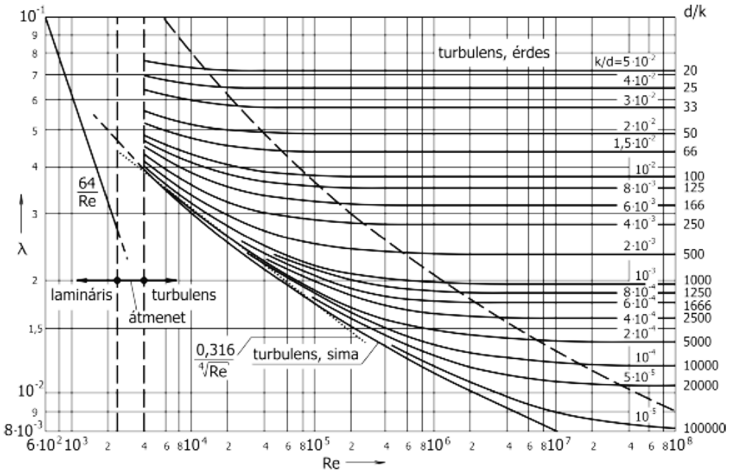
6. GYAKORLAT (12. oktatási hét)

HIDRAULIKA / SÚRLÓDÁSOS KÖZEG ÁRAMLÁSA

- $\Sigma\Delta p'_{veszt}$ nyomásveszteségeket összegző taggal kibővített Bernoulli-egyenlet (μ≠0; μ=áll.; ρ=áll.; stacioner állapot, áramvonal kezdeti „1” és végső „2” pontjai között) előadáson elhangzott:
- $p_1 + \frac{\rho}{2}\mathrm{v}_1^2 + \rho \cdot g \cdot z_1 = p_2 + \frac{\rho}{2}\mathrm{v}_2^2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \sum \Delta p'_{veszt}$
- ξ[-] veszteségtényező definíciója eladáson elhangzott: $\xi = \frac{\Delta p'_{veszt}}{\frac{\rho}{2}\mathrm{v}^2}$
- Áramlásra jellemző Reynolds-szám definíciója: $Re = \frac{\mathrm{v}_0 \cdot l_0}{\nu} = \frac{\mathrm{v}_0 \cdot l_0 \cdot \rho}{\mu}$, ahol v_0: jellemző sebesség; l_0: jellemző méret, ν: kinematikai viszkozitás; μ: dinamikai viszkozitás; ρ: közeg sűrűsége
- $\Delta p'_{cső} = \frac{\rho}{2}\mathrm{v}_{cső}^2 \frac{L_{cső}}{d_{cső}} \lambda_{cső}$: Az egyenes csőszakasz nyomásvesztesége (csak kör keresztmetszet egyelőre; hidraulikailag sima ill. érdes belső falú cső is; lamináris és turbulens áramlás esetén is, $\lambda_{lam} = \frac{64}{Re}$, $\lambda_{turb,sima} = \frac{0,316}{\sqrt[4]{Re}}$ (Blasius-formula)
- keresztmetszet-változások nyomásvesztesége (belépési és kilépési veszteség, hirtelen keresztmetszet növekedés (Borda-Carnot-idom) vesztesége előadáson levezetve) és hirtelen keresztmetszet csökkenés (kontrakció), valamint átmenetek: konfúzor és diffúzor nyomásvesztesége)
- elzárószerkezetek (csap, szelep, tolózár) nyomásvesztesége, irányterelést megvalósító elemek (csőív, könyökidom) nyomásvesztesége
- Moody-diagram használata, leolvasás érdes csőbeli turbulens áramlás esetén
- Lehet iterációs példa is. (lásd utolsó feladat erre példa)

(Utolsó 14. gyakorlatra terv: egyenértékű átmérő, áramlások hasonlósága, aerodinamika)



10.4. ábra

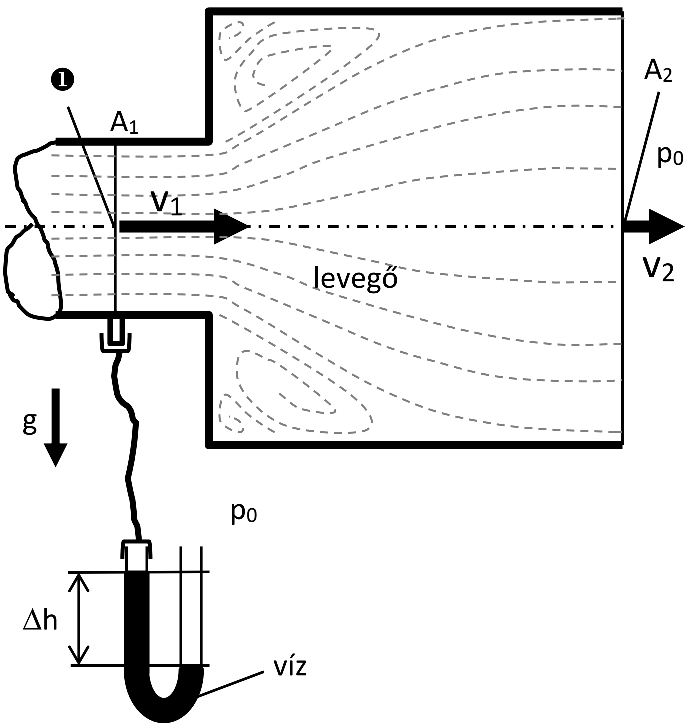
A nem homogén érdességű csövekre vonatkozó Moody diagram

