Technische und Wirtschaftwissenschaftliche Universität Budapest
Lehrstuhl für Strömungslehre

**2003**

LEHRSTUHL FÜR STRÖMUNGSLEHRE

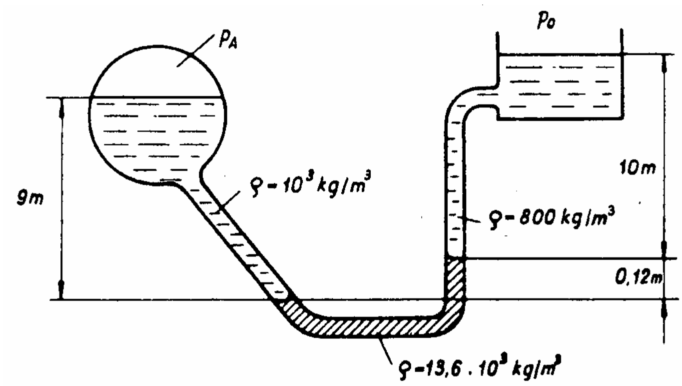
Dr. Miklós Blahó

# Strömungslehre Übungsaufgaben

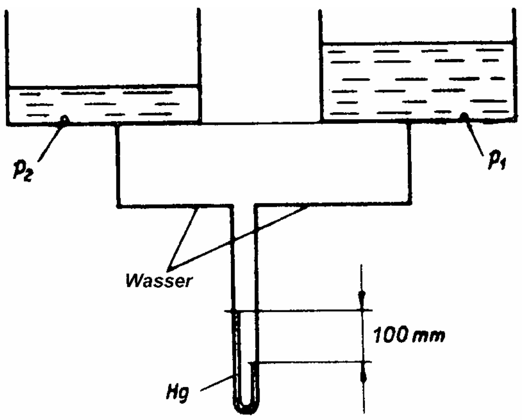
# 1 Hydrostatik

Allgemeine Konstanten für jede Aufgabe: $R = 287\ J/kg\ K$, $g = 9.81\ N/kg$

**1/1** $p_A - p_0 = ?\ [Pa]$



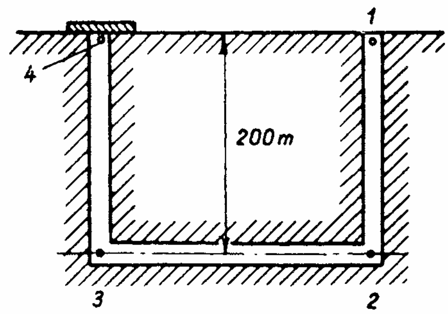

**1/2** $p_1 - p_2 = ?\ [Pa]$




**1/3** Strecke 1-2: $\rho_{12} = 1.3\ kg/m^3$

Strecke 3-4: $\rho_{34} = 1.1\ kg/m^3$

$p_4 - p_1 = ?\ [Pa]$

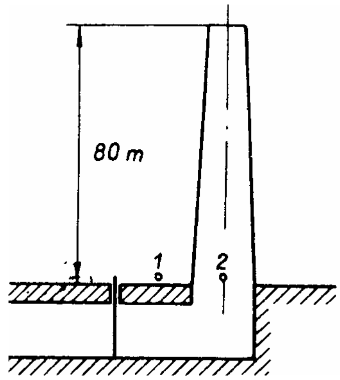



**1/4** $p_0 \approx 10^5\ Pa$ (für die Kalkulation von ρ)

Umgebung (Luft): $T_1 = 0\ °C$

Im Schornstein (Rauchgas): $\left.\begin{array}{l} p_2 \approx 760\ mmHg \\ T_2 = 250\ °C \end{array}\right\}$

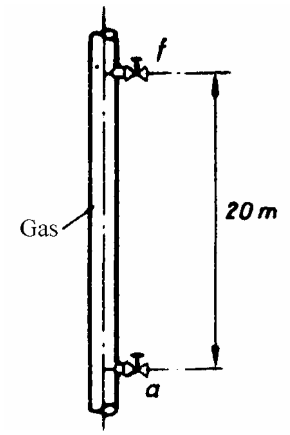
$p_1 - p_2 = ?\ [Pa]$



**1/5** Der Überdruck in einer Gasleitung (siehe Abbildung) am Erdgeschoss beträgt 500 Pa. Man berechne den Überdruck in der Höhe von 20m! In der Gasleitung findet kein Materialtransport statt.

$\rho_{Luft} = 1.2\ kg/m^3$

$\rho_{Gas} = 0.7\ kg/m^3$

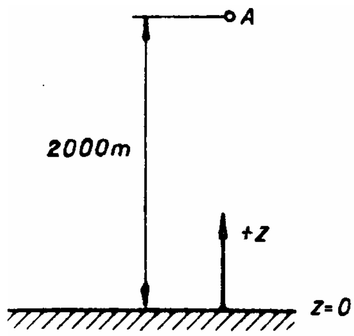



**1/6**

$$z = 0 \begin{Bmatrix} p_0 = 10^5\ N/m^2 \\ \rho_0 = 1.2\ kg/m^3 \end{Bmatrix} \quad \begin{matrix} Luft \\ R = 288\ J/kgK \end{matrix}$$

a.) $T_0 = ?\ [K]$

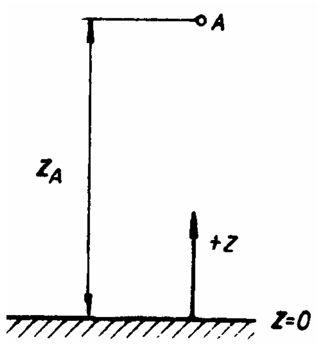
b.) $p_A = ?\ [Pa]$, wenn die Temperatur im Bereich $0 \le z < 2000m$ konstant ist.




