2.fak.ZH

Név:.........MEGOLDÁS.................................. NEPTUN kód:...............................

Alapszak:...

Aláírás:..ÜLŐHELY sorszám: K155 /.............

PONTSZÁM:

Csak toll és számológép használható! Csak erre a kiadott feladatlapra dolgozzon!

1.FELADAT (ELMÉLET, max.5pont = 5×1pont. Csak a tökéletesen jó válasz ér 1 pontot)

1.1)TESZT: Karikázza be a helyes válasz(ok) betűjelét!

$$p_1 + \frac{\rho}{2}\mathrm{v}_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{\rho}{2}\mathrm{v}_2^2 + \rho g z_2 + \rho \cdot \int_1^2 \frac{\partial \underline{\mathrm{v}}}{\partial t} \cdot d\underline{s}$$

Instacioner áramlás esetén a Bernoulli-egyenlet fenti alakjának érvényességi feltételei közé tartozik az alábbi:

A) ρ=állandó B) z= állandó C) v=állandó D) p=állandó

1.2)TESZT: Karikázza be a helyes válasz(ok) betűjelét!

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho \cdot \underline{\mathrm{v}} \cdot dV + \int_A \underline{\mathrm{v}} \cdot \rho \cdot (\underline{\mathrm{v}} \cdot d\underline{A}) = \int_V \rho \cdot \underline{\mathrm{g}} \cdot dV - \int_A p \cdot d\underline{A} - \underline{R}$$

Az impulzustétel fenti formában felírt alakja …

A) … nem tartalmazza a folyadékra ható viszkózus erőket kifejező tagot.
B) … nem tartalmazza az instacioner áramlás esetén szükséges tagot.
C) … nem tartalmazza a folyadékra ható súlyerőt kifejező tagok.
D) … nem tartalmazza a folyadékról a szilárd testre ható erőt kifejező tagot.

1.3)TESZT: Karikázza be a helyes válasz(ok) betűjelét!

A v_1 szélsebesség, ρ közegsűrűség és A_l keresztmetszet esetén, a légcsavar sugárelméletével a szélturbina ideális közegáramlásra kapott elméleti maximális teljesítményére kapott $P_{elm,max} = \frac{16}{27}\frac{\rho}{2}\mathrm{v}_1^3 A_l$ összefüggésben az ún. Betz-limit értéke:

A) ~59%=16/27 B) ~69% C) ~79% D) ~89%

1.4) TESZT: Karikázza be a helyes válasz(ok) betűjelét! Az általános mozgásegyenlet helyes alakja(i):

A) $\frac{d\underline{\mathrm{v}}}{dt} = \underline{\mathrm{g}} + \frac{1}{\rho}\underline{\underline{\Phi}}\,\underline{\nabla}$

B) $\frac{d\underline{\mathrm{v}}}{dt} = \underline{\mathrm{g}} - \frac{1}{\rho}\underline{\underline{\Phi}}\,\underline{\nabla}$

C) $\frac{d\underline{\mathrm{v}}}{dt} = \underline{\mathrm{g}} + \frac{\mu}{\rho}\underline{\underline{\Phi}}\,\underline{\nabla}$

D) $\frac{d\underline{\mathrm{v}}}{dt} = \underline{\mathrm{g}} + \nu\underline{\underline{\Phi}}\,\underline{\nabla}$

1.5)TESZT: Karikázza be a helyes válasz(ok) betűjelét!