<table>
<tr><th>Cső</th><th>LAMINÁRIS
Re<2300</th><th>TURBULENS
2300<Re</th></tr>
<tr><td>SIMA</td><td rowspan="2">$\lambda_{lam} = \frac{64}{Re}$</td><td>Ha $4000 \lt Re \lt 2\cdot10^5$, akkor Blasius-formula használandó:
$\lambda_{turb,sima} = \frac{0,316}{\sqrt[4]{Re}}$

Ha $2\cdot10^5 \lt Re \lt 10^7$, akkor λ_{turb} értéke a Moody-diagramból leolvasandó.</td></tr>
<tr><td>ÉRDES</td><td>$\lambda_{turb,érdes}$ értéke a Re-szám és d/k relatív átlagos érdességmagasság függvényében a Moody-diagramból leolvasandó.</td></tr>
</table>

X.PÉLDA (HIDRAULIKA)

Egy vízszintes tengelyű csővezeték végére szerelt, áramlás irányában hirtelen kiszélesedő csőszakaszt, egy ún. Borda-Carnot (="BC") idomot mutat az ábra. A ρ_{lev}=1kg/m^3 sűrűségű levegő „1" keresztmetszetbeli átlagsebessége v_1=30m/s. A levegő a BC-idomon keresztül áramolva az A_2 kilépő keresztmetszetet már teljesen kitöltve a p_0 nyomású szabadba áramlik ki v_2 átlagsebességgel. Az „1" keresztmetszet statikus nyomását egy vízzel töltött U-csöves manométerrel mérjük, mely manométer másik szára a p_0-ra nyitott.



Feltételek: Stacioner áramlás, összenyomhatatlan közeg. Az A_1 keresztmetszetű csőszakasz súrlódási vesztesége elhanyagolható.

Adatok: ρ_{lev}=1kg/m^3 $\rho_{víz}$=1000kg/m^3
p_0=10^{5}Pa g=10 N/kg
A_1=0,1m^2 A_2=0,5m^2

KÉRDÉSEK:

A)Számítsa ki a BC idom nyomásveszteségét!

B)Határozza meg a manométer kitérését! Δh=?

MEGOLDÁS *(a lap túloldalán is folytathatja)*

A)Számítsa ki a BC idom nyomásveszteségét!

A BC idom nyomásvesztesége ($\Delta p'_{BC}$ kifejezést tudni kell, előadáson levezetése szerepelt):

$$\Delta p'_{BC} = \frac{\rho}{2}(v_1 - v_2)^2$$

Folytonosság tétele összenyomhatatlan közeg stacioner áramlására: $v_1A_1=v_2A_2$, ezért az A csőkeresztmetszetek és v_1 ismeretében v_2 számítható: v_2=30/5=6m/s.

Ezeket behelyettesítve:

$$\Delta p'_{BC} = \frac{\rho}{2}(v_1 - v_2)^2 = \frac{1}{2}(30-6)^2 = 288Pa$$

B) Határozza meg a manométer kitérését! Δh=?

A manométer kitérésének kiszámításához szükségünk van p_1 nyomásra. Mivel keresztmetszet változás van az "1" és „2" keresztmetszetek között, így ezt a veszteséges Bernoulli egyenletből kapjuk, ha „1" és „2" pontok között áramvonalon írjuk fel:

$$p_1 + \frac{\rho}{2}v_1^2 + \rho \cdot g \cdot z_1 = p_2 + \frac{\rho}{2}v_2^2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \Delta p'_{BC}$$

akkor ebből – rendezés után – kifejezhető a valós nyomáskülönbség (ismert, hogy $z_1=z_2$):

$$p_2 - p_1 = \frac{\rho}{2}v_1^2 - \frac{\rho}{2}v_2^2 - \Delta p'_{BC} = \frac{1}{2}30^2 - \frac{1}{2}6^2 - 288 = 450 - 18 - 288 = 144Pa$$

Ezt az alakot korábban az impulzustétel segítségével is levezettük (lásd előadás),

$$p_2 - p_1 = \rho v_2(v_1 - v_2) = 1 \cdot 6 \cdot (30-6) = 144Pa$$

de a fenti $p_2 - p_1 = \rho v_2(v_1 - v_2)$ alak megjegyzése felesleges, már azért is, mert a BC-idom nyomásveszteség $\Delta p'_{BC} = \frac{\rho}{2}(v_1 - v_2)^2$ kifejezését kötelező tudni.

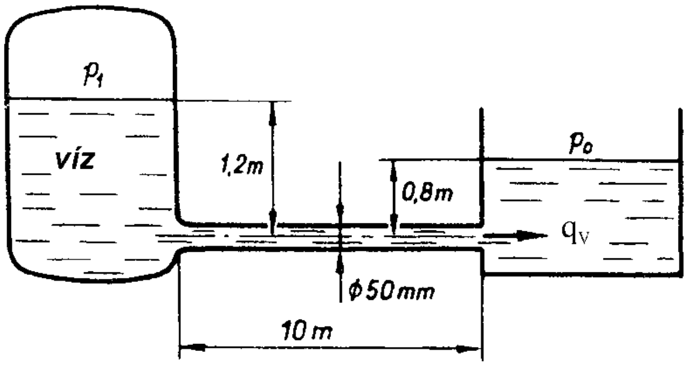
A manométer-egyenletet ezután felírva kapjuk (ismert, hogy $p_2=p_0$):

$$p_1 + \rho_{víz} \cdot g \cdot \Delta h = p_2$$

Ebből kifejezve a manométer kitérését:

$$\Delta h = \frac{p_2 - p_1}{\rho_{víz} \cdot g} = \frac{144}{1000 \cdot 10} = 0{,}0144m = 14{,}4mm$$