**1/7** $p_A = 0.5 \cdot 10^5 N/m^2$

$$z = 0 \begin{Bmatrix} p_0 = 10^5\ N/m^2 \\ \rho_0 = 1.25\ kg/m^3 \end{Bmatrix} \quad \begin{matrix} Luft \\ R = 288 J/kgK \end{matrix}$$

$z_A = ?\ [m]$ wenn die Temperatur im Bereich $0 \le z < z_A$ konstant ist.

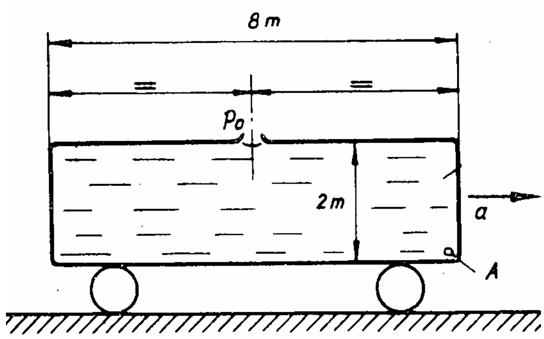



**1/8** Der Behälter ist mit Öl gefüllt.

$\rho_{Öl} = 950\ kg/m^3$

$a = 3\ m/s^2$

$p_A - p_0 = ?\ [Pa]$

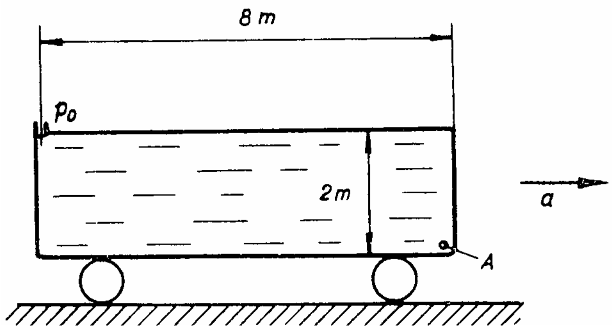


**1/9** Der Behälter ist mit Öl gefüllt.

$\rho_{Öl} = 950\ kg/m^3$

$p_A - p_0 = 0\ Pa$

$a = ?\ \left[m/s^2\right]$

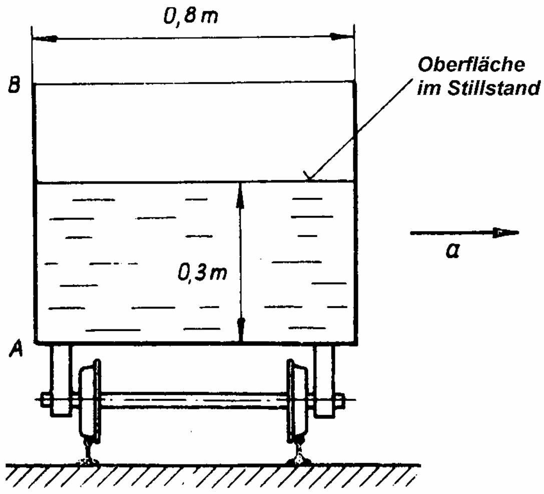



**1/10** Der Kesselwagen bewegt sich in einer Kurve mit der zentripetaler Beschleuningung von $a = 3\ m/s^2$.

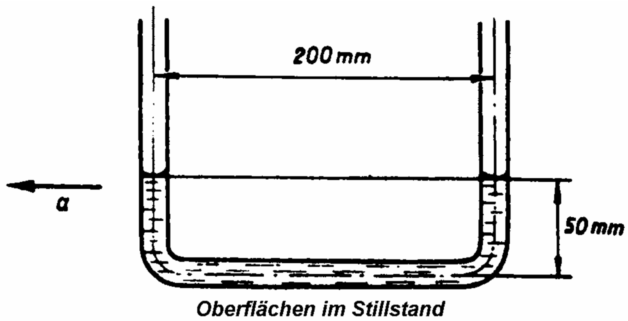
Der Tank ist mit Wasser gefüllt.

a.) Wie groß ist die Erhöhung der Wasseroberfläche an der A-B Seite?

b.) Wie groß ist die an die A-B Wand angreifende Kraft, wenn der Tankwagen 1.6m lang ist?



