításban a CLARK-Y profil jellemzőit az alábbi alprogram számolja {a megjegyzéseket kapcsos zárójelbe írtuk}:

M2.2. Tábálzat

```

export sub CY_profil(alfa,cERO)
  {az alfa ( $\alpha$ ) az eljárás bejövő változója, fokban}
  {kimenet: cERO(1) a felhajtóerő, cERO(2) az ellenállás tényező}
  cF=0
  if alfa<-17 then
    cF=-0.06153+0.034536491*alfa+0.00091409762*alfa^2
    cF=cF+1.1592974e-005*alfa^3+9.5236728e-008*alfa^4
    cF=cF+4.0952094e-010*alfa^5+6.3535678e-013*alfa^6
  endif
  if alfa>=-17 and alfa<0 then
    cF=0.34965+0.11109395*alfa-0.0060081272*alfa^2-0.00081981498*alfa^3
    cF=cF+0.0001181332*alfa^4+1.4086129e-005*alfa^5+3.7067708e-007*alfa^6
  endif
  if alfa>=0 and alfa<25 then
    cF=0.3504859+0.092615043*alfa-0.00022637148*alfa^2
    cF=cF+0.00053304874*alfa^3-0.00010272889*alfa^4
    cF=cF+4.942066e-006*alfa^5-7.3685973e-008*alfa^6
  endif
  
```

```
if alfa>=25 then
  cF=-1.6674893+0.24085144*alfa-0.0080113542*alfa^2+0.00013213439*alfa^3
  cF=cF-1.1831136e-006*alfa^4+5.3107725e-009*alfa^5-9.2401609e-012*alfa^6
endif
cERO(1)=cF {ez a felhajtóerő tényező}
rem =====
cE=0
if alfa<-17 then
  cE=0.048514-0.023557647*alfa-0.001599081*alfa^2-5.2594472e-005*alfa^3
  cE=cE-6.3582055e-007*alfa^4-3.1868922e-009*alfa^5-5.7015201e-012*alfa^6
endif
if alfa>=-17 and alfa<25 then
  cE=0.015679304-0.0013303165*alfa+0.00038207045*alfa^2-1.7760165e-005*alfa^3
  cE=cE+8.3247368e-007*alfa^4+6.7032607e-008*alfa^5-1.2772891e-009*alfa^6
  cE=cE-4.1349272e-011*alfa^7
endif
if alfa>=25 then
  cE=-0.99762+0.13675283*alfa-0.0057351756*alfa^2+0.00012787258*alfa^3
  cE=cE-1.3883094e-006*alfa^4+7.3176731e-009*alfa^5-1.7226749e-011*alfa^6
  cE=cE+1.2586681e-014*alfa^7
endif

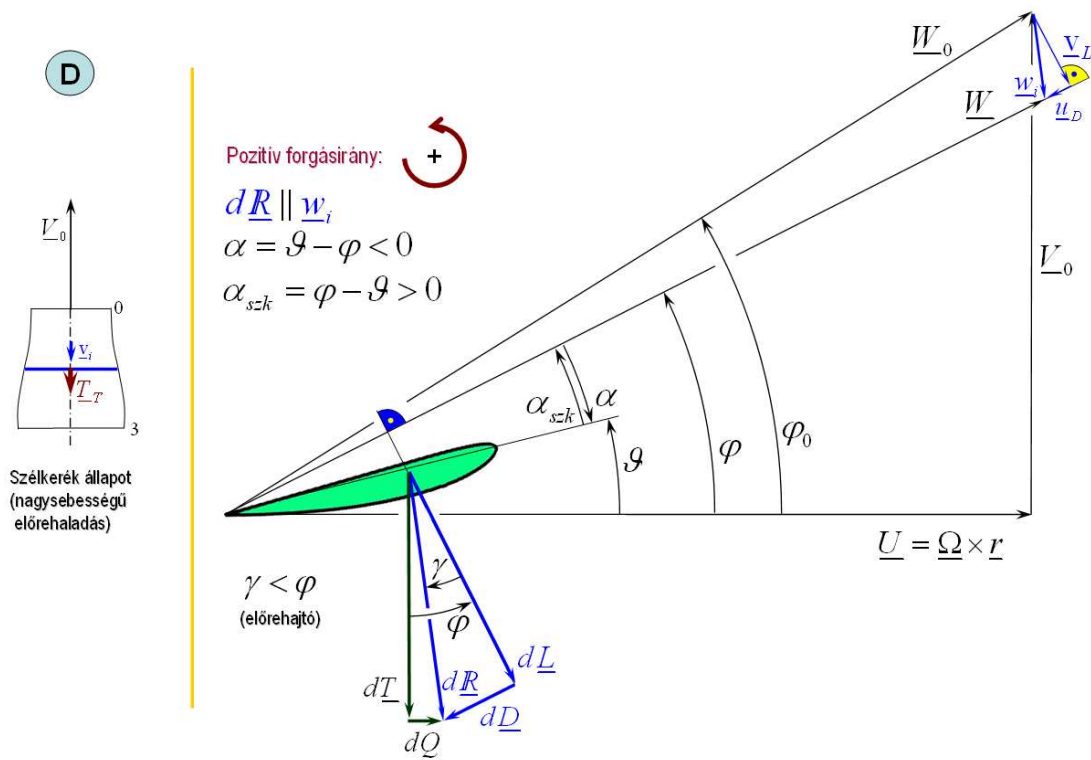
cERO(2)=cE {ez az ellenállás tényező}

end sub
```

III. Melléklet: Megjegyzések szélkerék esetére

M.III.1. Vízszintes tengelyű szélkerék esetére élesített számítás

Ebben az esetben az V. fejezetben bemutatott számítást ((V.3)-tól (V.11) képletig) a szakirodalom nyomán ([37]-[47]) úgy formáljuk, hogy az elsősorban a szélkerekekre vonatkozzon, ezért a számításokban az α_{szk} , szélkerék esetre értelmezett szárnymetszet állásszöggel dolgozunk. A könnyebb áttekinthetőség érdekében megismételjük a IV.7. ábrát:



IV.7. ábra – Szélkerék, szélkerék állapotban, Schmitz féle felfogásban

Ennek az állásszög választásnak köszönhetően nincs szükség a (IV.6) képlettel definiált transzformációra. Ezzel egyébként a IV.8. ábrán látható változtatáshoz értelmét veszti. Jelen mellékletben tehát azt, a szélkerék-szakirodalmi számításokban egyébként is alkalmazott célt tűztük ki, hogy a számítási összefüggéseinket alapvetően szélkerék esetére építsük fel.

Ebben a számításban a pozitivitást – ellentétben az általános esettel (IV.2. ábra) – a IV.7. ábra alapján definiáljuk. Eszerint például a v_L közeli indukált sebesség összetevő az ábrán látható esetben pozitív és ezért, a korábbihoz képest változik az a_{ik} tényező előjele is! Esetünkben az állásszög tehát:

$$\alpha_{szk} = \varphi - \vartheta; \quad (\text{MIII.1})$$

A számításban, a korábbiaktól eltérően, de ebben az esetben célszerűen, a IV.7. ábra alapján a $(\varphi_0 - \varphi)$ szöggel számolunk. Ennek eredményeképpen (az (V.3) – (V.11) képletekkel bemutatott levezetés) a számítás alapösszefüggése (V.12) helyett az alábbi lesz:

$$c_L - (\sigma_s \sin \varphi + c_D) \tan(\varphi_0 - \varphi) = \mathfrak{R} \quad (\text{MIII.2})$$