X.PÉLDA (HIDRAULIKA)



A baloldali zárt, a vízfelszín fölött p_1 nyomású tartályból 300 liter/perc állandó térfogatárammal áramlik át víz a jobboldali p_0 nyomásra nyitott szabadfelszínű tartályba egy vízszintes tengelyű, ∅50mm átmérőjű, L=10m hosszú, hidraulikailag simának tekinthető csövön keresztül. A baloldali tartályból a csőbe való **belépés veszteségmentes**, a jobboldali tartályba való belépés nem: ott egy 180 fokos végtelen rövid diffúzornak, azaz egy hirtelen keresztmetszet növekedésnek (Borda-Carnot idomnak) tekinthető a csőcsatlakozás, a csőből a tartályba való kilépés. A tartálybeli vízfelszínek emelkedési/süllyedési sebessége lehanyagolható ($A_{tartály}$>>$A_{cső}$). Összenyomhatatlan közeg, stacioner áramlás.

ADATOK: $\rho_{víz}$=1000 kg/m^3, $\nu_{víz}$=1,5·10^{-6} m^2/s, p_0=10^{5}Pa, g=10 N/kg

KÉRDÉSEK:

A) Számítsa ki a csőbeli áramlásra jellemző Reynolds-számot és a csősúrlódási tényezőt!

B) Mekkora (p_1– p_0) túlnyomást szükséges biztosítani ehhez az áramlási állapothoz?

C) Mekkora lenne a csősúrlódási tényező és a (p_1–p_0) túlnyomás, ha a cső belső falának átlagos érdesség magassága 0,1mm lenne? Kérem, jelölje a Moody-diagramba a leolvasáshoz használt segédvonalakat!

MEGOLDÁS

A) Számítsa ki a csőbeli áramlásra jellemző Reynolds-számot és a csősúrlódási tényezőt!

Áramlási sebesség: $v_{cső}$=q_V/$A_{cső}$= (300 lit/perc) / ($A_{cső}$) = 2,546479 m/s

Reynolds-szám:

$$\mathrm{Re}_d = \frac{\mathrm{v}_{cső} \cdot d_{cső}}{\nu_{olaj}} = 84883$$

Mivel Re_d>$Re_{határ}$, így turbulens az áramlás a hidraulikailag sima csőben, tehát a csősúrlódási tényező számítható a Blasius-formula alapján, mivel 2300<Re<200000:

$$\lambda = \frac{0{,}316}{\sqrt[4]{Re}} = 0{,}01851324$$

B) Mekkora (p_1– p_0) túlnyomást szükséges biztosítani ehhez az áramlási állapothoz?

A csőszakasz $\Delta p'$ nyomásveszteségét figyelembe vevő veszteséges Bernoulli-egyenlet a baloldali és a jobboldali tartály vízfelszíneinek egy-egy pontja közötti áramvonalon:

$$p_1 + \frac{\rho}{2}\mathrm{v}_1^2 + \rho \cdot g \cdot z_1 = p_2 + \frac{\rho}{2}\mathrm{v}_2^2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \sum_{i=1}^{n} \Delta p'$$

A két vízfelszín közötti áramvonalon a feltételek szerint két veszteséget kell figyelembe vennünk, a csősúrlódási veszteséget (minden ismert már az a) részből) és a kilépési veszteséget, melyre ζ_{ki}=1 ismert.

$$\sum_{i=1}^{2} \Delta p' = \Delta p'_{cső} + \Delta p'_{ki} = \frac{\rho}{2}\mathrm{v}_{cső}^2 \frac{l_{cső}}{d_{cső}} \lambda_{cső} + \frac{\rho}{2}\mathrm{v}_{ki}^2 \zeta_{ki}$$

A tartály vízfelszín lesüllyedési sebessége elhanyagolható (v_1=0).
Állandó csőkeresztmetszet miatt $v_{cső}$=v_{ki} ismert.
A csőtengelyben vesszük fel a z=0m referenciaszintet, akkor z_1=1,2m és z_2=0,8m ismert.
Rendezhető a keresett túlnyomásra:

$$(p_1 - p_0) = \rho \cdot g \cdot (z_2 - z_1) + \frac{\rho}{2}\mathrm{v}_{cső}^2 \frac{l_{cső}}{d_{cső}} \lambda_{cső} + \frac{\rho}{2}\mathrm{v}_{ki}^2 \zeta_{ki}$$

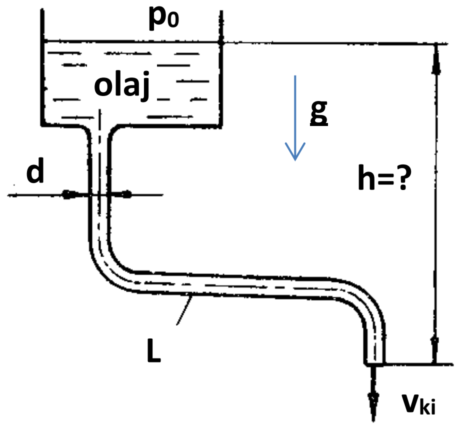
$$(p_1 - p_0) = -4000 + 12005 + 3242 = 11247\ Pa$$