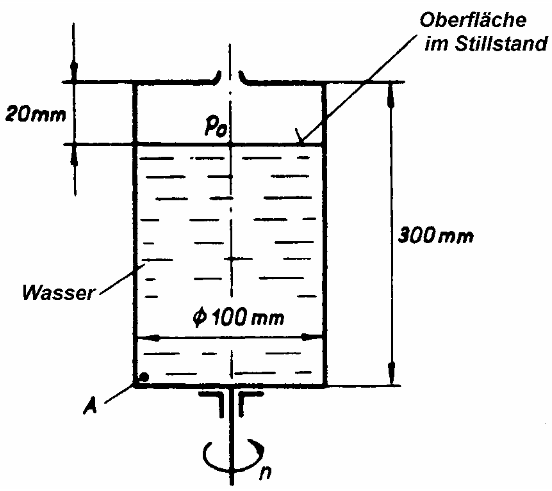

**1/11** Man berechne den Gleichgewichtszustand der Flüssigkeitsoberflächen, wenn sich das U-Rohr mit einer Beschleunigung von $a = \dfrac{g}{2}$ bewegt!




**1/12** $n = 1000\ 1/\min$

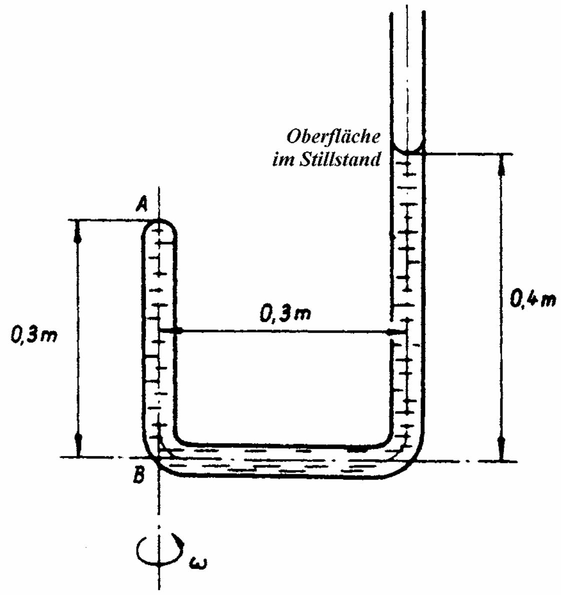
$\rho_{Wasser} = 1000\ kg/m^3$

$p_A - p_0 = ?\ [Pa]$



**1/13** Das Rohr ist mit Wasser gefüllt. Der Umgebungsdruck ist $p_0 = 10^5\ Pa$.

Bei welcher Winkelgeschwindigkeit wird $p_A = 0.8 \cdot 10^5\ Pa$ sein?

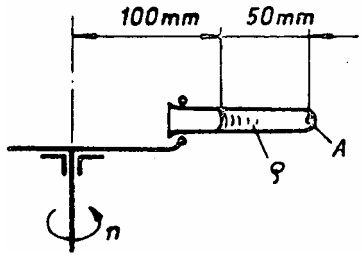



**1/14** Die Auswirkung der Gravitation ist vernachlässigbar.

$\rho = 800\ kg/m^3$

$n = 6000\ \ 1/\min$

$p_A - p_0 = ?$



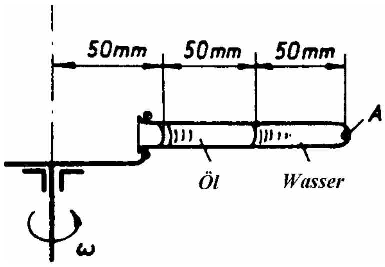

**1/15** Die Auswirkung der Gravitation ist vernachlässigbar.

$\omega = 100\ \ 1/s$

$\rho_{Wasser} = 1000\ kg/m^3$

$\rho_{Öl} = 800\ kg/m^3$

$p_A - p_0 = ?\ [Pa]$




**1/16** Wie groß ist die Oberfläche deren Eisscholle, die ein Mensch mit dem Gewicht von 75kg tragen kann, wenn die Dicke der Eisscholle 10cm und die Dichte des Eises 900 kg/m$^3$ ist?

**1/17** Das Seil ist gewichtlos.

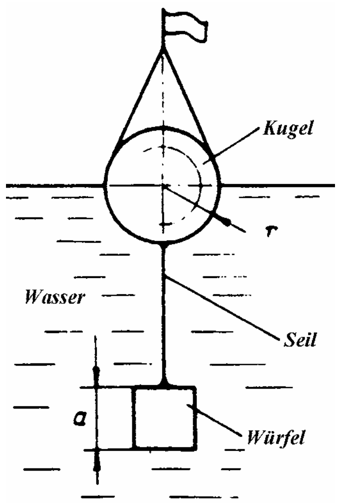
$\rho_{Würfel} = 2300\ kg/m^3$

$\rho_{Wasser} = 1000\ kg/m^3$

$r_{Kugel} = 300\ mm$

$G_{Kugel} = 200N$

$a = ?\ [m/s^2]$

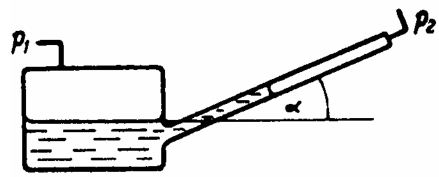



**1/18** Man berechne die Antriebskraft von einem mit heißen Luft (60°C) gefüllten Ballon, wo der Durchmesser des Ballons 10m, die Umgebungstemperatur 0°C ist! Der Druck im Ballon und draußen beträgt $10^5$ Pa. Das Gewicht des Ballons kann vernachlässigt werden.