Fontos még megjegyezni, hogy a (IV.3) egyenlettel számított tengelyirányú erő és a (IV.4) egyenlettel adott kerületi erő, ebben a speciális helyzetben – a IV.7. ábrát véve alapul – az alábbi módon számolható:

$$dT_T = dL_T \cos \varphi + dD_T \sin \varphi; \quad (\text{MIII.3})$$

és

$$dQ_T = dL_T \sin \varphi - dD_T \cos \varphi; \quad (\text{MIII.4})$$

A (IV.3) és (MIII.3), illetve a (IV.4) és (MIII.4) közötti előjel csere a IV.2. ábra és a IV.7. ábra közötti szemlélet különbségből következik. Ha az általános eljárást (V. fejezet) használjuk, akkor, szélkerék üzemmódban (esetében) a dT_T és a dQ_T egyaránt negatív lesz. Ezzel szemben, a jelen melléklet szerinti esetben mindkét mennyiség pozitívrá adódik. Az (MIII.3) és (MIII.4) alapján a közeli, tengelyirányú és kerületi irányú indukált sebességet, ebben a jelen melléklet szerinti esetben, az alábbi módon kell számolni:

$$v_i = v_L \cos \varphi + u_D \sin \varphi; \quad (\text{MIII.5})$$

és

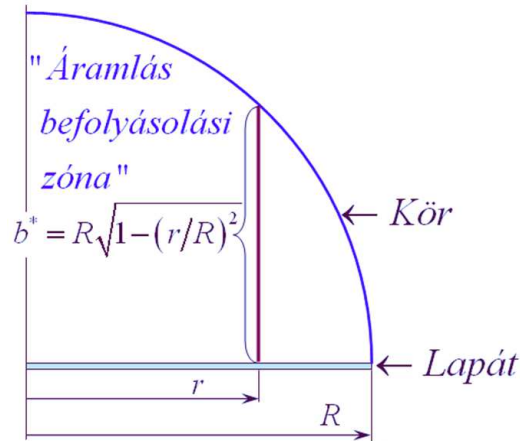
$$u_i = v_L \sin \varphi - u_D \cos \varphi; \quad (\text{MIII.6})$$

Ez a változtatás teszi lehetővé, hogy a szélkerekeknél használt profilok jellemzőit a hagyományos formában alkalmazhassuk. Ez, ha csak szélkerékkel foglalkozunk megfelelő választás – jóllehet emiatt elveszítjük az általános eljárás nyújtotta előnyöket.

[39] nyomán egy, általánosnak vagy kiterjesztettnek nevezett számítási eljárást mutatunk be. Létezik ugyanis két probléma, amelyeket a tervezési lapátvég-sebesség-viszony ($T_{SR_{terv}}$) ismeretében definiálhatunk.

Az első probléma az, hogy a véges szárny, tehát egy forgószárny lapát csak véges mennyiségű környezeti levegő állapotát képes befolyásolni. Azok a levegőrészek, amelyek nem haladnak át ezen a tartományon, nem végeznek munkát, hanem változatlan jellemzőkkel haladnak át a szélkerék forgássíkján, „megszöknek” a munkavégzés elől. Amikor tehát a szélkerék a szél sebességéhez képest viszonylag lassan forog (tehát az aktuális T_{SR} kisebb, mint $T_{SR_{terv}}$), akkor ezt a hatást figyelembe kell venni.

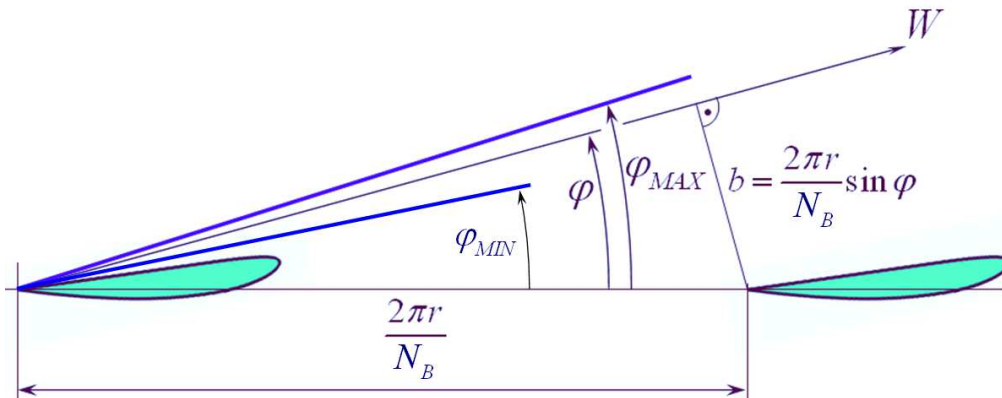
Tegyük fel, hogy a lapát a sugarával (R) rajzolt körön belüli áramlást képes befolyásolni, az ezen kívül haladó levegő zavartalanul áramlik. E zóna felső felét az M3.1. ábrán vázoltuk.



M3.1. ábra – Áramlás befolyásolási zóna

Egy, kiválasztott r sugárnál tehát a befolyásolási zóna (fél) mérete: b^* . Az M3.2. ábrán látható esetben az eredő sebesség (W) egyenesét alapul véve, a metszethez áramló levegő irányából tekintve, a befolyásolási méret (M3.2. ábra):

$$b = \frac{2\pi r}{N_B} \sin \varphi; \quad (\text{MIII.7})$$



M3.2. ábra – A lapátok távolsága a relatív sebesség irányából nézve

Amennyiben ez a méret túllépné a b^* értéket, akkor a számításba korrekciót kell bevezetni. A befolyásolási mérethez tartozó φ_{MAX} szög szinusza egyszerűen számolható:

$$R\sqrt{1 - (r/R)^2} = b^* = \frac{2\pi r}{N_B} \sin \varphi_{MAX} \rightarrow \sin \varphi_{MAX} = \frac{N_B \sqrt{1 - (r/R)^2}}{2\pi (r/R)}; \quad (\text{MIII.8})$$

Ez tehát azt jelenti, hogy az (MIII.2) összefüggésben, ha $\sin \varphi > \sin \varphi_{MAX}$ adódna, akkor a $\sin \varphi$ helyére egyszerűen $\sin \varphi_{MAX}$ - ot kell írni.

A második probléma, amit figyelembe kell venni az, hogy amikor a szélkerék a szél sebességéhez képest viszonylag gyorsan forog (tehát az aktuális T_{SR} nagyobb, mint T_{SRterv}), akkor, adott esetben túl nagy indukált sebesség adódna (örvénygyűrű állapot).

Ha az indukált sebesség (alapvetően v_L) növekszik, akkor – a IV.7. ábra szerint – a φ szög csökken. A korábbiakban ezt az esetet az $a_{ik} < 0.45$ korláttal vettük figyelembe. A Schmitz féle szemléletben – az első problémánál megismert módhoz hasonlóan – az irányelaterelést, azaz magát a φ szöget korlátozzuk. Nevezzük minimálisnak az alábbi φ (M3.2. ábrán látható) szöget:

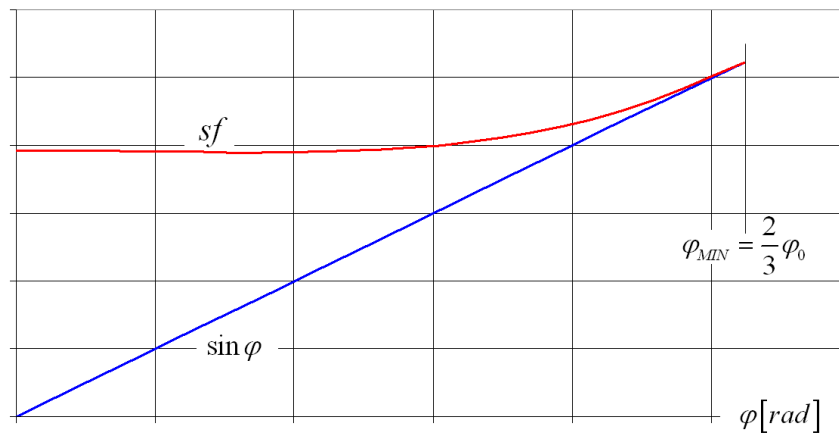
$$\sin \varphi_{MIN} = \sin\left(\frac{2}{3}\varphi_0\right); \quad (MIII.8)$$

Ez éppen a III.1.2. pontban bemutatott, optimális indukált sebességhez rendelt sebességi sokszög jellemző szöge. A φ_0 az indukált sebességek nélküli sebességi sokszög jellemző szöge. (Pl. IV.1. vagy IV.2. ábra.) Prandtl nyomán ([39] szerint) vezessük be a következő segédváltozót:

$$y = (\sin \varphi) / (\sin(2\varphi_0 / 3)); \quad (MIII.9)$$

Használjuk továbbá a következő rövidítést:

$$sf = \begin{cases} (1/4)\sin((2\varphi_0)/3)\sqrt{9-2y^2+9y^4}, & \text{ha } T_{SR} > T_{SRterv} \wedge \sin \varphi < \sin \varphi_{MIN} \\ \sin \varphi_{MAX}, & \text{ha } T_{SR} < T_{SRterv} \wedge \sin \varphi > \sin \varphi_{MAX}; \\ \sin \varphi, & \text{egyébként} \end{cases} \quad (MIII.10)$$



M3.3. ábra – A lapátok távolsága a relatív sebesség irányából nézve

Korábban, az (V.3) kifejezés magyarázatánál megmutattuk, hogy a $\sin \varphi$ a tömegáram számításában játszik fontos szerepet. Az (V.3) kifejezésnél ezzel is indokoltuk az abszolút érték használatát. Az abszolút értéknek itt nincs jelentősége, hiszen ebben a pontban csak szélkerék állapotot számolunk és ebben az esetben, a (fizikai) feltételeink szerint a $\sin \varphi$ mindig pozitív (pontosabban nem negatív)!