C)Előírtuk a térfogatáramot, így érdes cső esetén a Re-szám értéke nem változik, de a Moody-diagramból kell a d/k=50/0,1=500 értékre leolvasva a csősúrlódási tényezőt, melyre λ≅0,023 értéket kapunk. Ezért a csősúrlódás nyomásveszteség tag értéke változik: 12005 Pa helyett 14914,5Pa érdes cső esetén, így érdes cső esetére az áramlási állapothoz (előírt térfogatáramhoz) az a) pontban kiszámoltnál nagyobb (p_1-p_0) túlnyomás szükséges:

$$(p_1 - p_0) = -4000 + 14914{,}5 + 3243 = 14157{,}5 Pa$$

X.PÉLDA (HIDRAULIKA)

A csoport **B csoport**



Az ábrán vázolt kenő-berendezésnek a csővégen:

$v_{ki, „A” csoport}$=0,08m/s **$v_{ki, „B” csoport}$=0,05m/s**

előírt állandó sebességet kell biztosítania. Az olajtartály szabad folyadékfelszíne a $p_0=10^5$Pa nyomásra nyitott. A cső áramlási veszteség szempontjából egyenes csőnek tekinthető, a tartályból csőbe belépés vesztesége elhanyagolható.

FELTÉTELEK: stacioner áramlás, ρ=áll., μ=áll., $A_{tartály}>>A_{cső}$

ADATOK:

$\rho_{olaj}=800kg/m^3$; $\mu_{olaj}=10^{-4}kg/(m\cdot s)$; L=10m, d=1mm, g=10N/kg

KÉRDÉSEK:

A) Számítsa ki a Reynolds-szám (Re), a csősúrlódási tényező (λ) és a cső nyomásveszteségének értékét! ($\Delta p'_{cső}$)!

B) Milyen h magasságba helyezzük a tartályt, hogy ekkora h magasságkülönbség esetén a fenti előírást biztosítani tudjuk?

MEGOLDÁS

A) Számítsa ki a Reynolds-szám (Re), a csősúrlódási tényező (λ) és a cső nyomásveszteségének értékét! ($\Delta p'_{cső}$)!

$$Re = \frac{v_0 \cdot l_0 \cdot \rho}{\mu} = \frac{v_{cső} \cdot d_{cső} \cdot \rho}{\mu} = \frac{v_{cső} \cdot d_{cső}}{\nu}$$

„A” csoport:

Re=640 (tehát lamináris áramlás)

$\boldsymbol{\lambda = \frac{64}{Re}}$**=0,1**

$\Delta p'_{cső} = \frac{\rho}{2} v^2 \frac{l}{d} \lambda$=2560Pa

„B” csoport:

Re=400 (tehát lamináris áramlás)

$\boldsymbol{\lambda = \frac{64}{Re}}$**=0,16**

$\Delta p'_{cső} = \frac{\rho}{2} v^2 \frac{l}{d} \lambda$=1600Pa

B) Milyen h magasságba helyezzük a tartályt, hogy ekkora h magasságkülönbség esetén a fenti előírást biztosítani tudjuk?

A tartály olajfelszín („1”) és a kilépő keresztmetszet („2”) közötti áramvonalon a Δp’ nyomásveszteséget (súrlódási veszteséget) figyelembe vevő kibővített, ún. veszteséges Bernoulli-egyenlet az alábbi alakban írható:

$$p_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 + \rho \cdot g \cdot z_1 = p_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 \frac{l}{d} \lambda$$

Itt $p_0=p_1=p_2$, és a tartály folyadékfelszín lesüllyedése $A_{tartály}>>A_{cső}$ feltétel miatt elhanyagolható: $v_1 \cong 0$m/s. Ezzel kapjuk:

$$\rho \cdot g \cdot (z_1 - z_2) = \frac{\rho}{2} v_2^2 (1 + \frac{l}{d} \lambda)$$

A keresett mennyiség a $h=z_1-z_2$, minden mást ismerünk, tehát h-ra rendezhető:

$$h = \frac{\frac{\rho}{2} v_2^2 (1 + \frac{l}{d} \lambda)}{\rho \cdot g} = \frac{v_2^2}{2g} (1 + \frac{l}{d} \lambda)$$

„A” csoport:

h_A=0,32032 m

„B” csoport:

h_B= 0,200125 m

X.PÉLDA (HIDRAULIKA)

Egy megmunkálógép olajkenőrendszerének állandó d=1mm átmérőjű és L=2m hosszú vékony csöve végén az olaj a $p_0=10^5$Pa nyomású munkatérbe áramlik ki. A szállított kenőolaj mennyiségére az *óránkénti 4 deciliter* az előírt érték. A vizsgált csőszakasz eleje („1”) és a csővég („2”) között $\Delta z=z_2-z_1=1$m magasságkülönbség van. Az olajcső hidraulikailag sima, egyenes csőnek tekinthető.

FELTÉTELEK: stacioner áramlás, ρ=áll., μ=áll.

ADATOK: $\rho_{olaj}=800$kg/m^3; $\mu_{olaj}=10^{-4}$kg/(ms); g=10N/kg

KÉRDÉSEK:

A)Számítsa ki a csőbeli Reynolds-szám, csősúrlódási tényező és nyomásveszteség értékét!

B)Mekkora túlnyomás szükséges az olajcső vizsgált szakaszának „1” pontjában? $\Delta p=p_1-p_2=?$

MEGOLDÁS

A)Számítsa ki a csőbeli Reynolds-szám, csősúrlódási tényező és nyomásveszteség értékét!