**1/19** $p_1 - p_2 = 20\ N/m^2$

$\rho_{Flüssigkeit} = 800\ kg/m^3$

$\alpha = ?\ [°]$ wenn der Ablesefehler der Flüssigkeitssäule von $\pm 1mm$ einen Relativfehler von $\pm 2\%$ in $p_1 - p_2$ verursacht.



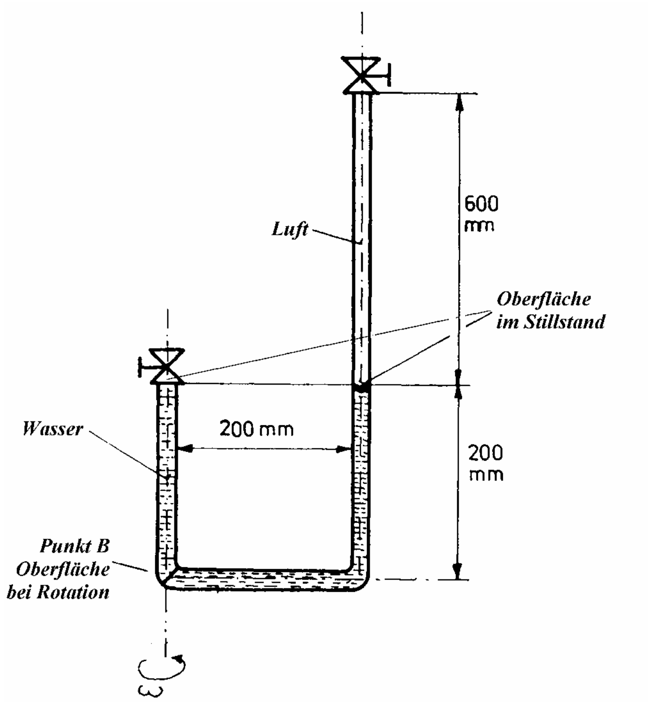

**1/20** Nach der Auffüllung des U-Rohrs werden beide Kugelhähne geschlossen. Während der Rotation sinkt die Wasseroberfläche in dem linken Rohr bis Punkt B (s Abb.).