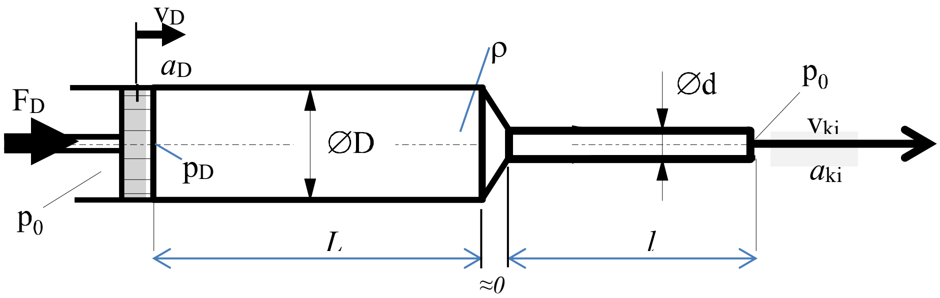
Aerodinamikában az áramlásba helyezett testre ható $\underline{F}_{ae}$ erővektor x, y és z irányú komponenseit dimenziótlanítva kapjuk az erőtényeket: a c_e ellenállástényezőt, a c_o oldalerő-tényezőt és a c_f felhajtóerő-tényezőt. A dimenziótlanításhoz az alábbit használjuk:

A) $\frac{\rho}{2}\mathrm{v}_{ref}^2 A_{vet}$ B) $\frac{\rho}{2}\mathrm{v}_{ref}^3 A_{vet}$ C) $\rho\mathrm{v}_{ref}^2 A_{vet}$ D) $\rho\mathrm{v}_{ref}^3 A_{vet}$

2.FELADAT (max.10pont)

Egy vízszintes tengelyű fecskendőben víz van. A megfigyelt ***t*** időpillanatban (t_0<***t***<∞) ismert az elhanyagolható tömegű dugattyú sebessége és gyorsulása:

v_D=2m/s és a_D=10m/s^2



A dugattyú külső (bal)oldalán és a fecskendő jobboldali végén a kiáramlási keresztmetszetben a nyomás p_0=10^{5}Pa.

FELTÉTELEK: ideális közeg. A øD ill. ød átmérőjű, és *L* ill. *l* hosszúságú csőszakaszok közötti átmeneti idom (konfúzor) hossza a csőhosszakhoz képest elhanyagolható.

ADATOK: *L*=200mm; *l*=100mm; øD=10mm; ød=5mm, $\rho_{víz}$=10^{3}kg/m^3; p_0=10^{5}Pa

KÉRDÉSEK:

A) Mekkora ekkor a szabadba kiáramló vízsugár sebessége és gyorsulása? v_{ki}=? a_{ki}=?

B) Mekkora akkor a dugattyú belső felületén a nyomás? p_D =?

C) Mekkora F_D erővel kell hatni a dugattyúra ebben a pillanatban? F_D =?

MEGOLDÁS *(a lap túloldalán is folytathatja)*

A) A csőkeresztmetszet változik, de szakaszonként állandó. Az összenyomhatatlan közegre érvényes $v_1A_1=v_2A_2$ alakú folytonosság-tételből a sebesség ($v_1=v_D$=2m/s) és a keresztmetszetek $A_2/A_1=(d/D)^2=(5/10)^2$=0,25 érték ismeretében kapjuk $v_{ki}=v_2=4\cdot v_1$=8m/s értéket. A gyorsulásokra is alkalmazható a folytonosság-tételhez hasonló összefüggés ($a_1A_1=a_2A_2$), ezzel $a_1=a_D$=10m/s^2 ismeretében kapjuk meg $a_{ki}=a_2=4\cdot a_1$=40m/s^2 értéket.

B) A *t* időpillanatban az instacioner áramlási állapotra felírt Bernoulli-egyenlet az „1" (dugattyú belső felszíne) és a csővégi „2" pont közötti áramvonalon az alábbi alakú:

$$p_1+\frac{\rho}{2}\cdot v_1^2+\rho\cdot g\cdot z_1=p_2+\frac{\rho}{2}\cdot v_2^2+\rho\cdot g\cdot z_2+\rho\cdot\int_1^2\frac{\partial \underline{v}}{\partial t}d\underline{s}$$

A z=0m referencia szintet bárhova felvehetjük, a vízszintes csőtengely mentén z állandó, így z=0m az „1" és 2" pontokban.