A térfogatáram: $q_V= 4\text{dl}/1\text{h}=0{,}0004\text{m}^3/3600\text{s}=1{,}11\cdot10^{-7}\ \text{m}^3/\text{s}$

A csőátmérő: d=1mm=0,001m

A csőkeresztmetszet: $A_{cső}=d^2\pi/4=7{,}85398\cdot10^{-7}\ \text{m}^2$

A csőbeli átlagsebesség: $v_{cső}=q_V/A_{cső}=0{,}14147106$m/s

Reynolds-szám: $Re=\frac{v_0\cdot l_0\cdot\rho}{\mu}=\frac{v_{cső}\cdot d\cdot\rho}{\mu}=1132$

Tehát Re=1132 alapján az áramlás lamináris, mivel Re-szám kisebb a határ Reynolds-számnál. ($Re<Re_h=2300$)

A csősúrlódási tényező: $\lambda_{lam}=\frac{64}{Re}$=0,0565488667 (≈0,0565)

A nyomásveszteség: $\Delta p'_{cső}=\frac{\rho}{2}v^2\frac{l}{d}\lambda$ =905Pa

B)Mekkora túlnyomás szükséges az olajcső vizsgált szakaszának „1” pontjában? $\Delta p=p_1-p_2=?$

A veszteséges taggal kibővített Bernoulli-egyenlet a csővégek között:

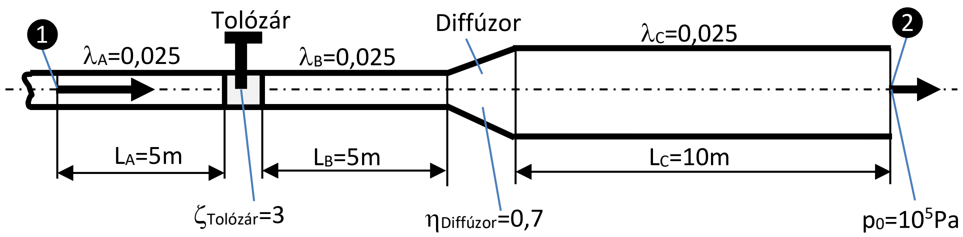
$$p_1+\frac{\rho}{2}v_1^2+\rho\cdot g\cdot z_1=p_2+\frac{\rho}{2}v_2^2+\rho\cdot g\cdot z_2+\frac{\rho}{2}v_2^2\frac{l}{d}\lambda$$

$$p_1-p_2=\rho\cdot g\cdot(z_2-z_1)+\frac{\rho}{2}v_2^2\frac{l}{d}\lambda$$

A keresett nyomáskülönbség:

$$p_1-p_2=800\cdot10\cdot(1)+905=8905Pa$$

X.PÉLDA (HIDRAULIKA)



A víz áramlik a vizsgált csővezeték „1” és „2” pontjai között: az „1” keresztmetszetben a víz sebessége $\mathbf{v_1=10m/s}$. A „2” csővégi pontban a víz a szabadba ($p_0=10^5$Pa) áramlik ki. Az „A” és „B” jelű csőszakaszok között egy $\boldsymbol{\zeta_{Tolózár}=3}$ veszteségtényezőjű tolózár, a „B” és „C” jelű szakaszok között egy $\boldsymbol{\eta_{Diffúzor}=70\%}$ hatásfokú diffúzor van. A csőszakaszok hosszúsága (L_A, L_B, L_C) és a szakaszokra jellemző csősúrlódási tényező (λ_A, λ_B, λ_C) értékek az ábrán láthatók. A csőátmérők adottak: $d_A=d_B=50$mm és $d_C=100$mm.

FELTÉTELEK: μ=állandó ($\mu\neq0$), vízszintes csőtengely, stacioner áramlás, összenyomhatatlan közeg

ADATOK: $\rho_{víz}$ = 1000 kg/m^3; $\mu_{víz}$ = 0,001 kg/(m·s)

KÉRDÉSEK:

A) Számítsa ki az csőszakasz „1” és „2” pontjai közötti minden hidraulikai elem („A”, „B”, „C” egyenes csőszakaszok, tolózár, diffúzor) nyomásveszteségét! $\Delta p'_{\text{cső,A}}$=?; $\Delta p'_{\text{cső,B}}$=?; $\Delta p'_{\text{cső,C}}$=?; $\Delta p'_{\text{Tolózár}}$=?; $\Delta p'_{\text{Diffúzor}}$=?

B) Határozza meg, mekkora az „1” pontban a túlnyomás! (p_1-p_0)=?

MEGOLDÁS *(a lap túloldalán is folytathatja)*

A veszteséges taggal kibővített Bernoulli-egyenlet az „1” és „2” keresztmetszetek között:

$$p_1+\frac{\rho}{2}v_1^2+\rho\cdot g\cdot z_1=p_2+\frac{\rho}{2}v_2^2+\rho\cdot g\cdot z_2+\sum\Delta p'$$

$$\sum\Delta p'=\Delta p'_{cső,A}+\Delta p'_{tolózár}+\Delta p'_{cső,B}+\Delta p'_{diffúzor}+\Delta p'_{cső,C}$$

$$\sum\Delta p'=\frac{\rho}{2}v_A^2\frac{L_A}{d_A}\lambda_A+\frac{\rho}{2}v_A^2\zeta_{Tolózár}+\frac{\rho}{2}v_B^2\frac{L_B}{d_B}\lambda_B+\frac{\rho}{2}(v_B^2-v_C^2)(1-\eta_{Diff})+\frac{\rho}{2}v_C^2\frac{L_C}{d_C}\lambda_C$$

A folytonosság tétele ($v_A\cdot A_A=v_B\cdot A_B=v_C\cdot A_C$) is érvényes az áramvonalon, így minden hidraulikai elem nyomásvesztesége külön kiszámítható, majd rendezhető a keresett „1” pontbeli túlnyomásra.