Az (MIII.10) kifejezés első sorában bevezetett, Prandtl-tól származó közelítés pedig arra szolgál, hogy az átáramló tömegáramot jellemző mennyiség (sf) ne csökkenjen egy, empirikus korlátérték alá.

III. Melléklet: Megjegyzések szélkerék esetére

Az M3.3. ábrán a $\sin \varphi$ és az sf görbe alakulása láthatóról látható, a φ szög függvényében. A két görbe a φ_{MIN} szögnél azonos értékkel bír. A φ (további) csökkenésével együtt csökken $\sin \varphi$, a $\varphi \rightarrow 0$ esetben a $\sin \varphi \rightarrow 0$. Ezzel a nulla tömegáramhoz tartanánk, ami irreális eredményre vezetne. Szemben ezzel az sf görbe alulról korlátos, a φ csökkenésével nem csökken egy, adott korlát alá. Ez pedig azt jelenti, hogy a járókeréken áthaladó tömegáramnak lesz egy, minimális értéke. Ez, természetesen egy, a szakirodalom szerint jó, de csak közelítő számítási eljárás.

Végeredményben tehát a számítás tehát a $\sin \varphi_{MIN} \leq \sin \varphi \leq \sin \varphi_{MAX}$ intervallum felett korrekció nélkül végezhető, ezen kívül kell a fenti korrekciókat bevezetni.

Számítási séma

Adott: R (a szélkerék sugara), Ω (szögsebesség), r (sugár), h (húrhossz), ϑ (beállítási szög), profiljellemzők V_{SZterv} (tervezési szélesség); N_B (lapátszám)		
1.	Kezdeti érték:	$\varphi = \varphi_0$ ($\alpha_{szk} = \varphi_0 - \vartheta$, csak itt!)
2.	Korlát értékek:	ha $T_{SR} < T_{SRterv}$, azaz $V_{SZ} > V_{SZterv}$ akkor: $\sin \varphi_{max} = \frac{N_B \sqrt{1 - (r/R)^2}}{2\pi(r/R)}$;
		ha $T_{SR} > T_{SRterv}$, azaz $V_{SZ} < V_{SZterv}$ akkor: $\sin \varphi_{min} = \sin\left(\frac{2}{3}\varphi_0\right)$;
3.	Állásszög számolás:	$\alpha_{szk} = \varphi - \vartheta$; (c_L és c_D meghatározása*)
4.	Rövidebb jelölés:	$sf := \sin \varphi$;
5.	Vizsgálat:	ha $sf < \sin \varphi_{min}$, akkor $sf := \frac{1}{4} \sin\left(\frac{2}{3}\varphi_0\right) \sqrt{9 - 2y^2 + 9y^4}$, ahol $y = (\sin \varphi) / (\sin(2\varphi_0 / 3))$
		ha $sf > \sin \varphi_{max}$, akkor $sf := \sin \varphi_{max}$;
6.	Reziduuum számítás:	$c_L - [\sigma_s sf + c_D] \tan(\varphi_0 - \varphi) = \Re$;
7.	Vizsgálat:	ha $\Re > 0$, akkor $\varphi \downarrow$ (csökkent), ha $\Re < 0$, akkor $\varphi \uparrow$ (növel);
8.	Visszalép 3-ra	(amíg \Re elég kicsi nem lesz!)

A fentiekben, egy „Számítási séma” elnevezésű táblázatban összefoglaltuk a számítás során követendő lépéseket. Nagyon fontos észrevenni, hogy a 6. sorban az (MIII.2) kifejezés módosított alakja szerepel: itt a $\sin \varphi$ helyett az sf változót használjuk! Ennek a változónak a segítségével vesszük figyelembe a fenti, $\sin \varphi$ -re vonatkozó korrekciókat.

Egy szélkerék aërodinamikai jellemzőinek számításához rögzíteni kell a lapátok számát és geometriai méreteit, az alkalmazott profilokat és azok aërodinamikai

jellemzőit. Illetve meg kell adni a vizsgálandó üzemállapotot is. Ezek az adatok szerepelnek a „Számolási séma” legfelső, számozatlan sorában.

A számozott sorokban bemutatott képletek **egy sugár egy működési állapotának** vizsgálatára vonatkoznak.

Az 1. sorban az (MIII.1) képlet csak itt alkalmazandó alakja áll; ez egy, a számítás elindításához szükséges (és célszerű) feltétel. A IV.7. ábra szerint a feltehetően legnagyobb φ szögtől indítjuk a számolást.

A 2. sorban a korlátértékek meghatározása következik. Ezek egyszerűen kiszámíthatók és értékük a későbbi iterációs számolás során nem változik.

A 3. sor igen fontos: ez az iterációs hurok kezdőpontja, ide lép vissza a számolás. Itt először az (MIII.1) képletet alkalmazzunk – az aktuális szárnymetszet állásszögét a már változó φ szög segítségével határozzuk meg. Az aktuális állásszög ismeretében pedig a légerő tényezőket számítjuk ki.

Itt, az egyszerűség kedvéért nem foglalkoztunk vele, de a számolásban felettébb szelszerű a lapátvég veszteség (V.2. pont) figyelembe vétele. Ezért a profil felhajtóerő tényezője (c_L) helyett ajánlott a megfelelő módon kiszámolt, térbeli áramlásra vonatkozó felhajtóerő tényezőt (c_{L3D}) alkalmazni.

A 4. sor egy technikai lépés – itt vezetjük be az sf új változót. Az 5. sorban pedig, a korábban bemutatottak szerint, ha szükséges, korrigáljuk az új változó értékét.

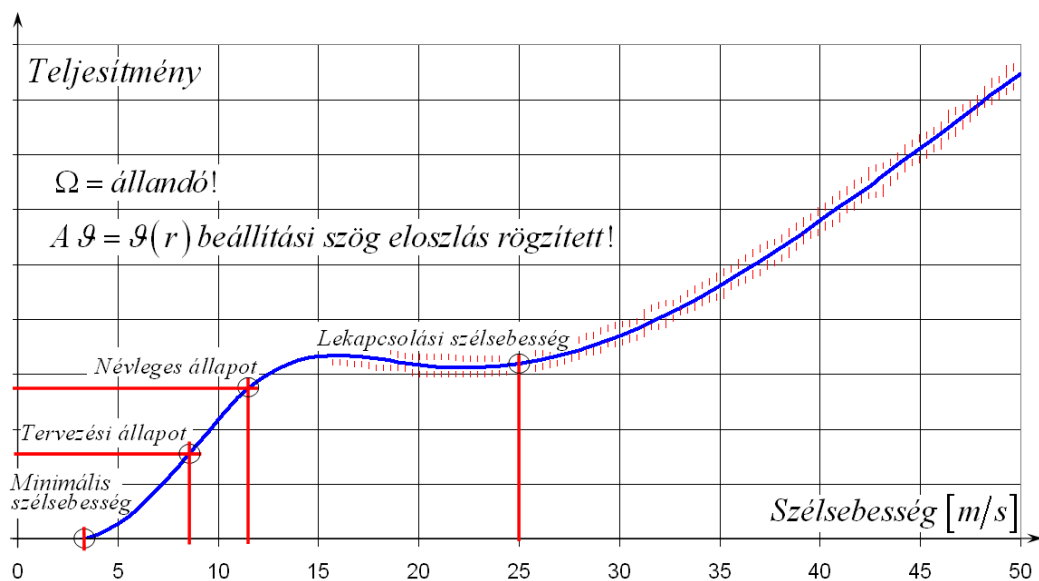
A 6. sorban történik az sf új változó bevezetésével átírt (MIII.2) képlet szerinti reziduum számítás.