	„1"	„2"
p [Pa]	p_D=? (p_1=?)	p_0=100 000Pa
v [m/s]	$v_1=v_D$=2m/s	$v_2=4\cdot v_1$=8m/s
z [m]	0m	0m

Az „1" és „2" pontok közötti folyadéktömeg gyorsításához szükséges többletnyomás, azaz a $(\rho\cdot\int_1^2\frac{\partial \underline{v}}{\partial t}d\underline{s})$ tag kiszámításához a következő megfontolások szükségesek. Mivel a két csőszakasz közötti átmeneti idom hossza elhanyagolható és a csőkeresztmetszet szakaszonként állandó, a csőhosszak pedig L=0,2m és *l*=0,1m, így:

$$\rho\cdot\int_1^2\frac{\partial \underline{v}}{\partial t}d\underline{s}=\rho\cdot(a_1\cdot L+\ a_2\cdot l)=\rho\cdot a_1\cdot L+\ \rho\cdot a_2\cdot l$$

Ezzel a Bernoulli-egyenlet a keresett $p_D=p_1$=? nyomásra rendezhető:

$$p_1=p_0+\frac{\rho}{2}\cdot v_2^2-\frac{\rho}{2}\cdot v_1^2+\rho\cdot a_1\cdot L+\rho\cdot a_2\cdot l$$

$$p_1=100000+32000-2000+2000+4000=136000Pa$$

C) A dugattyú külső (p_0) és belső (p_1) oldalán a nyomáskülönbség számítható:

$\Delta p=p_1-p_0$=136000Pa–10^{5}Pa=36000Pa

Ezzel az erő: $F_D=\Delta p\cdot A_1=(p_1-p_0)\cdot A_1$

$A_1=D^2\pi/4=7{,}854\cdot10^{-5}$m^2

F_D = 36000·(0,01^2 π/4) = 2,827 N

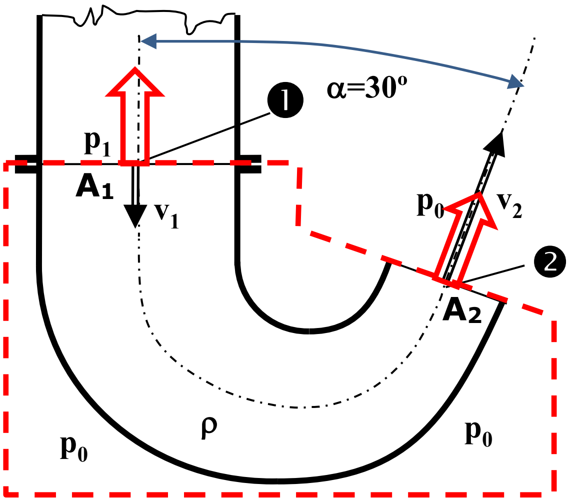
3.FELADAT (max.10pont)

A csővégi íves idom A_1=0,03m^2 belépő keresztmetszetén ismert állandó v_1=4m/s átlagsebességgel áramlik $\rho_{víz}$=1000kg/m^3 sűrűségű víz, majd a p_0=10^{5}Pa nyomású szabadba áramlik ki az A_2 keresztmetszeten. Az idom áramlás irányban szűkül: $A_2=A_1/3$, és az ábrán látható α=30° szöget zárnak be a tengelyek.

FELTÉTELEK: μ=0; ρ=áll.; stacioner áramlás, a nehézségi erőtér hatása elhanyagolható.

KÉRDÉS: Határozza meg az idomra ható **R** erőt!

Megjegyzés: Kérem, rajzolja be az ábrába az Ön által felvett (x,y) koordinátarendszert és a megoldásához használt A_{ef} ellenőrző felületet! Ezek nélkül a megoldása nem értelmezhető!



MEGOLDÁS *(a lap túloldalán is folytathatja)*

Előkészítés:

Folytonosság tétele: $v_1 A_1 = v_2 A_2$, melyben $A_1/A_2=3$ és v_1=4m/s ismert.

A folytonosság tételéből v_2= 3· v_1=12m/s.