v1=	10	m/s	DpcsőA=	125 000,0	Pa
p0=	100 000	Pa	DpcsőB=	125 000,0	Pa
dA=	0,050	m	DpcsőC=	7 812,5	Pa
dB=	0,050	m	DpT=	150 000,0	Pa
dC=	0,100	m	DpDIFF=	14 062,5	Pa
LA=	5	m	SZUM Dp=	**421 875,0**	Pa
LB=	5	m			
LC=	10	m	(p1-p0)=	**375 000,0**	Pa
zetaT=	3				
étaDiff=	0,7				
lambdaA=	0,025				
lambdaB=	0,025				
lambdaC=	0,025				
rho víz=	1 000	kg/m3			
mű víz=	0,001	kg/m3			
v2=	2,500	m/s			

X.PÉLDA (HIDRAULIKA)

Egy szivattyú nyomócsonkjához (legyen ez az „1" keresztmetszet) egy L=100m hosszú, $d_{cső}$=60mm állandó átmérőjű érdes (k=0,3mm) csővezeték csatlakozik, amely végén egy η_{diff}=80% hatásfokú d_{ki}=100mm átmérőjű diffúzor van. A csőszakasz tartalmaz még 4db könyökidomot (egyenként ζ_k=0,2) is. A diffúzorból víz a szabadba ($p_0=10^5$Pa) áramlik ki. A kiáramlási keresztmetszet tengelye 3m-rel alacsonyabban, mint az „1" pontbeli csőtengely. A csővezetéken **68 m³/óra** állandó térfogatáramú vizet áramoltatunk.

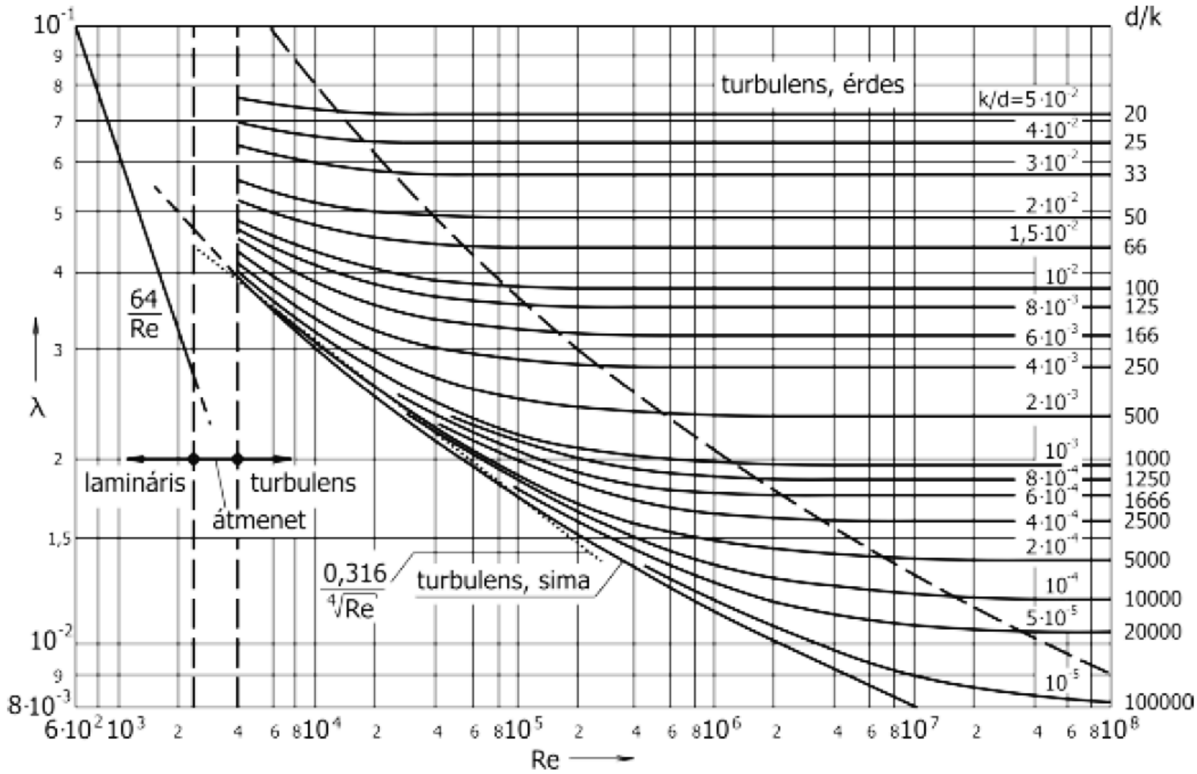
FELTÉTELEK: $\mu\neq0$; μ=áll.; ρ=áll.; stac. áramlás.

ADATOK: $\rho_{víz}=10^3$kg/m³, $\nu_{víz}=10^{-6}$m²/s, g=10N/kg.

KÉRDÉS: Mekkora a (p_1-p_0) túlnyomás a csővezeték elején, azaz a szivattyú nyomócsonkjánál lévő „1" keresztmetszetben? (p_1-p_0)=? [Pa]

MEGOLDÁS *(a lap túloldalán is folytathatja)*

Lásd előző példák alapján, Moody diagramból leolvasás szükséges.