$p_0 = 10^5\ Pa$

$p_{Sättigungsdruck} = 2 \cdot 10^4\ Pa$

$T = konst$

$\omega = ?\ [1/s]$



# 2 Kinematik

**2/1** Die Druckerhöhung ist vernachlässigbar klein.

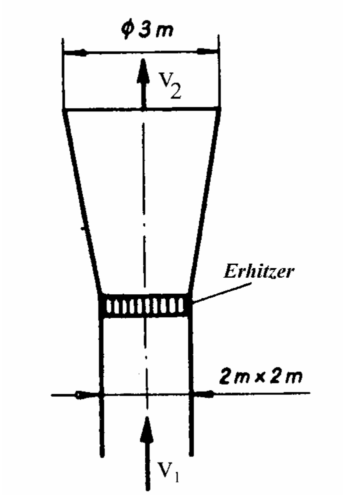
$q_v = 40\ m^3/s$

$t_1 = 15\ °C$

$t_2 = 80\ °C$

$v_1 = ?\ [m/s]$

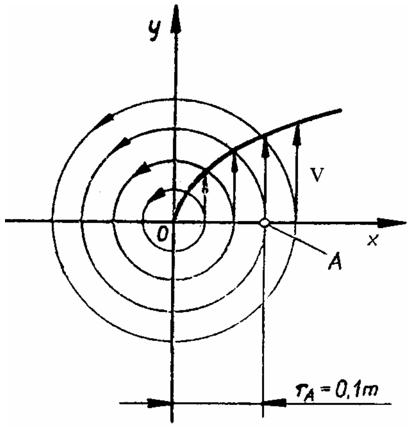
$v_2 = ?\ [m/s]$




**2/2** Zweidimensionale Strömung:

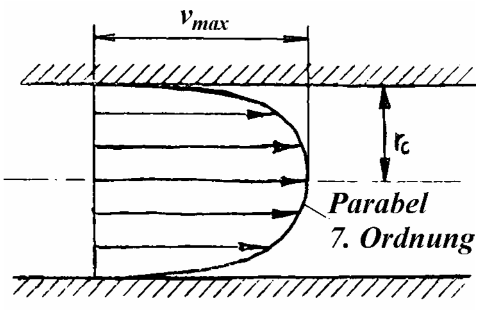
$|\underline{v}| = 10\sqrt{r}$

$\left[(rot\ \underline{v})_z\right]_A = ?\ [1/s]$




**2/3** Rotationsymmetrische Strömung.

$\frac{v_{durchschn.}}{v_{\max}} = ?$

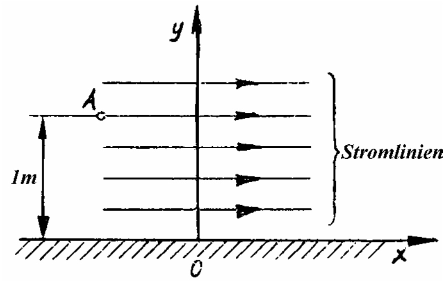



**2/4** Zweidimensionale instationäre Strömung.

$v_y = 0$

$v_x = 5yt^2$

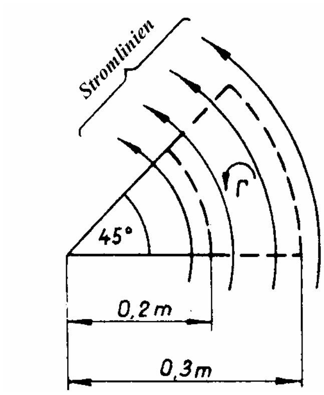
Man berechne die lokale und konvektive Beschleunigung im Punkt 'A' bei $t = 0.5\ s$ !



**2/5** Man berechne die Zirkulation entlang der punktgestrichelte Linie!

$v = \frac{2}{r^2}$

$\Gamma = ? \left[m^2 / s\right]$

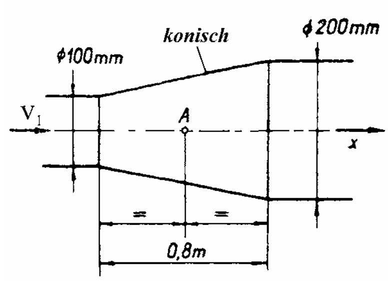



**2/6** Man berechne die konvektive Beschleunigung!

$v_1 = 20\ m/s$

$\rho = const.$

$\left[a_{konv}\right]_A = ? \left[m/s^2\right]$

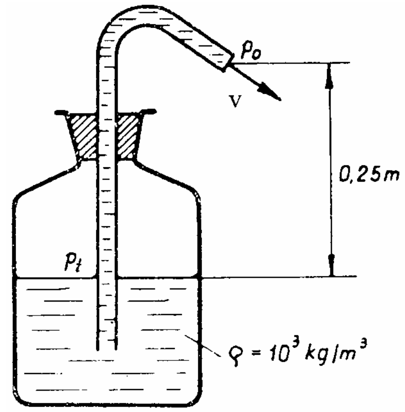


# 3 Bernoullische Gleichung

**3/1** $p_t = 3 \cdot 10^5 \ Pa$

$p_0 = 10^5 \ Pa$

$v = ? \ [m/s]$

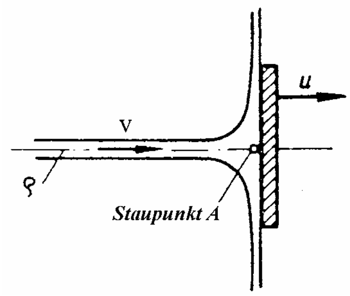



**3/2** $v = 10 \ m/s$

$u = 4 \ m/s$

$\rho = 10^3 \ kg/m^3$

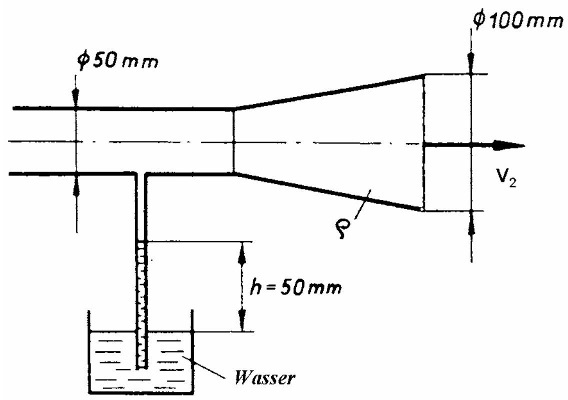
$p_A - p_0 = ? \ [Pa]$




**3/3** Die Reibungsverluste sind vernachlässigbar.

$\rho = 1.2 \ kg/m^3$

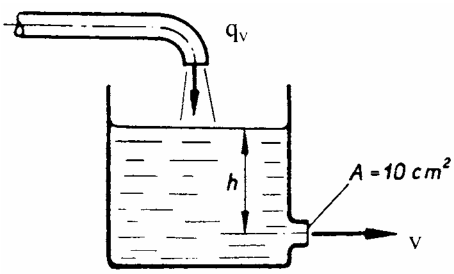
$v_2 = ? \ [m/s]$




**3/4** Stationäre Strömung.

$q_V = 0.1 \ m^3/\min$ .