A feltételek szerinti stacioner esetre a Bernoulli-egyenlet felírható „1” és „2” pontok közé egy áramvonalon:

$$p_1 + \frac{\rho}{2}\cdot v_1^2 + \rho\cdot g\cdot z_1 = p_2 + \frac{\rho}{2}\cdot v_2^2 + \rho\cdot g\cdot z_2$$

Mivel $z_1=z_2$ és $p_2=p_0$=10^{5}Pa, így a nyomáskülönbség (p_1-p_0)= 64000 Pa.

Impulzustétel

Ezután az első lépés az $A_{e.f.}$ felvétele (lásd ábra). Legyen (x→, y↑) irányítottságú a koordinátarendszer (akármilyen lehet, de ez pl. célszerű). A nyomás az $A_{e.f.}$–en mindenhol p_0., kivéve az A_1 keresztmetszetet, ahol p_1 a nyomás. A sűrűség állandó. Az $\underline{I}_1$ és $\underline{I}_2$ impulzusáramvektorokat piros nyíllal bejelöltük.

Az impulzustétel <u>**x irányban**</u> felírt komponensegyenlete:

$$\rho_2 v_2^2 A_2 sin30° = -\int_{Ax} p\, d\underline{A} - R_x$$

Itt a nyomáseloszlásból származó $\underline{P} = -\int_A p\, d\underline{A}$ erővektor x irányú komponense zérus, mivel az A_1 keresztmetszetbeli p_1 nyomásból származó erőnek csak y irányú komponense van: $P_x = -\int_{Ax} p d\underline{A} = 0$.

Ezzel impulzustétel x irányban felírt komponensegyenlete:

$$\rho_2 v_2^2 A_2 sin30° = -R_x$$

Adatokat behelyettesítve kapjuk: R_x= -720N, azaz a felvett koordinátarendszerben balra (←) mutat.

Az impulzustétel <u>**y irányban**</u> felírt komponensegyenlete:

$$+\rho_1 v_1^2 A_1 + \rho_2 v_2^2 A_2 cos30° = -\int_{Ay} p d\underline{A} - R_y$$

Ahol a nyomáseloszlásból származó $\underline{P} = -\int_A p\, d\underline{A}$ erővektor y irányú komponense nem zérus:

$$P_y = -\int_{Ay} p d\underline{A} = -(p_1 A_1 - p_0 A_1) = -(p_1 - p_0)A_1$$

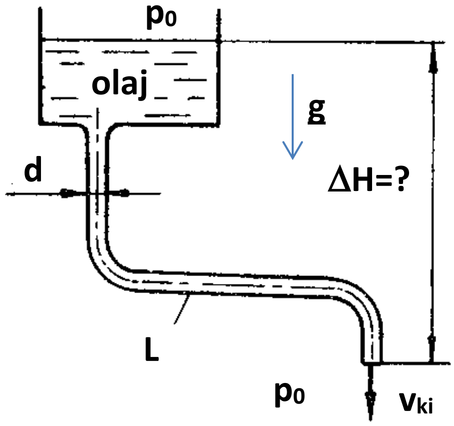
Ezzel impulzustétel y irányban felírt komponensegyenlete:

$$+\rho_1 v_1^2 A_1 + \rho_2 v_2^2 A_2 cos30° = -(p_1 - p_0)A_1 - R_y$$

Adatokat behelyettesítve R_y = - 3647N számítható, azaz a felvett koordinátarendszerben lefelé (↓) mutat.

Ebből az idomra ható $\underline{R}$ erővektor nagysága és iránya kiszámítható: $|\underline{R}| = \sqrt[2]{R_x^2 + R_y^2} = 3717{,}5\ N$

4.FELADAT (max.10pont)



Egy kenőrendszerhez tartozó felül nyitott olajtartály szabad folyadékfelszíne a $p_0=10^5$Pa nyomásra nyitott. A tartályhoz alul egy áramlási veszteség szempontjából egyenes csőnek tekinthető **d=0,4mm** átmérőjű és **L=2m** hosszú cső csatlakozik. A tartályból csőbe való belépés vesztesége elhanyagolható. A csővégen $\mathbf{q_{V,ki} = 25\ mm^3/s}$ állandó térfogatáramú ρ_{olaj}=800kg/m^3 sűrűségű és $\mu_{olaj}=10^{-4}$kg/(m·s) viszkozitású olaj áramlik ki a $p_0=10^5$Pa nyomású szabadba.

