1.fak.ZH

B

Név:.. NEPTUN kód:...........................

Alapszak:............MEGOLDÁS...

Aláírás:...ÜLŐHELY sorszám: KM34/.............

PONTSZÁM:

1.FELADAT (ELMÉLET, max.5pont = 5×1pont. Csak a tökéletesen jó válasz ér 1 pontot)

1.1) Karikázza be (jelölje egyértelműen) az összes helyes megállapítás betűjelét!

A) Az ideális közeg kompresszibilis, míg a valós közeg összenyomhatatlan.
B) A valós közeg súrlódásmentes, míg az ideális közeg súrlódásos.
C) Az ideális közeg homogén és kontinuum, míg a valós közeg molekuláris szerkezetű és inhomogén.
D) A valós közeg stacioner, míg az ideális közeg instacioner.
E) Az ideális közeg kontinuum, míg a valós közeg folytonos.

1.2) Karikázza be (jelölje egyértelműen) az összes helyes válasz betűjelét! Egy elemi folyadékrész teljes gyorsulása ($\underline{a}_{teljes}$) az alábbi összefüggéssel írható fel:

A) $\frac{\mathrm{d}\underline{\mathrm{v}}}{\mathrm{d}t}$ **B)** $\frac{\partial\underline{\mathrm{v}}}{\partial\underline{r}}\frac{\partial\underline{r}}{\partial t}$ **C)** $\frac{\partial\underline{\mathrm{v}}}{\partial t} + \underline{\underline{D}}\,\underline{\mathrm{v}}$ **D)** $\frac{\partial\underline{\mathrm{v}}}{\partial t}$ **E)** $\frac{\partial\underline{\mathrm{v}}}{\partial\underline{r}}$

1.3) Karikázza be (jelölje egyértelműen) az összes helyes válasz betűjelét! A kontinuitás tételének általános alakja az alábbi:

A) $\frac{\partial\rho}{\partial \mathrm{t}} + \mathrm{div}\underline{\mathrm{v}} = 0$ **B)** $\frac{\partial\rho}{\partial \mathrm{t}} + \mathrm{div}(\rho\underline{\mathrm{v}}) = 0$ **C)** $\frac{\partial\mathrm{v}}{\partial \mathrm{t}} + \mathrm{div}(\rho\underline{\mathrm{v}}) = 0$ **D)** $\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t} + \mathrm{div}(\underline{\mathrm{v}}) = 0$ **E)** $\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t} = 0$

1.4) Karikázza be (jelölje egyértelműen) az összes helyes válasz betűjelét! Az Euler-egyenlet levezetése során használt egyetlen feltétel az alábbi:

A) $\rho \neq$ állandó **B)** ρ = állandó **C)** $\mu = 0$ **D)** μ = állandó **E)** $\mu \neq$ állandó

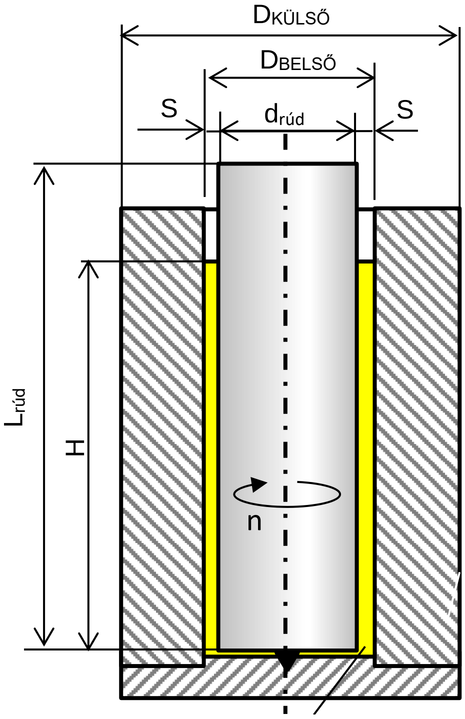
1.5) Karikázza be (jelölje egyértelműen) az összes helyes válasz betűjelét! A hidrosztatika alapegyenletének helyes alakja az alábbi:

A) $\mathrm{v} = 0$ **B)** $\underline{g} = -\frac{1}{\rho}\mathrm{grad}p$ **C)** $\underline{g} = -\mathrm{grad}U$ **D)** $\rho\underline{g} = \mathrm{grad}p$ **E)** $\rho = állandó$