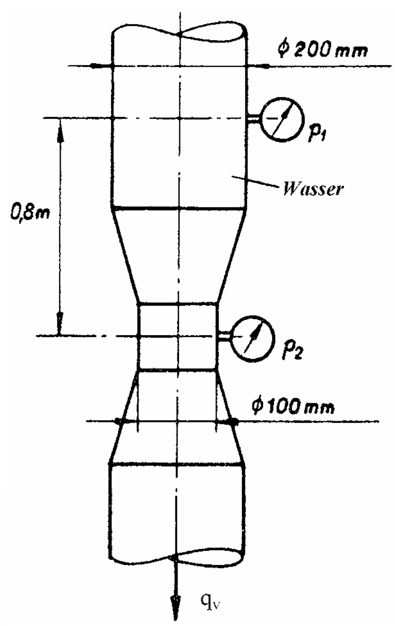
$h = ? \ [m]$



**3/5** $p_1 = 1.6 \cdot 10^5\ Pa$

$p_2 = 1.2 \cdot 10^5\ Pa$

$q_V = ?\ \left[m^3/s\right]$

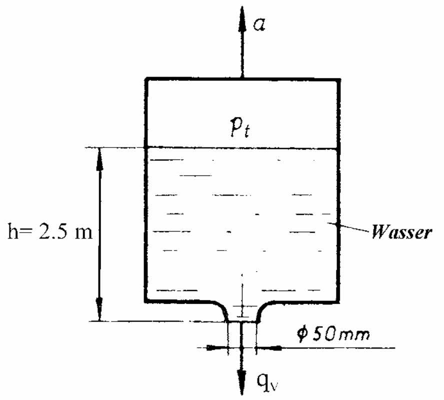



**3/6** $a = 12\ m/s^2$

$p_0 = 10^5\,Pa$

$p_t = 0.5 \cdot 10^5\,Pa$

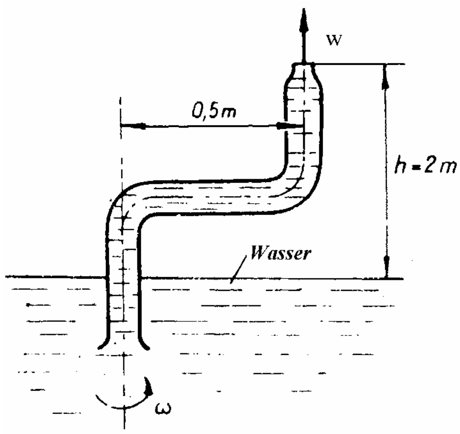
$q_V = ?\ \left[m^3/s\right]$




**3/7** $\omega = 25\ 1/s$

$w = ?\ \left[m/s\right]$

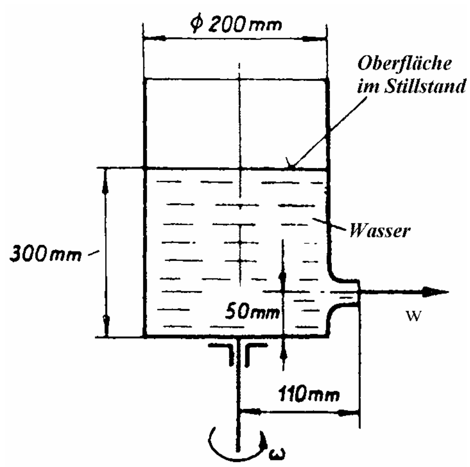
(w: Relativgeschwindigkeit)



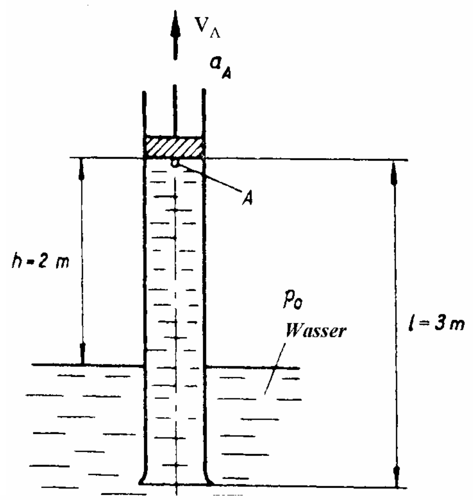

**3/8** $w = 3\,m/s$

$\omega = ?\ \left[1/s\right]$

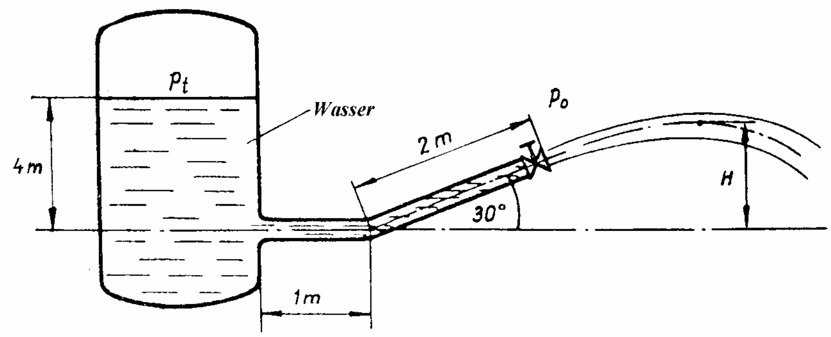
(w: Relativgeschwindigkeit)



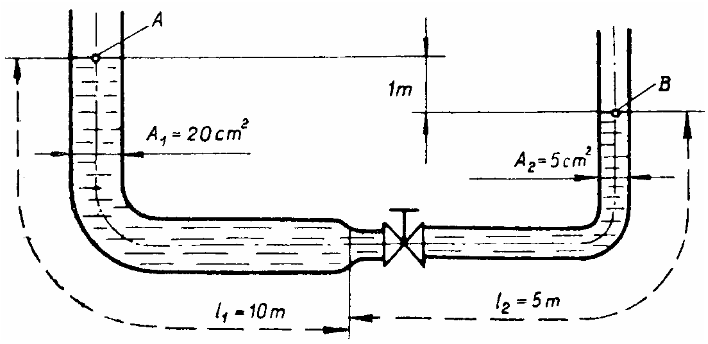
**3/9**
$p_0 = 10^5\ N/m^2$
$p_A = 0$
$v_A = 4\ m/s$
$a_A = ?\ \left[m/s^2\right]$