FELTÉTELEK: stacioner áramlás, ρ=áll., μ≠0, μ=áll., $A_{tartály}$>>$A_{cső}$

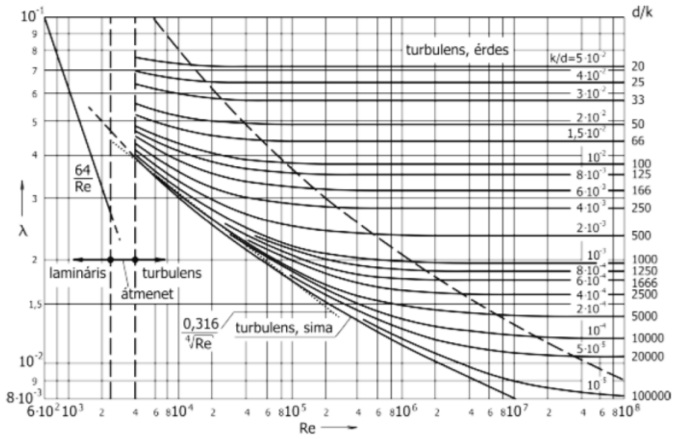
ADATOK: g=10N/kg

KÉRDÉSEK:

A) Lamináris vagy turbulens a csőbeli áramlás? Válaszát számítással indokolja!

B) Határozza meg a csősúrlódási tényező (λ) és a cső nyomásveszteségének értékét! ($\Delta p'_{cső}$)!

C) Ebben az áramlási állapotban mekkora a ΔH magasságkülönbség a tartálybeli olajfelszín és az olajozó cső csővégi kilépő keresztmetszete között?



10.4. ábra

A nem homogén érdességű csövekre vonatkozó Moody diagram

MEGOLDÁS *(a lap túloldalán is folytathatja)*

A) A csőbeli olajsebesség a térfogatáram alapján $v_{cső}=q_V/A_{cső}$=0,199m/s=0,2m/s.

A Reynolds-szám: $Re = \frac{v_0 \cdot l_0 \cdot \rho}{\mu} = \frac{v_{cső} \cdot d \cdot \rho}{\mu} = 640$

Mivel Re < $Re_{határ}$=2300, ezért a csőbeli áramlás lamináris.

B) A csősúrlódási tényező: $\lambda_{lam} = \frac{64}{Re} = 0{,}1$

A nyomásveszteség: $\Delta p'_{cső} = \frac{\rho}{2} v^2 \frac{L}{d} \lambda$ =8000Pa

C) A nyomásveszteség taggal kibővített Bernoulli-egyenlet:

$$p_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 + \rho \cdot g \cdot z_1 = p_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \Delta p'_{cső}$$

Az olajfelszínen „1" és a kiáramlási keresztmetszetben „2" a nyomás azonos ($p_1=p_2=p_0$), illetve a $A_{tartály}$>>$A_{cső}$ feltétel alapján a tartálybeli olajfelszín lesüllyedési sebessége alhanyagolható: $v_1 \cong 0$. Ezzel:

$$\rho \cdot g \cdot z_1 = \frac{\rho}{2} v_2^2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \Delta p'_{cső}$$

Ez a keresett ΔH magasságkülönbségre rendezhető:

$$\rho \cdot g \cdot z_1 = \frac{\rho}{2} v_2^2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 \frac{L}{d} \lambda$$

$$z_1 - z_2 = \frac{\frac{\rho}{2} v_2^2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 \frac{L}{d} \lambda}{\rho \cdot g} = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{\Delta p'_{cső}}{\rho \cdot g} = \frac{0{,}2^2}{20} + \frac{8000}{8000} = 0{,}002m + 1m$$

A keresett ΔH magasságkülönbség:

$$\Delta H = 1{,}002m$$

5.FELADAT (max.10pont) valamint a D) pluszkérdésre max.+5 pluszpont jár.