2.FELADAT (15pont)

Folyadékok ismeretlen viszkozitását határozhatjuk meg úgy, hogy folyadékban forgatunk rudat és a rést kitöltő folyadékban ébredő súrlódás miatti veszteségnyomatékot mérjük. A henger belső fala és a forgó rúd közötti S=0,05mm vékony rést ismert sűrűségű (ρ=1260kg/m^3) de ismeretlen viszkozitású newtoni folyadék tölti ki. A $\varnothing d_{rúd}$=10mm átmérőjű és $L_{rúd}$=70mm hosszú rudat állandó n=1910 fordulat/perc fordulatszámmal forgatjuk. A tartályban ($\varnothing D_{BELSŐ}$=10,1mm, $\varnothing D_{KÜLSŐ}$=30mm) a folyadék szintje H=50mm.
A mért veszteségnyomaték ekkor M_{veszt}=0,238Nm értékű.

FELTÉTELEK: koncentrikus tengelyek; állandó résméret; résben lineáris sebességprofil; newtoni folyadék; a folyadék sűrűsége és viszkozitása egy mérés során állandónak vehető; a rúd súlytalannak tekinthető; a rúd alatti résben ébredő súrlódási veszteség elhanyagolható.



KÉRDÉSEK:

A) Számítsa ki a folyadék dinamikai viszkozitását!

B) Számítsa ki a résben ébredő csúsztatófeszültség és a súrlódási veszteségteljesítmény értékét!

C) Ha túl sokáig mérünk, akkor a folyadék felmelegszik. Nagyobb vagy kisebb lesz a mért M_{veszt} veszteségnyomaték? (A többi paramétert tekintse állandónak.) Válaszát indokolja!

D) Hogyan változik a M_{veszt} veszteségnyomaték, ha fele ekkora fordulatszámmal forgatjuk a rudat? (A többi paramétert tekintse állandónak.) Válaszát indokolja!

MEGOLDÁS (A lap túloldalán is folytathatja a megoldást)

A) A résbeli folyadék súrlódási veszteségnyomatékára mért érték ismert:

$$M_{veszt} = F_{veszt} \cdot R_{közép} = 0{,}238\ Nm$$

Ismert a rés középsugara:

$$R_{közép} = \frac{d_{rúd} + S}{2} = \frac{10mm + 0{,}05mm}{2} = \frac{0{,}01005\ m}{2} = 0{,}005025\ m$$

Ezzel kapjuk a súrlódási veszteségek okozta kerületi erőt:

$$F_{veszt} = \frac{M_{veszt}}{R_{közép}} = \frac{0{,}238\ Nm}{0{,}005025\ m} = 47{,}36318\ N$$

A kerületi erő a csúsztatófeszültség és a résbeli nyírt folyadék közép henger palástjának a szorzata:

$$F_{veszt} = \tau \cdot A_{középpalást} = 47{,}36318\ N$$

A résben a nyírt folyadék középpalást felülete egy hengerfelület:

$$A_{középpalást} = (2 \cdot R_{közép} \cdot \pi) \cdot H = 0{,}00157865031\ m^2$$

Ezzel kapjuk a csúsztatófeszültséget:

$$\tau = \frac{F_{veszt}}{A_{középpalást}} = \frac{47{,}36318\ N}{0{,}0157865031\ m^2} = 30002{,}33\ Pa$$

A csúsztatófeszültség:

$$\tau = \mu \cdot \frac{\partial v_{ker}}{\partial r} = \mu \cdot \frac{r_{rúd} \cdot \omega}{S} = \mu \cdot \frac{r_{rúd} \cdot 2\pi n}{S}$$

A keresett dinamikai viszkozitás ezzel:

$$\mu = \frac{\tau \cdot S}{r_{rúd} \cdot 2\pi n} = \frac{30002{,}33 \cdot 0{,}00005}{0{,}005 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 1910/60} = 1{,}5\ \frac{kg}{m \cdot s}$$

B) A csúsztatófeszültség: lásd A) kérdésben kiszámoltuk. A súrlódási veszteségteljesítmény pedig:

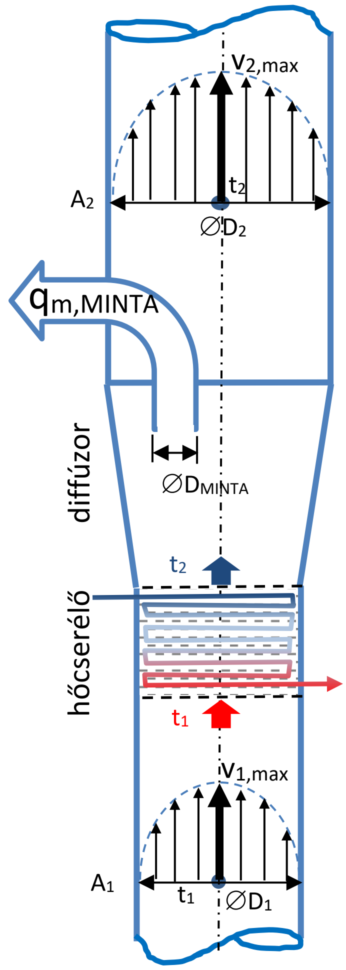
$$P_{veszt} = M_{veszt} \cdot \omega = M_{veszt} \cdot (2\pi n) = 0{,}238\ Nm \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{1910}{60} = 47{,}6035\ W$$

C) A veszteségnyomaték kisebb lesz, mivel cseppfolyós közeg viszkozitása a hőmérséklet emelkedésével csökken.

D) A felére csökken, mivel a nyomaték és a fordulatszám egyenesen arányos $M_{veszt} \sim n$.

Megjegyzés: a megoldásban közölt sok tizedesjegyű eredménykijelzés helyett kerekítés szükséges, itt csak az ellenőrzést szolgája.

3.FELADAT (15pont)



Egy hőcserélőt tartalmazó függőleges füstgázvezeték $\varnothing D_1$=2500mm átmérőről $\varnothing D_2$=3500mm átmérőre bővül. A füstgáz a hőcserélő előtt t_1=140°C, utána t_2=70°C hőmérsékletű. A hőcserélő utáni diffúzorban lévő $\varnothing D_{MINTA}$=300mm gázmintavevő csövön keresztül állandó $q_{m,MINTA}$=5400kg/h mennyiségű füstgázminta áramlik ki folyamatosan. A füstgázvezeték alsó („1") és felső („2") keresztmetszetein a sebességprofil ismert n=2 (másodfokú) forgásparaboloid alakúnak tekinthető és ismert a „2" keresztmetszeti csőtengelyben a maximális áramlási sebesség értéke: $v_{2,max}$=15m/s.

FELTÉTELEK: stacioner áramlás; túlnyomásos rendszer: a csőben a sűrűségszámítás szempontjából a nyomás mindenhol p=1,1bar állandó értékűnek vehető.

ADATOK: A füstgázra *R*=287J/(kg·K) érték vehető.

Jel:	„1"	„2"	„MINTA"	Mértékegység
∅D	2500	3500	300	mm
t	140	70	70	°C
p	1,1	1,1	1,1	bar

KÉRDÉSEK: Határozza meg, a füstgázvezeték „1" és „2" csőkeresztmetszeteiben az átlagsebességeket, a térfogatáramokat és a tömegáramokat!

MEGOLDÁS (A lap túloldalán is folytathatja a megoldást)

A folytonosság tételét kell alkalmaznunk változó sűrűségű közeg stacioner áramlására:

$$q_{m,BE} = q_{m,KI}$$

A mellékelt ábra szerint az „1" keresztmetszeten beáramló közeg a mintavevő csövön és a „2" keresztmetszeteken áramlik ki. Ez egy áramcső, más be- vagy kiáramlás nincs.

$$q_{m,1} = q_{m,MINTA} + q_{m,2}$$

azaz

$$\rho_1 \bar{v}_1 A_1 = q_{m,MINTA} + \rho_2 \bar{v}_2 A_2$$

Felhasználjuk az ismert geometriai és egyéb adatok alapján, hogy

$$\rho_1 = \frac{p_1}{R \cdot T_1} = 0{,}92803 kg/m^3; \rho_2 = \frac{p_2}{R \cdot T_2} = 1{,}11742 kg/m^3; A_1 = \frac{D_1^2 \pi}{4} = 4{,}9087 m^2; A_2 = \frac{D_2^2 \pi}{4} = 9{,}6211 m^2;$$