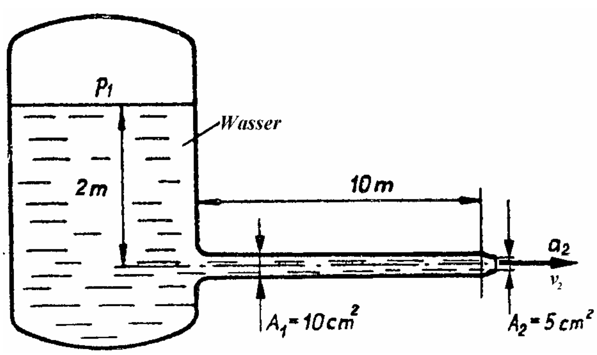

**3/10** $p_0 = 10^5\ Pa$
$p_1 = 0.9 \cdot 10^5\ Pa$
Die Reibungsverluste sind vernachlässigbar.
a.) Man berechne die Anfangsbeschleunigung 'a' beim Öffnen des Hahnes!
b.) H = ? [m] im stationären Fall?




**3/11** Man berechne die Anfangsbeschleunigung 'a' im Punkt 'B' beim Öffnen des Hahnes!



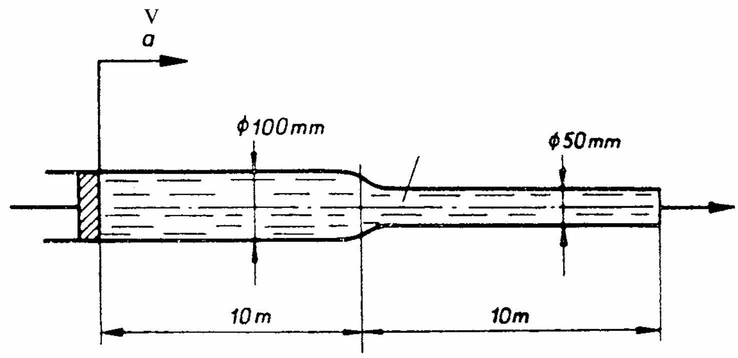

**3/12** Man berechne die Anfangsbeschleunigung 'a' beim Austritt!
$p_t = 2 \cdot 10^4\ N/m^2\ (\ddot{U}berdruck)$
$v_2 = 0\ m/s$



**3/13** $v = 1\ m/s$

$a = 1\ m/s^2$

Die Reibungsverluste sind vernachlässigbar. Man berechne die Schubkraft, die die Kolbenstange bewegt!



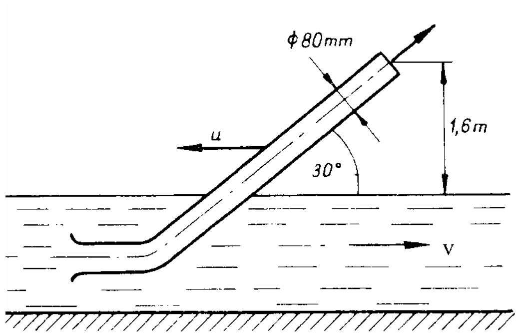

**3/14** $u = 72\ km/h$

$v = 4\ m/s$

Die Reibungsverluste sind vernachlässigbar.

a.) $q_V = ?\ \left[m^3/s\right]$

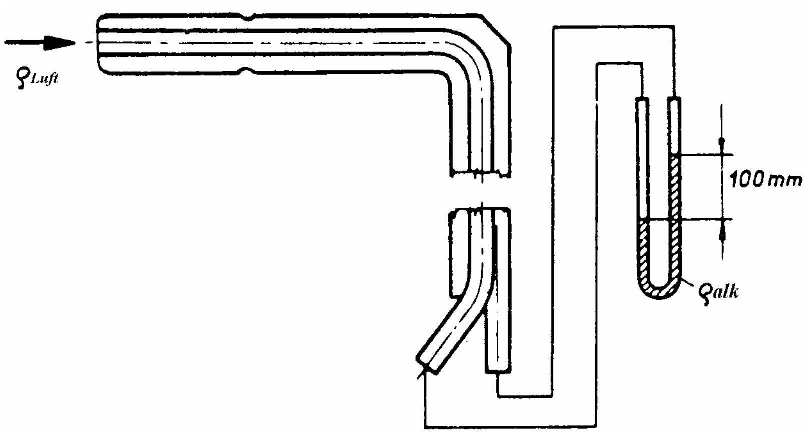
b.) Man berechne die Leistung der Schubkraft, die das Rohr in Bewegung hält!