A 7. sorban olvasható az a mód, ahogyan – a reziduum értékének függvényében – a φ szög értékét változtatni kell. A táblázatban nincs leírva, de nyilván az érték növelése vagy csökkentése úgy kell történjen, hogy a konvergencia elérhető legyen. Ennek egy, lehetséges módja az, hogy a reziduum előjel váltásakor a φ szög lépését csökkentjük (pl. az előző lépéshossz 90%-ára).

A 8. sor egy vizsgálat: ameddig a reziduum nem elég kicsi – azt, hogy mi az elég kicsi, nekünk kell előírnunk – térjen vissza a számolás a 3. lépéshez. A gyakorlatban célszerű egy hurokszám korlátot is előírni, hogy a számolás mindig korlátos idő alatt menjen végbe. Azt viszont, hogy az eredmény esetleg nem konvergált, a programban valahogyan kezelni kell!

Az itt leírt számolást pl. adott szélsébség esetére, a teljes lapátra el kell végezni. Vagyis választani kell egy sugár sorozatot, ki kell számolni az egyes sugaraknál adódó működési jellemzőket és ezek ismeretében – (MIII.3) és (MIII.4) integrálásával – meg kell, illetve meg lehet határozni a leadott teljesítményt, valamint a tengelyirányú erőt.

A számítás egyik legfontosabb eredménye a teljesítmény változása a szélesebbé függvényében – ez, a **számított** görbe látható az M3.4. ábrán. A számítás állandó szögsebességre (fordulatszámra) és rögzített lapát beállításhoz vonatkozik! A kb. 15 [m/s]-os szélesebbégtől a számított görbe környezetében további pontokat tüntettünk fel. Ezzel azt jelezzük, hogy az átesés után a profiljellemzők általában nem egy értékkel bírnak, hanem valamilyen tartományban rendszertelenül változó értéket vesznek fel. Azt reméljük, hogy a II.5.5. pontban említett, például [24]-ben leírt, extrapolációs módszerek a rendszertelen változás várható értékét szolgáltatják, ezért az így számított teljesítmény is a szélkerék teljesítményének a várható értéke lesz. Ez az M3.4. ábrán a vastag (kék) vonal. A teljesítmény ingadozását, a szórást további kutatások alapján lehetne becsülni.



M3.4. ábra – Teljesítmény – szélesebbég, számított jellegörbe

Az M3.4. ábra függőleges tengelyén nincsenek konkrét számértékek, mivel itt nem egy konkrét gépet, hanem egy jellegre helyes görbét kívánunk bemutatni!

Az ábrán látható a „Minimális szélesebbég” – ennek értéke sokszor 2~4 m/s közé esik és azt a szélesebbéget jelenti, amikor, az adott fordulatszámon (szögsebességen) a teljesítmény nulla értéket vesz fel. Ennél kisebb szélesebbégeken a teljesítmény negatív, ami azt jelenti, hogy a szélkereket a szél nem tartja forgásban, hanem (valamilyen erőgéppel) forgatni kell! Ez a sebesség azonban nem jelzi a minimális indulási szélesebbéget, hiszen a szélkerekek szögsebessége az elindulás előtt nulla és, adott esetben innen növekszik fel a névleges értékig – vagyis a szélkerék indulási folyamatában a szögsebesség változik (növekszik).

Ez az itt bemutatott „Minimális szélesebbég” kisebb, mint az V.1.3. pontban, a jellemző metszetre meghatározott érték. Ennek két oka van: az első az, hogy az itt, az M.III. mellékletben ismertetett gép lapátjainak korszerű profilja van; a második pedig az, hogy az itteni eredmény a teljes lapátra vonatkozik, tehát az összes metszet együttes működési módjának felel meg.

A következő a tervezési állapothoz rendelt szélesebbesség. Ezt a tervezéskor, a várható működési feltételek ismeretében kell megállapítani. A tervezési állapotot tehát két paraméter, a tervezési szélesebbesség (V_{SZterv}) és a tervezési teljesítmény jellemzi.

Általában különbözik ettől az ún. „Névleges állapot”, amelyhez szintén szélesebbesség és teljesítmény értéket rendelünk. Ezek többnyire jóval nagyobbak, mint a tervezési jellemzők – a nagy névleges teljesítmény, adott esetben jobban reklámozható, jobban eladható gépet jelent.

A kb. 15 m/s-os szélesebbeségtől – errefelé következik be a lapátmetszetek átesése – valamelyes teljesítmény csökkenést tapasztalunk. Ezt felfoghatjuk úgy is, mint az „átesés szabályozás”-t (stall control), ami tehát azt jelenti, hogy a leadott teljesítmény – bár a szélesebbesség növekszik – nem nő tovább. Vagyis ebben az esetben, növekvő szélesebbesség esetén, rögzített beállítási szögű (fix) lapátmozgás alkalmazásakor sem szükséges tenni semmit. (Nem kell pl. növelni a fékezést.)

A szélesebbesség további növekedésével érjük el a „Lekapcsolási szélesebbesség”-et. Ez az a szélesebbesség, amikor valamilyen módon a szélkerék működését leállítjuk. Ez többféleképpen történhet – e tekintetben a szakirodalomra utalunk ([37]~[47]). A leállítás igen fontos, mert a szélkerék a még nagyobb sebességek felé igen nagy teljesítményt is elérhetne.

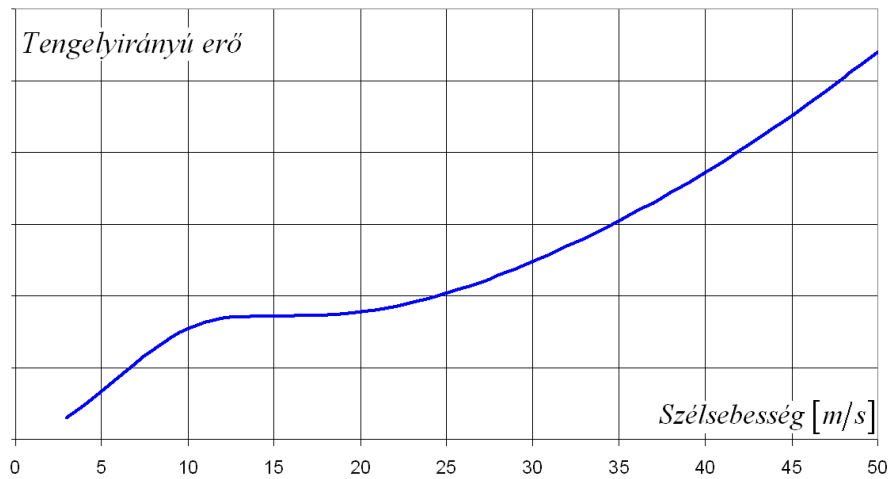
Az M3.4. ábrán nem látható, de a teljesség kedvéért megjegyezzük, hogy a szélkerekek tervezésére vonatkozó előírásoknak megfelelően egy ún. „Túlélési vagy tönkremeneteli szélesebbesség”-et is definiálni kell. Ez az a legnagyobb szélesebbesség, amit a teljes berendezés károsodás nélkül elvisel (túlél), illetve az ennél nagyobb sebességű szél maradandó károsodást okoz(hat) a berendezésben (tönkremenetel). Ennek értéke lehet például 67 m/s – ez 220 feet/s-nak felel meg.

Az M3.4. ábrán látható görbe fix lapátra vonatkozik, azaz ez például fix lapátot, vagy, a hossz tengely körül elforgatható lapát esetén rögzített helyzetet jelent. Amennyiben más beállítást kívánunk vizsgálni, akkor az ahhoz tartozó beállítási szög eloszlás alapján a számolást újra el kell végezni.

A szélérőgépek vizsgálatokor esetleg a nyomaték – szélesebbesség kapcsolat is fontos lehet. Ez – a szögsebesség ismeretében – az M3.4. ábrán látható görbéből konstans szorzással (osztással) származtatható.

A fentiekben ismertetett számítási eljárás másik fontos eredménye az M3.5. ábrán látható, a szélkeréken ébredő tengelyirányú erő, a szélesebbesség függvényében. A függőleges tengelyen itt sincsenek számértékek, mivel az M3.4. ábrához hasonlóan, itt is egy általános görbe bemutatása a célunk.

A tengelyirányú erő görbéje működő (forgó) szélkerékre vonatkozik. Abban az esetben, ha a „Lekapcsolási szélesebbesség” felett a szélkereket leállítjuk, akkor a görbe érvényét veszti.