Ismert a mintavevő csövön elvett tömegáram:

$$q_{m,MINTA} = 5400\ kg/h = 1{,}5 kg/s$$

Valamint ismert a 2. pontban a sebességprofilra megadottak alapján az ottani átlagsebesség:

$$\bar{v}_2 = v_{2,max} \frac{n}{n+2} = 15 \frac{2}{2+2} = 7{,}5\ m/s$$

A „2" keresztmetszetben a tömegáram ezzel kiszámítható:

$$q_{m,2} = \rho_2 \bar{v}_2 A_2 = 80{,}6313\ kg/s$$

Az egyetlen ismeretlen a folytonosság tételében így az „1" keresztmetszetbeli átlagsebesség, melyre kapjuk:

$$\bar{v}_1 = \frac{q_{m,MINTA} + q_{m,2}}{\rho_1 A_1} = 18{,}03\ m/s$$

Az „1" és „2" keresztmetszetbeli térfogatáramok ezzel már számíthatók:

$$q_{V,1} = \bar{v}_1 A_1 = 88{,}5010\ m^3/s$$

$$q_{V,2} = \bar{v}_2 A_2 = 72{,}1585\ m^3/s$$

Az „1" és „2" keresztmetszetbeli tömegáramok ezzel már számíthatók:

$$q_{m,1} = \rho_1 \bar{v}_1 A_1 = 82{,}1313\ kg/s$$

$$q_{m,2} = \rho_2 \bar{v}_2 A_2 = 80{,}6313\ kg/s$$

Megjegyzés: a megoldásban közölt sok tizedesjegyű eredménykijelzés helyett kerekítés szükséges, itt csak az ellenőrzést szolgája.

4.FELADAT (10pont)

Egy L=3m hosszú, H=1,6m magas, felül nyitott tartálykocsit h=1m magasságig vízzel töltünk fel. A nyugalmi folyadékfelszín vízszintes, lásd ábra.

ADATOK: g_g=10N/kg; $p_0=10^5$Pa; $\rho_{víz}=10^3$kg/m^3

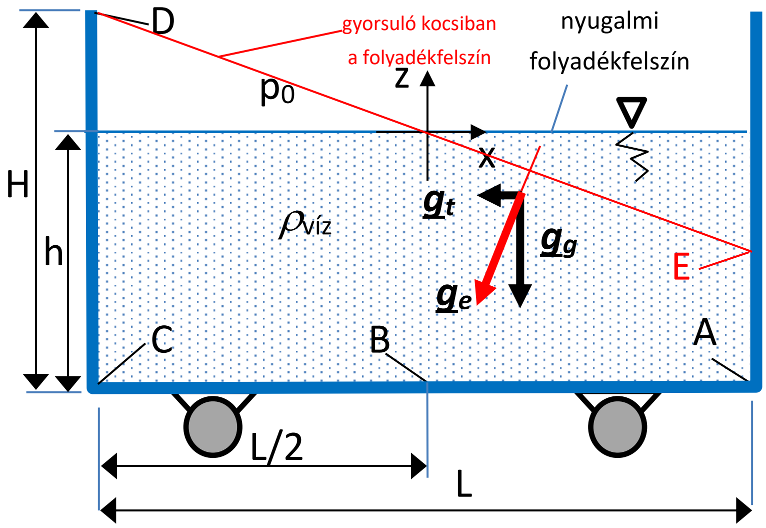
KÉRDÉSEK:

1) Mekkora gyorsulással kell mozgatni a kocsit vízszintesen *x* irányban, hogy a gyorusló kocsiban a folyadékfelszín pont elérje a „D" pontot?

2) Rajzolja be az gyorsuló folyadékfelszín alakját és a nyomásgradiens vektort az ábrába! Mekkora és hol van a legnagyobb túlnyomás a tartályban?

3) Számítsa ki ekkor az „A" pontbeli túlnyomást!

4) Számítsa ki ekkor a „B" pontbeli nyomást!