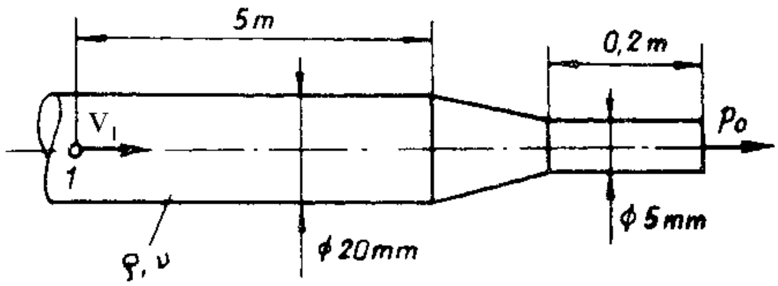


10.4. ábra

A nem homogén érdességű csövekre vonatkozó Moody diagram

X.PÉLDA (HIDRAULIKA)

A konfúzor vesztesége elhanyagolható. Hidraulikailag sima csövek. Vízszintes tengely. Jobboldal p_0 nyomású szabadba nyílik.



ADATOK:

$v_1 = 0.5\, m/s$

$\rho = 850\, kg/m^3$

$\nu = 10^{-5} m^2/s$

KÉRDÉSEK:

a) Határozza meg a csövek λ csősúrlódási tényezőinek értékeit, és az ’1’ pontbeli túlnyomást! $p_1 - p_0 = ?\ [Pa]$

b) Határozza meg a csövek λ csősúrlódási tényezőinek értékeit, és az ’1’ pontbeli túlnyomást akkor, ha mindkét csatorna belső fali érdessége k=0,1mm értékű!

MEGOLDÁS

A két csőszakasz Δp’ súrlódási veszteségeit figyelembe vevő kibővített, ún. veszteséges Bernoulli-egyenlet az alábbi alakban írható:

$$p_1 + \frac{\rho}{2}v_1^2 + \rho \cdot g \cdot z_1 = p_2 + \frac{\rho}{2}v_2^2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \sum_{i=1}^{n} \Delta p'$$

ahol

$$\sum_{i=1}^{2} \Delta p' = \Delta p'_{cső,1} + \Delta p'_{cső,2} = \frac{\rho}{2}v_1^2 \frac{l_1}{d_1}\lambda_1 + \frac{\rho}{2}v_2^2 \frac{l_2}{d_2}\lambda_2$$

$\Delta p'_{cső,1} = \frac{\rho}{2}v_1^2 \frac{l_1}{d_1}\lambda_1$ $\Delta p'_{cső,2} = \frac{\rho}{2}v_2^2 \frac{l_2}{d_2}\lambda_2$

A folytonosság tételből (ρ=áll. feltétel esetén $q_V = v \cdot A$=áll.) v_2=8m/s.

v_1=0,5 m/s v_2=8 m/s

Re_1=1000 (lamináris) Re_2=4000 (turbulens)

a) SIMA CSŐRE

$\boldsymbol{\lambda_1 = \frac{64}{Re}}$**=0,064** $\boldsymbol{\lambda_2 = \frac{0,316}{\sqrt[4]{Re}}}$**=0,039735**

Ezekkel a veszteséges Bernoulli egyenletet (p_1-p_0)ra rendezve kapjuk:

$$p_1 - p_0 = \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2) + \frac{\rho}{2}v_1^2 \frac{l_1}{d_1}\lambda_1 + \frac{\rho}{2}v_2^2 \frac{l_2}{d_2}\lambda_2$$

$$p_1 - p_0 = 27094Pa + 1700Pa + 43232Pa = 72026Pa$$

a) ÉRDES CSŐRE

d_1/k=20/0,1=200 d_2/k=5/0,1=50

A Moody-diagramból:

Re_1=1000 (lamináris) Re_2=4000 (turbulens)

$\boldsymbol{\lambda_1 = \frac{64}{Re}}$**=0,064 (u.a)** $\boldsymbol{\lambda_2 \approx 0,053}$ **(diagramból)**

$$p_1 - p_0 = 27094Pa + 1700Pa + 57664Pa = 86458Pa$$

X.PÉLDA (HIDRAULIKA – iteráció menete)

A λ értéke csak iterációval határozható meg, ha nem ismert a Reynolds-szám (azaz ha nem ismert a csőbeli áramlási sebesség vagy a csőátmérő)

Az iteráció menete:

1. **lépés**

Érdemes első közelítésként az iteráció 1. lépésében λ'=0,02 „középértéket", mint kezdőértéket felvéve a keresett ismeretlen $v_{cső}$ csőbeli áramlási sebesség vagy az ismeretlen $d_{cső}$ csőátmérő 1. közelítő értékét a veszteséges Bernoulli-egyenletből meghatározni.

2. **lépés**

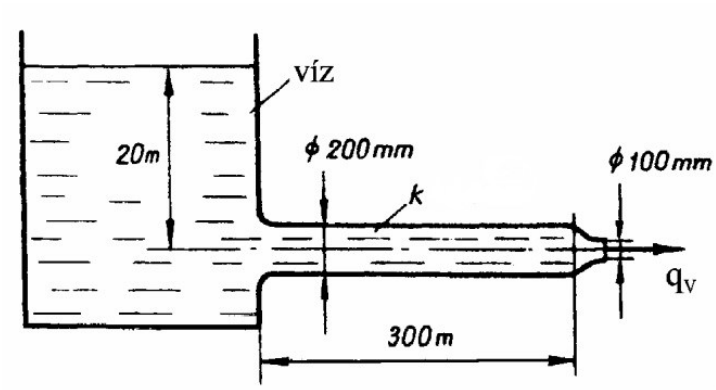
Fentiek alapján a Reynolds-szám első iterációs lépésben kiszámolt értéke (jelölje *Re'*) a fenti adatokból meghatározható, majd ezzel az iteráció 2. lépéseként a csősúrlódási tényező λ'' második közelítő értékét a fenti táblázat alapján képlettel vagy diagramból leolvasva meghatározni és ezzel a keresett csőbeli áramlási sebesség vagy ismeretlen csőátmérő 2. közelítő értékét a veszteséges Bernoulli-egyenletből ismét meghatározni.