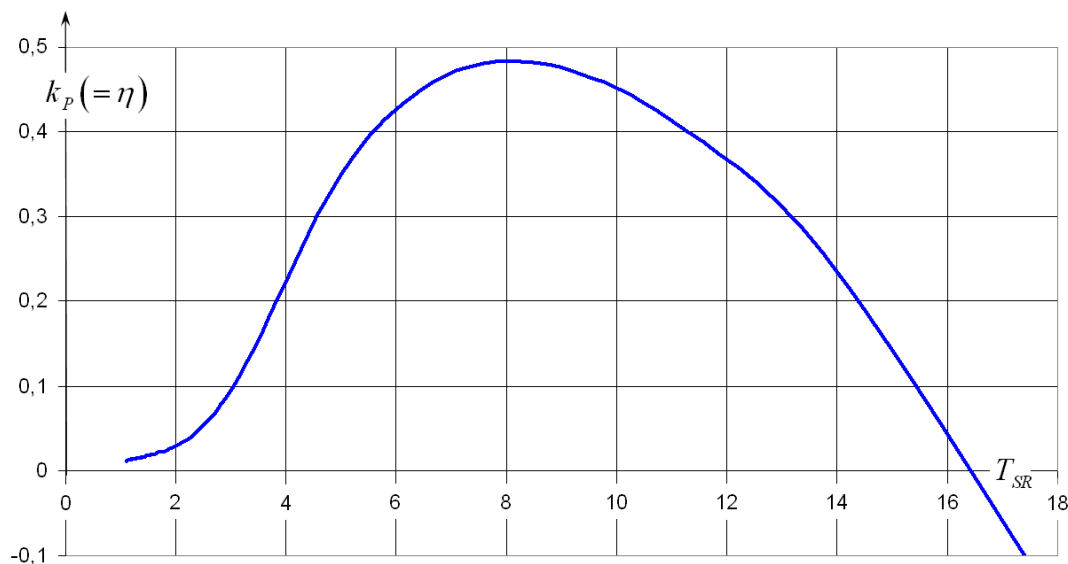


M3.5. ábra – Tengelyirányú erő – szélsebesség, számított jelleggörbe

A „Túlélési, vagy tönkremeneteli szélsebesség” esetére a szél igénybevételeit más módon kell meghatározni. E tekintetben csak a vonatkozó szakirodalomra utalunk.

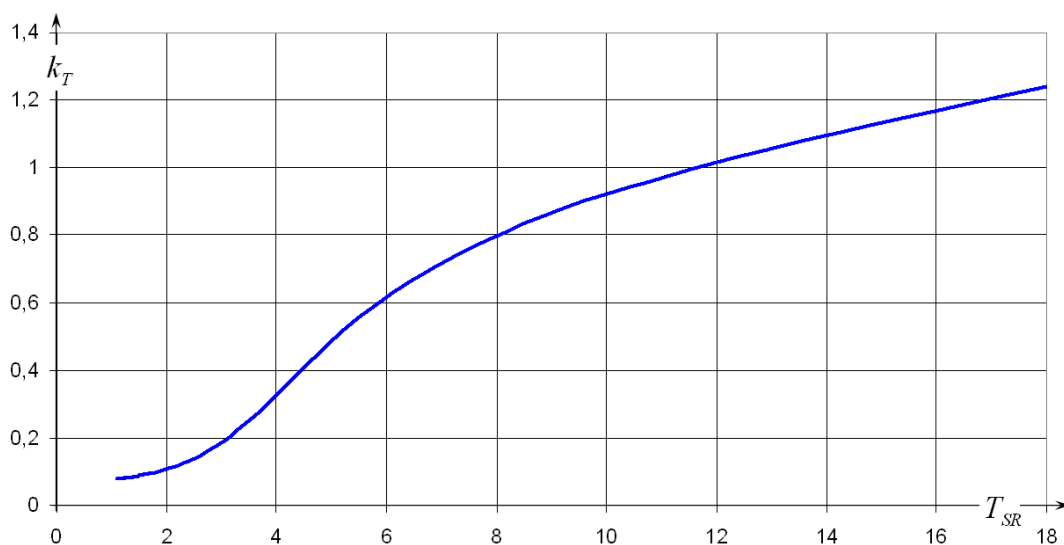
M.III.2. Dimenziótlan jelleggörbék és alkalmazásuk

Az M3.4 és M3.5 ábra alapján megrajzolhatók a vizsgált szélrógép megfelelő dimenziótlan jelleggörbéi. A „Jelölésjegyzék”-ben bevezetett jelöléseknek megfelelően számított teljesítmény tényező vagy összhatásfok (k_p) – lapátvég – sebesség – viszony (T_{SR}) görbe az M3.6. ábrán látható.



M3.6. ábra – Teljesítmény tényező a T_{SR} függvényében

Ez egyébként egy, háromlapátos gép jelleggörbéje, a tervezési lapátvég – sebesség – viszony értéke ~ 8 , itt az abszolút hatásfok (legjobb) értéke 48.4%. Az elméleti legjobb hatásfok értékét a (III.29) kifejezéssel határoztuk meg, ez 59.2%. Az M3.6. ábrán vázolt gép relatív hatásfoka – (III.30)-nak megfelelően – 82%. (Ez a hatásfok – ismereteink szerint – nem sokkal marad el a vízszintes tengelyű szélkerekeknél elért legjobb hatásfoktól.)



M3.7. ábra – Tengelyirányú erő tényező a T_{SR} függvényében

Hasonlóképpen, a „Jelölésjegyzék”-ben bevezetett jelöléseknek megfelelően számított tengelyirányú erő tényező (k_T) – lapátvég – sebesség – viszony (T_{SR}) görbe látható az M3.7. ábrán.

E két görbe (M3.6. és M3.7. ábra) alakja tipikusnak mondható – ezeket a jellemzőket a szélkerekekkel foglalkozó szakirodalom lényegében így adja meg. A görbék valamennyit változnak például azért, mert a tervezési lapátvég – sebesség – viszony esetenként különböző. Illetve kismértékű eltérés lehet a konkrét lapát és profil geometria miatt is.

Az M3.6. és M3.7. ábrán látható jelleggörbék rögzített lapát-geometriára vonatkoznak, más geometria (pl. beállítási szög változás) esetén az ahhoz rendelt dimenziótlan jelleggörbét is ki kell számítani. Eszerint például változtatható beállítási szögű lapátozás esetén egy, megfelelő jelleggörbe-sereg alapján határozhatjuk meg a gép működési jellemzőit.

Ugyanakkor – feltéve, hogy a módosuló működési feltételek miatti Reynolds és Mach szám változás hatása nem túl jelentős – e két görbe alapján a szélerőgép teljes működési tartományában, minden fontos jellemzője számolható.

Tekintsünk példaként egy 14 méter átmérőjű, fix beállítási szögű, háromlapátos szélkereket, melynek tervezési és egyben maximális (!) szögsebessége legyen 8 rad/s ($R = 7 \text{ m}$ és $\Omega_{terv,max} = 8 \text{ r/s}$). Ezzel a lapátvég kerületi sebessége $U_{LV} = 56 \text{ m/s}$ -ra adódik. A szélkerekeknel nagyjából ilyen kerületi sebességet szokás választani, mert ebben az esetben a lapát zaja várhatóan nem lesz túl erős. (A zaj a lapátvég sebesség nagyjából ötödik hatványával arányosan növekszik.)