MEGOLDÁS (A lap túloldalán is folytathatja a megoldást)

1)Gyorsuló rendszerhez rögzített (x,z) koordinátarendszerben felírva a hidrosztatika alapegyenletét bármely két, azonos sűrűségű folyadékpont között kapjuk:

$$p_1 + \rho U_{e,1} = p_2 + \rho U_{e,2}$$

Itt a nehézségi és a tehetetlenségi erőtér potenciálja adja az U_e eredő potenciált. U_e=0 értékű az (x=0m; z=0m) pontban.

$$U_e = U_g + U_t = g_g \cdot z + a_x \cdot x$$

Súrlódásmentes esetben a folyadékfelszín (0,0) pont körül „fordul el" az adott a_x gyorsulás esetén úgy, hogy a vízfelszín a tartály baloldalán „D" pontig felemelkedik $z_D=\Delta z$=H-h=0,6m-t, a jobboldalán pedig ugyanennyit lesüllyed a bejelölt 'E' pontig: z_E=-0,6m. A vízfelszín egyben szintvonal is: azaz p=állandó (izobár), vagy U_e=állandó szintvonal (ekvipotenciál). Legyen az „1" pont az (x,z) koordinátarendszer origója és „2" pont a „D" pont, akkor a

$$p_1 + \rho U_{e,1} = p_2 + \rho U_{e,2}$$

alakú hidrosztatika alapegyenletből kapjuk:

$$p_0 + \rho(g_g \cdot z_1 + a_x \cdot x_1) = p_0 + \rho(g_g \cdot z_2 + a_x \cdot x_2)$$

Mivel az origóban (x_1=0m; z_1=0m pontban) az eredő potenciál $U_{e,1}$=0, így a vízfelszínen a D(-1,5m; 0,6m) pontban az alábbi egyenletet kapjuk, mely alkalmas a keresett gyorsulás meghatározására:

$$0 = g_g \cdot z_2 + a_x \cdot x_2$$

A keresett gyorsulás:

$$a_x = -g_g \frac{z_2}{x_2} = -10\frac{0,6}{-1,5} = 4\ m/s^2$$

A folyadékfelszín egyenlete is így kapható a fentiek alapján:

$$0 = g_g \cdot z + a_x \cdot x$$

azaz:

$$z = -\frac{a_x}{g_g}x = -\frac{4}{10}x$$

2)Lásd ábra. A két erőtér $g_e = g_g + g_t$ eredő térerősségvektorával párhuzamos a gradp vektor, a vízfelszínre merőleges. A gyorsuló tartályban a legnagyobb túlnyomás a vízfelszín p_0=áll nyomású vízfelszínétől merőlegesen gradp irányában haladva a legtávolabbi folyadékpontban van, azaz a „C" pontban. A „C" pontbeli túlnyomás értéke akármelyik p_0 nyomású vízfelszín ponthoz képest megkapható, de célszerű (legegyszerűbb) egy z irányban „felette" lévő, például a „D" ponthoz számolni, mert akkor csak az egyik (g_g) erőtér irányában „mozdulunk el", és csak a nehézségi erőtérből adódik a nyomáskülönbség, mert a (g_t) tehetetlenségi erőtérre C és D között merőlegesen mozdulunk el ($x_D = x_C$).

$$(p_C - p_0) = \rho\left(g_g \cdot (z_D - z_C) + a_x \cdot (x_D - x_C)\right) = \rho \cdot g_g \cdot (z_D - z_C) = 1000 \cdot 10 \cdot (0,6 - (-1))$$

$$(p_C - p_0) = 1000 \cdot 10 \cdot \big(0,6 - (-1)\big) = 1000 \cdot 10 \cdot 1,6 = 16000 Pa$$

3)Fentivel analóg módon az „A" pontbeli túlnyomás (= a felette lévő vízoszlop nyomásával):

$$(p_A - p_0) = \rho \cdot g_g \cdot (z_E - z_A) = 1000 \cdot 10 \cdot \big(-0,6 - (-1)\big) = 1000 \cdot 10 \cdot 0,4 = 4000 Pa$$

4)Fentivel analóg módon a „B" pontbeli nyomás (= p_0 + a felette lévő vízoszlop nyomásával):

$$p_B = p_0 + \rho \cdot g_g \cdot (z_0 - z_B) = 100000 + 1000 \cdot 10 \cdot \big(0 - (-1)\big) = 100000 + 1000 \cdot 10 \cdot 1 = 110000 Pa$$