A fenti iterációs eljárást annyiszor ismételjük, ameddig az iterációs lépések közötti eltérés (pl. $\Delta\lambda=\lambda^k - \lambda^{k-1}$) értéke pl. 1% alá nem csökken.

Ezen eljárás gyorsan konvergál, tipikusan legfeljebb a 3. iterációs lépésre 1% alatti eltérésű eredményt ad.

X.PÉLDA (HIDRAULIKA – iterációra példa)

A szabadfelszínű tartályból (H=20m) víz áramlik ki az érdes falú (*k*=0,2*mm*) és *L*=300*m* hosszú csővezetéken és az azt követő, veszteségmentes konfúzoron keresztül. Stacionárius állapot. A tartályból csőbe belépést tekintse veszteségmentesnek!



ADATOK:

$p_0 = 10^5 Pa$

$\rho_{víz} = 1000\ kg/m^3$

$\nu_{víz} = 1.3\cdot10^{-6}\ m^2/s$

$g = 10\ N/kg$

KÉRDÉSEK:

a)Határozza meg a csövön kifolyó víz térfogatáramát a megadottak (érdes cső) esetén! ($q_V = ?$)

FIGYELEM: ITERÁCIÓS FELADAT: kiindulásul pl. λ'=0,02 vehető!

b) Határozza meg a csövön kifolyó víz térfogatáramát de hidraulikailag sima cső esetén!

FIGYELEM: ITERÁCIÓS FELADAT: kiindulásul pl. λ'=0,02 vehető!

MEGOLDÁS

A csőszakasz Δp' veszteségét figyelembe veszteséges Bernoulli-egyenlet vízfelszín és kifolyás keresztmetszete között:

$$p_0 + \frac{\rho}{2}v_t^2 + \rho\cdot g\cdot z_t = p_0 + \frac{\rho}{2}v_{ki}^2 + \rho\cdot g\cdot z_2 + \sum_{i=1}^{n}\Delta p'$$

ahol csak a 300m hosszú csőnek van súrlódási vesztesége:

$$\sum_{i=1}^{1}\Delta p' = \Delta p'_{cső} = \frac{\rho}{2}v_{cső}^2\frac{l_{cső}}{d_{cső}}\lambda_{cső}$$

Mivel az áramvonalunk a csővégi kiáramlási keresztmetszetig tart és a csővégi és a csőbeli áramlási sebesség eltérő, így célszerű a λ meghatározásához szükséges csőbeli Reynolds-szám miatt a $v_{cső}$-re rendezni az egyenletet olyan alakra, ahol csak λ lesz az ismeretlen.

$$\rho\cdot g\cdot(z_t - z_2) = \frac{\rho}{2}v_2^2 + \frac{\rho}{2}v_{cső}^2\frac{l_{cső}}{d_{cső}}\lambda_{cső}$$

$$\rho\cdot g\cdot H = \frac{\rho}{2}v_{cső}^2\left(\left(\frac{d_{cső}}{d_{ki}}\right)^2 + \frac{l_{cső}}{d_{cső}}\lambda_{cső}\right)$$

$$\mathrm{v}_{cső} = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot H}{\left(\frac{d_{cső}}{d_{ki}}\right)^4 + \frac{l_{cső}}{d_{cső}} \lambda_{cső}}} = \sqrt{\frac{400}{(16 + \frac{300}{0,2} \lambda_1)}} = \sqrt{\frac{400}{(16 + 1500 \cdot \lambda_1)}}$$

a)

1.iterációs lépés

Első közelítésként λ'=0,02 induló értéket behelyettesítve a csőbeli sebességre $\mathrm{v}'_{cső} = 2{,}94884 m/s$ adódik. Ezzel Re'=456668. Turbulens áramlás érdes csőben.

2.lépés

A d/k=200/0,2=1000 érték és Re' alapján a Moody-diagramból leolvasható λ''≈0,021. Ezzel $\mathrm{v}''_{cső} = 2{,}90191 m/s$. Ezzel Re''=446447.

3.lépés

Mivel a diagramból ugyanazon d/k=200/0,2=1000 relatív érdesség mellett Re''<Re' kisebb Reynolds-számon a csősúrlódási tényező kissé nagyobb: a leolvasás nehéz, de λ'''≈0,0215 vehető. Ezzel $\mathrm{v}'''_{cső} = 2{,}87926 m/s$. Re'''=442964. Ez már ~<1% eltérés, nem iterálunk tovább, leolvassuk a végleges (bekonvergált) csősúrlódási tényező értékét Re''' alapján: λ''''≈0,02155, és ezzel a $\mathrm{v}'''_{cső} = 2{,}87703 m/s$, így $q_V = v_{cső} A_{cső}$=0,0903845 m^3/s=325,4 m^3/h.

b) Sima cső esetén az iteráció menete az a) résszel azonos, de kicsit egyszerűbb a dolgunk: a Blasius-képletet használhatjuk a 2. lépésben, ha $2300<Re<2 \cdot 10^5$, vagy a diagramból leolvassuk λ-t ha $2 \cdot 10^5<Re<10^7$. Az iterációs lépések számát az határozza meg, hogy két lépés közötti eltérés 1%-nál mikor válik kisebbé.