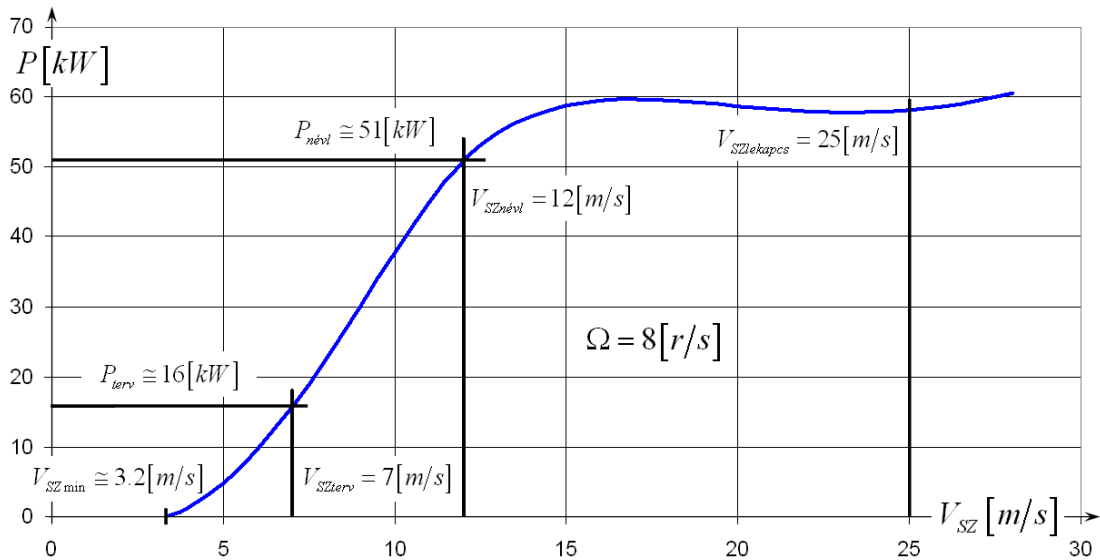
Az M3.6. ábra alapján válasszuk a tervezési lapátvég – sebesség – viszony értékét 8-ra. Akkor a tervezési (méretezési) szélesebesség értéke: $V_{SZterv} = 7 \text{ m/s}$. Határozzuk meg – az M3.6. ábrán látható teljesítmény tényező felhasználásával – a gép teljesítményét, a szélesebesség függvényében.

$$k_P = \eta = \frac{P}{\left[(\rho/2) V_{SZ}^3 A_K \right]} \rightarrow P = k_P \left[(\rho/2) V_{SZ}^3 A_K \right]; \quad (\text{MIII.11})$$

Az M3.6. ábrán látható teljesítmény tényező a lapátvég – sebesség – viszony függvénye:

$$k_P = k_P(T_{SR}) = k_P \left(\frac{R \Omega}{V_{SZ}} \right); \quad (\text{MIII.12})$$

Adott sugár (R) és szögsebesség (Ω) esetén valamely szélesebességhez tartozó teljesítmény tényező értékét az M3.6. ábra alapján kiválasztva a tényleges teljesítmény az (M.III.11) szerint meghatározható. A szélesebességet 3-tól 28 m/s-ig változtatva kapjuk az M3.8. ábrán látható, konkrét, $\Omega = 8 \text{ r/s}$, állandó szögsebességre vonatkozó teljesítmény görbét. Az ábrán a fontosabb sebességeket és teljesítményeket bejelöltük.

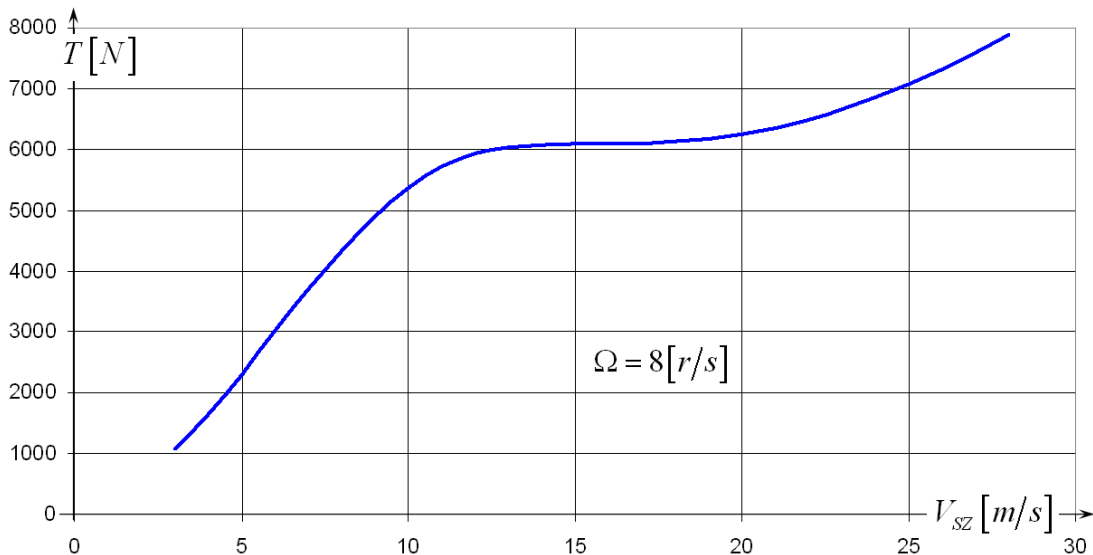


M3.8. ábra – Teljesítmény a V_{SZ} függvényében

Tegyük fel, hogy a berendezésbe 51 kW-os generátort építünk be és (valóban) nem engedjük a szögsebességet 8 r/s fölé növekedni. Akkor elegendő egy olyan fék beépítése, amely **kellő biztonsággal** 10 kW teljesítményt képes felemészteni.

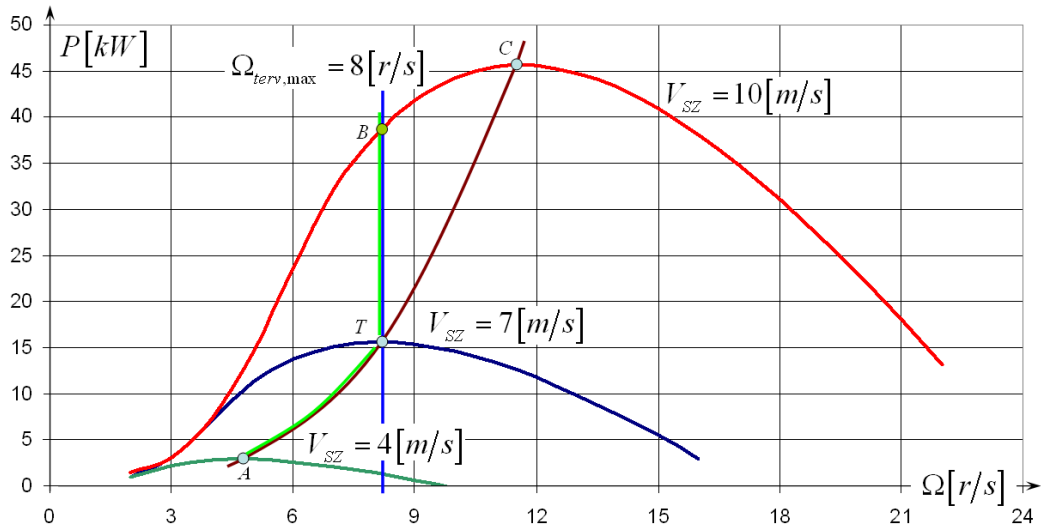
A teljes szélkereket és építményt terhelő, tengelyirányú erőt (T) a tengelyirányú erő tényező (M3.7. ábra) felhasználásával, a teljesítményhez hasonló módon számíthatjuk ki:

$$k_T = \frac{T}{(\rho/2)V_{SZ}^2 A_K} \rightarrow T = k_T [(\rho/2)V_{SZ}^2 A_K]; \quad (\text{MIII.13})$$



M3.9. ábra – Teljesítmény a V_{SZ} függvényében

Az M3.9. ábráról látható, hogy az állandó fordulatszámon működő, fix lapátos szélkeréken a tengelyirányú erő a szél sebességének növekedésével szigorúan monoton nő. A szélkerékszerű működés során keletkező legnagyobb tengelyirányú erő kb. 7073 N. Természetesen más szögsebességekre is meg lehet határozni mindkét fenti görbét.



M3.10. ábra – Teljesítmény a szögsebesség függvényében

Nagyon fontos a teljesítmény – szögsebesség görbe, amely az M3.6. ábra alapján, (MIII.12) értelemszerű alkalmazásával határozható meg. Az M3.10. ábrán három, különböző szélesebbeségre meghatározott görbe látható. (Itt is feltettük, hogy a Reynolds és a Mach szám változásának hatása elhanyagolható, ezért ugyanazt a $k_p = k_p(T_{SR})$ és $k_T = k_T(T_{SR})$ függvényt alkalmazhatjuk.)

A szélkerék szabályozását az „A-T-B” pontokkal jelölt görbe mutatja. E görbe két szakaszra osztható, az első az „A-T” szakasz, pontosabban az indulástól a tervezési pontig tartó szakasz. E szakaszon, az (V.15) képlet értelmében a szögsebesség a szélesebbeséggel egyenesen arányosan növelendő:

$$\Omega_M = \frac{T_{SRterv}}{R} V_{SZ} = 1.143 V_{SZ}; \quad (\text{MIII.14})$$

Ez a szögsebesség szabályozás biztosítja – az M3.10. ábra szerint – azt, hogy a szélkerék a mindenkor maximálisan kivehető teljesítményt adja le. (Például 4 m/s-nál nagyjából 3 kW-ot, vagy a tervezési pontban nagyjából 16 kW-ot.)