Az 1930-as években Járay Pál által fejlesztett Tatra T87 autó szélcsatorna tesztelése során kimért 0,36 értékű ellenállástényezővel 166km/h legnagyobb haladási sebességre volt képes. Az autót V8 elrendezésű 3-literes motorral gyártották, az autó tömege 1370kg. Az autó referencia vetületkeresztmetszete 2m^2 volt.

ADATOK: g=10 N/kg; $p_0=10^5$ Pa; $\rho_{lev}=1{,}2$ kg/m^3; $\mu_{lev}=18\cdot10^{-6}$ kg/(m·s)

KÉRDÉSEK:

A) Számítsa ki legnagyobb haladási sebesség (166km/h) esetén az autóra ható aerodinamikai ellenálláserőt!

B) Számítsa ki ekkor az aerodinamikai veszteségteljesítmény értékét!

C) Mekkora volt az autó motorjának maximális teljesítménye, ha ezen a legnagyobb haladási sebességen a maximális motorteljesítmény 77%-át tette ki az aerodinamikai veszteségteljesítmény?

D)PLUSZKÉRDÉS(+5pontért): Sajnos nincs szélcsatornánk, csak vízcsatornánk és nincs Tatra T87 autónk, csak egy M=1:4 méretarányban lekicsinyített modellautónk. Mekkora sebességű vízáramlásba kell helyezni az autómodellünket a vízcsatornában ($\nu_{víz}=10^{-6}$ m^2/s, $\rho_{víz}=1000$ kg/m^3), hogy a mérés során a valós autó körüli áramláshoz hasonló áramlást hozzunk létre?

MEGOLDÁS *(a lap túloldalán is folytathatja)*

A)Az aerodinamikai ellenálláserő:

$$F_e = c_e \cdot \frac{\rho}{2} v_{ref}^2 \cdot A_{ref} = 0{,}36 \cdot \frac{1{,}2}{2} \cdot \left(\frac{166}{3{,}6}\right)^2 \cdot 2 = 918{,}5\ N$$

B)Az aerodinamikai veszteségteljesítmény:

$$P_{ae} = F_e \cdot v_{ref} = 42355\ \mathrm{W}$$

C)Mivel ismert, hogy $P_{motor,\,max}=0{,}77\cdot P_{ae}$, ezért $P_{motor,max}=P_{ae}/0{,}77=55$kW

D)Mivel a tehetetlenségi és viszkózus erők dominálnak, így a hasonlóság feltétele: $Re_{valós}=Re_{modell}$

$$\frac{v_{0,valós}\cdot l_{0,valós}}{\nu_{valós}} = \frac{v_{0,modell}\cdot l_{0,modell}}{\nu_{modell}}$$

Egy M=1:4 méretarányban lekicsinyített autómodellt használunk, illletve vízcsatornában, eltérő viszkozitású közegben mérjük. Ezért

$$\frac{l_{0,modell}}{l_{0,valós}} = \frac{1}{4} \qquad \text{illetve} \qquad \frac{\nu_{modell}}{\nu_{valós}} = \frac{\nu_{modell}}{\frac{\mu_{valós}}{\rho_{valós}}} = \frac{\nu_{víz}}{\frac{\mu_{lev}}{\rho_{lev}}} = \frac{10^{-6}}{\frac{18\cdot10^{-6}}{1{,}2}} = \frac{10^{-6}}{15\cdot10^{-6}} = \frac{1}{15}$$

Tehát az azonos Reynolds-szám feltételből az következik, hogy a modellmérések a vízsebesség:

$$v_{0,modell} = v_{0,valós}\frac{l_{0,valós}}{l_{0,modell}}\frac{\nu_{modell}}{\nu_{valós}} = v_{0,valós}\cdot\frac{4}{1}\cdot\frac{1}{15} = v_{0,valós}\cdot\frac{4}{15} = \frac{166}{3{,}6}\cdot\frac{4}{15} = 12{,}3\frac{m}{s}$$