A tervezési pontban elérjük a tervezési és maximális szögsebességet: a „T-B” szakaszon - amint az az M3.10. ábrán látható is – állandó szögsebességet kell tartani. Ezt, ezen a szakaszon a generátor szabályozásával lehet elérni.

Az állandó szögsebesség azonban azt jelenti, hogy a tervezési szélesebbeség feletti szélesebbeségeken már a lehetségesnél kisebb teljesítményt veszünk csak ki a szélből. 10 m/s-on például a „C” pont helyett a „B” pontban működő gép nagyjából 45 kW helyett csak kb. 39 kW teljesítményt ad le. Ha ki szeretnénk használni a legnagyobb teljesítményt, akkor a szögsebességnek kb. 11 r/s értékre kellene növekednie. Ekkor, például a centrifugális erő majdnem a duplájára növekszik. Ez tekinthető optimalizálási kérdésnek: kisebb maximális szögsebesség kisebb lapáttömeget (ezzel pl. olcsóbb lapátot) jelent - nagyobb maximális szögsebesség értelemszerűen nagyobb lapáttömeget jelent.

A lehetséges teljesítmény kihasználásának másik módja a lapátszög változtatás. Itt csak kijelentjük, hogy a lapátszög változtatással – állandó szögsebesség mellett – elérhető, hogy a szélkerék a tervezési szélesebesség feletti sebességeken is a lehetséges legnagyobb teljesítményt szolgáltatassa. Ezzel pedig pl. az éves energia termelés – akár jelentősen is – növelhető.

Ez is optimum kérdés: a beállítási szög változtathatósága drágább, bonyolultabb, karbantartás szempontjából igényesebb szerkezetet jelent – ezt kell összevetni az energia termelés növekedéséből származó haszonnal. Ennek alapján dönthető el, hogy megéri-e változtatható beállítási szögű lapátokat alkalmazni.

Megjegyzendő, hogy az állítható lapátozás esetében, a lapátok „vitorla állás”-ba forgatásával végezhető el a lekapcsolási szélesebességnél szükséges leállítás – ez szintén egy fontos lehetőség!

Hangsúlyozni kell, hogy – bár ez az M3.10. ábrán nem látható – a „T-C” szakasz a névleges pontig ($V_{SZn\acute{e}vl} = 12\text{ m/s}$) tart. A tervezési és egyúttal maximális szögsebesség esetében ennél a szélesebességnél érjük el a maximális generátor teljesítményt. Ezzel az üzemvitelnek új szakasza kezdődik: ettől kezdve, növekvő szélesebességek esetén a generátor maximális teljesítményt ad le és a gépet még külön fékezni is kell (→M3.8. ábra és a kapcsolódó megjegyzések). A lekapcsolási szélesebességnél pedig a gépet (valahogyan) le kell állítani!

A szögsebesség (fordulatszám) szabályozása nyilván bizonyos pontossággal valósítható csak meg. Azonban a maximálisnál nagyobb szögsebesség részben a lapáatterhelés (túlzott) növekedését okozza, részben az esetleg túl nagy hasznos teljesítmény miatt, amit a generátor és a fék együtt sem képes megfogni túlpörgéshez vezet. Ez pedig, adott esetben további, rohamos igénybevétel növekedést okoz – ennek során a szerkezet törése aligha kerülhető el.

M.III.3. Szélmérés, mérés

A szélkerekek esetében (is) rendkívül fontos a tényleges üzemi jellemzők megállapítása. Itt, az általános problémák mellett két, speciális kérdést említünk meg. Az első a szél sebességének mérése, a második a szélkerék jelleggörbéjének meghatározása.

Megjegyzések a szél sebességének és irányának mérésével kapcsolatban

A szél sebességének és irányának mérése létfontosságú a berendezés biztonsága szempontjából, fontos a helyes üzemvitel kialakíthatósága miatt és szintén fontos a konkrét gép jelleggörbéjének méréséhez. Ugyanakkor a szél sebességének és irányának mérése több ok miatt is nehéz, csak bizonyos elhanyagolásokkal megoldható feladat.

Az alapprobléma az, hogy a szél sebessége és iránya – általában – pontról pontra változik. Ez a változás nyilván annál komolyabb gondot okoz, minél nagyobb a lapáthossz (a rotor sugara vagy átmérője). A szél sebességének és irányának változása – ennek okaira nem térhetünk itt ki – a szél jellege (turbulenssége) függvényében erősen ingadozhat és jelentős lehet az esetleges talajközelség miatt kialakuló, határréteg jellegű sebességprofil hatása is.

A szélkerék rotorja elhelyezkedhet a szélirány szerint elöl (szélfelőli, upwind), illetve hátul (szélalatti, downwind) is. A szélalatti elrendezés – a szélmérés szempontjából – kifejezetten előnyös, a sebességmérőt lényegében zavartalan áramlásban lehet elhelyezni. A forgószárny irányba állítását pedig végezheti maga a szél.

A szélfelőli elrendezés esetében a rotort (illetve a szélkereket) külön berendezéssel kell szélirányba fordítani (esetleg onnan kifordítani). Ebben az esetben a szélesebességet és szélirányt alapvetően a rotor mögött, a rotor által megzavart áramlásban lehet csak mérni – ez pedig komoly pontatlanságot okoz, ráadásul a szükséges korrekció a rotor fordulatszámának függvényében változik.

Ebben a munkában nem (lehet) célunk a szélesebesség helyes mérésére szolgáló eljárás bemutatása, hiszen ez esetről esetre változik. Itt csak a problémát jelezzük és felhívjuk a figyelmet ennek a kérdésnek a rendkívüli fontosságára!

Megjegyzések a szélkerék jelleggörbéjének mérésével kapcsolatban

Valamely szélkerék jellemzőit, az elkészítése és az üzembeállítása után legalábbis illik **méréssel pontosítani, ellenőrizni**. Ebben a vonatkozásban a szélkerekek (speciális szakirodalom szerint: [37] - [47]), dimenziótlan jelleggörbéjének ($k_p = k_p(T_{SR})$) fontosságát hangsúlyozzuk (M3.6. és M3.7 ábra).

A szélkerék meglehetősen sok jellemzője közül, itt a fordulatszámot (n), a forgató nyomatékot (M_f) és a szélességet (V_{SZ}) tekintjük csak. A lapát beállítási szögét paraméternek – első közelítésben **állandónak** tartjuk. Feltételezzük, hogy létezik olyan mérőberendezés, amellyel egy-egy időpillanatban az (n, M_f, V_{SZ}) hármas (lényegében egyidejűleg) megmérhető. Feltételezzük még, hogy az időben változó hatások várható értéke nulla – ez pontosan biztos, hogy nem teljesül, de első közelítésben elfogadható lehet.

A mért érték-hármas alapján kiszámolható az adott pillanatban leadott teljesítmény:

$$P = M_f n (2\pi/60) \quad (\text{MIII.15})$$

illetve ennek ismeretében meghatározható az összhatásfok:

$$k_p = \eta = \frac{P}{P_{Légáram}} = \frac{P}{\left[(\rho/2) V_{SZ}^3 A_K \right]} \quad (\text{MIII.11})$$

Másrészt a fordulatszám és a szélesség ismeretében a lapátvég-sebesség-viszony is meghatározható (R – a szélkerék geometriai sugara):

$$T_{SR} = R\Omega/V_0 = U_{LV}/V_0 \quad (\Omega = n 2\pi/60) \quad (\text{V.15})$$

A fenti összefüggésekkel az M3.6. ábrán látható jelleggörbe egy-egy pontjának közelítése határozható meg. (És hasonlóképpen, (MIII.12) alkalmazásával, illetve a tengelyirányú erő mérésével az M3.7. ábrán látható jelleggörbe egy-egy pontjának közelítése határozható meg.) Elfogadva az időben változó hatásokra tett feltételt, azt mondhatjuk, hogy a vizsgált gép jelleggörbéje a mért pontok várható értéke lesz. Azaz, a valóságos jelleggörbe méréséhez több (elegendően sok) mérési pontra van szükség. Ez egy egyszerű mérés, a közelítés pontossága a mért pontok számosságának növelésével fokozható. Természetesen másfajta mérés is elképzelhető!

Változtatható beállítási szög esetén a beállítási szög értékét is mérni kell, illetve a kiértékelési eljárásba a beállítási szöget is be kell venni. A legegyszerűbb esetben a beállítási szöget különböző értékeken rögzítjük – ehhez a beállítási szöghöz rendelhető mérési adatahalmazból a fenti módon dimenziótlan jelleggörbe számolható. A különböző beállítási szöggel végzett mérések eredményeként pedig egy jelleggörbe-sereg kapható.

Sikeres mérés után a rendelkezésünkre áll a szélkerék egy, rögzített beállítási szögéhez tartozó dimenziótlan jelleggörbéje (vagy, változó beállítási szög esetén jelleggörbe-serege). Nagyon fontos, hogy a dimenziótlan jelleggörbe (jelleggörbe-sereg) ismeretében minden konkrét (dimenziós) működési állapot származtatható! A szélkerék konkrét üzemvitele ennek alapján alakítható ki.

Irodalomjegyzék

Átfogó, általános művek

- [1] BRONSTEJN, I.N. – SZEMENGYAJEV, K.A. – MUSIOL, G. – MÜHLIG, H.: Matematikai kézikönyv *TypoTeX Kiadó, Budapest, 2000*
- [2] GRÚBER, J.: (szerk.) Ventilátorok, *Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1968 (2. kiadás)*
- [3] GYETVAI, J.: Repülési ismeretek I. – *Mezőgazdasági Főiskola, Nyíregyháza, 1983*
- [4] HOSEK, J.: Aerodynamika vysokých rychlosti – *Nakladatelství Nase Vojsko v Praze, 1949*
- [5] KATZ, J. – PLOTKIN, A.: Low-Speed Aerodynamics, *McGRAW Hill, New York, 1991*
- [6] MCCORMICK, B. W.: Aerodynamics, Aeronautics, and Flight Mechanics, *John Wiley & Sons, New York, 1979*
- [7] NAGY, K.: Elméleti mechanika (VI. fejezet), *Tankönyvkiadó, Budapest, 1985*
- [8] PACHNÉ – FREY, T.: Vektor és tenzoranalízis, *Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1970*
- [9] RÁCZ, E.: A repülés mechanikája – *Tankönyvkiadó, Budapest, 1953*

Az áramlástan alapjai, aërodinamika

- [10] ANDERSON, J.D.: Fundamentals of Aerodynamics, *McGRAW Hill, New York, 2001*
- [11] BOHL, W.: Műszaki áramlástan, *Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1983*
- [12] GAUSZ, T.: Áramlástan – *Internetes jegyzet, Budapest, 2012 (www.doksi.hu)*
- [13] GRÚBER, J. – BLAHÓ, M.: Folyadékok mechanikája – *Tankönyvkiadó, Budapest, 1971*
- [14] GRÚBER, J. – SZENTMÁRTONY, T.: Gázdinamika, *Tankönyvkiadó, Budapest, 1952*
- [15] HOUGHTON, E.L. – CARPENTER, P.W.: Aerodynamics for Engineering Students; *Butterworth-Heinemann, 2003*
- [16] KUETHE, A.M. – CHOW, C-Y.: Foundations of Aerodynamics, *John Wiley&Sons, 1986*
- [17] LAJOS, T.: Az áramlástan alapjai, *Műegyetemi Kiadó, Budapest, 2004*
- [18] LOCJANSZKIJ, L. G.: Folyadékok és gázok mechanikája, *Akadémiai Kiadó, Budapest, 1956*
- [19] NÉMETH, E.: Hidromechanika, *Tankönyvkiadó, Budapest, 1963*
- [20] SCHADE, H.- Kunz, E.: Strömungslehre, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1980
- [21] SCHLICHTING, H. – TRUCKENBRODT, E.: Aerodynamics of the Airplane, *McGRAW Hill, New York, 1979*

Szárnyprofilok, szárnyak

- [22] ABBOTT, H.I – DOENHOFF, A. E.: Theory of Wing Sections, *Dover Publications, 1959*
- [23] HOOKER, R.W.: The Aerodynamic Characteristics of Airfoils as Affected by Surface Roughness, *NACA Rep No.457, 1933*
- [24] MORIARTY, P.J.: AeroDyn Theory Manual, www.nrel.gov, 2004-2005
- [25] POPE, A.: Basic Wing and Airfoil Theory, *McGRAW Hill, New York, 1951*
- [26] RÁCZ, E.: Repülőgépszárnyak kialakításának légerőtani szempontjai, *Mérnöki Továbbképző Intézet, 1945*
- [27] RIEGELS, F.W.: Aerodynamische Profile, R. Oldenburg, München, 1958
- [28] XFLR5 <http://www.xflr5.com/xflr5.html>

Légcsavarok

- [29] ALEKSZANDROV, V. L.: Légcsavarok — *Tankönyvkiadó, Budapest, 1953*
- [30] BIERMANN, D. – HARTMAN, E. P.: The aerodynamic characteristics of six full-scale propellers having different airfoil sections, *NACA Report No. 650*
- [31] DRELA, M.: QPROP Formulation — *MIT Aero & Astro, 2006*
- [32] LARRABEE, E. E.: Propellers for Human-Powered Vehicles, *Human Power, Vol. 9. No. 2. 1984*
- [33] GAUSZ, T.: Légcsavarok, *Internetes jegyzet, Budapest, 2011 (www.doksi.hu)*
- [34] GLAUERT, H.: Die Grundlagen der Tragflügel- und Luftschraubentheorie; *Springer Verlag, Berlin, 1929*
- [35] REISSNER, H.: A Generalised Vortex Theory of the Screw Propeller and its Application; *NACA TN 750, 1940*
- [36] WALD, Q. E.: The Aerodynamics of Propellers *ScienceDirect, 2006*

Szélkerekek

- [37] ACKERMANN, T.: Wind Power in Power Systems, *John Wiley&Sons, 2005*
- [38] BURTON, T. - SHARPE, D. – JENKINS, N. – BOSSANYI, E.: Wind Energy Handbook, *John Wiley&Sons, 2001*
- [39] GASCH, R. – TWELE, J.: Windkraftanlagen — *Teubner Verlag, Wiesbaden, 2005*
- [40] HANSEN, M.L.O.: Aerodynamics of Wind Turbines, *EARTHSCAN, London, 2008*
- [41] HAU, E.: Windkraftanlagen — *Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, 2003.*
- [42] JHA, A.R.: Wind Turbine Technology, *CRC Press, 2011*
- [43] MANWELL, J.F – MCGOWAN, J.G.: Wind Energy Explained, *John Wiley&Sons, 2009*
- [44] MIKKELSEN, R.: Actuator Disk Methods Applied to Wind Turbines *PhD Dissertation, Technical University of Denmark, 2003*
- [45] PATAY, I.: A szélenergia hasznosítása — *Szaktudás Kiadó Ház, Budapest, 2003*
- [46] SPERA, D.A.: Wind Turbine Technology, *ASME Press, New York, 2009*
- [47] WEI, T.: Wind Power Generation and Wind Turbine Design, *WIT Press, 2010*

Helikopter - autogíró

- [48] BITTNER, W.: Flugmechanik der Hubschrauber, *Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2005*
- [49] BRAMWELL, A.R.S. – DONE, G. – BALMFORD, D: Helicopter Dynamics, *Butterworth-Heinemann, 2001*
- [50] CONLISK, A.T.: Modern Helicopter aerodynamics *Ohio State University, Columbus 1997*
- [51] DOMMASCH, D. O.: Elements of Propeller and Helicopter Aerodynamics *Pitman & Sons, London, 1953*
- [52] GAUSZ, T.: Helikopterek — *BME Mérnöki Továbbképző Intézet, Budapest, 1982*
- [53] GESSOW, A. – MEYERS, G.C.: Aerodynamics of Helicopter *Frederick Ungar Publishing Co. (eighth printing) 1985*
- [54] LEISHMAN, J.G.: Principles of Helicopter Aerodynamics, *Cambridge University Press, 2000*
- [55] PADFIELD, G.D.: Helicopter Flight Dynamics, *Blackwell Publishing, 2007*
- [56] PROUTY, R.W.: Helicopter Performance, Stability, and Control, *Krieger PC. INC., Malabar, Florida, 1986*
- [57] STEPNIIEWSKI, W.Z. – KEYS, C.N.: Rotary-Wing Aerodynamics *Dover Books, 1984*