**3/15** $\rho_{alk} = 800\ kg/m^3$

$\rho_{Luft} = 1.2\ kg/m^3$

$v = ?\ \left[m/s\right]$



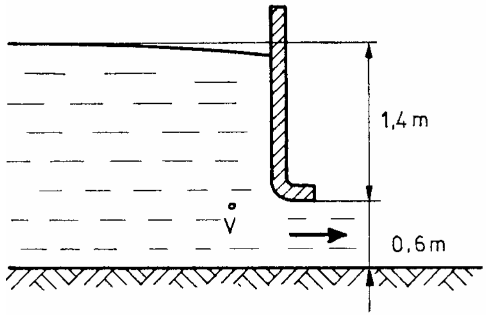

**3/16** Der Innendurchmesser einer Messblende ist $d = 200$ mm. Kontraktionsziffer $\alpha = 0.7$ Kompressibilitätsfaktor $\varepsilon = 1$. Das gemessene Druckabfall ist $\Delta p = 600\ N/m^2$. $\rho = 1.3\ kg/m^3$.

$q_V = ?\ \left[m^3/s\right]$

**3/17** Die Breite der Strömung ist 1m.

a.) Man bestimme die vertikale Geschwindigkeits-verteilung am Ausfluss! (Diagram)

b.) Man bestimme der Volemenstrom $q_V$ $\left[m^3/s\right]$!




**3/18** Horizontale, zweidimensionale Potentialströmung.

$r_1 = 0.5\ m$

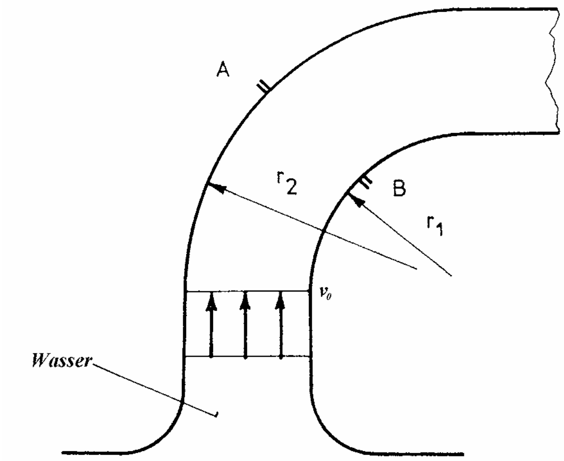
$r_2 = 0.8\ m$

$v_0 = 5\ m/s$

a.) Man bestimme die Geschwindigkeits-verteilung in dem Bogen!

b.) $p_A - p_B = ?$ $[Pa]$

c.) $\dfrac{p_A - p_B}{\rho \dfrac{v_0^2}{2}} = f\left(\dfrac{r_2}{r_1}\right)$? (Man zeichne ein Diagramm!)

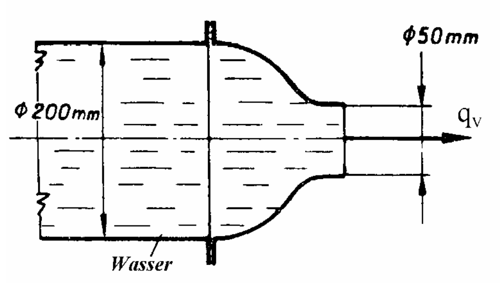


# 4 Impulssatz

**4/1** Man bestimme die auf dem kegelförmigen Rohrstück wirkende, horizontale Kraft!

$q_V = 3.5\ m^3/\min$

Die Reibungsverluste sind vernachlässigbar.




**4/2** $v_1 = 30\ m/s$

$u = 13\ m/s$

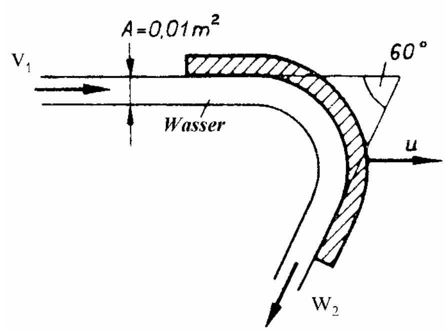
Die Reibungsverluste sind vernachlässigbar.

a) $|\underline{v}_2| = ?\ [m/s]$

b) Man bestimme den Ablenkungswinkel $\beta\ [°]$ (Winkel zwischen $\underline{v}_1$ und $\underline{v}_2$)!

c) Man berechne die auf die Schaufel wirkende Kraft!

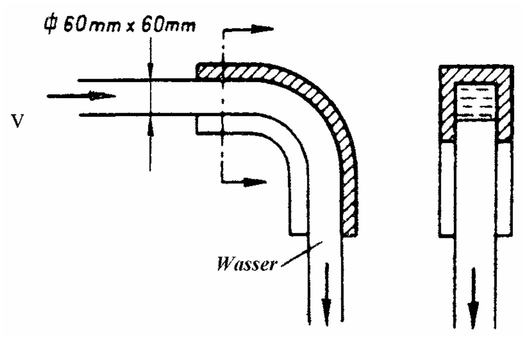
d) Wie verändert sich die kinetische Energie von 1kg Wasser während der Ablenkung?




**4/3** $v = 10\ m/s$

Die Reibungsverluste und die Auswirkung der Gravitation sind vernachlässigbar.

Man berechne die auf die Krümmung wirkende Kraft!

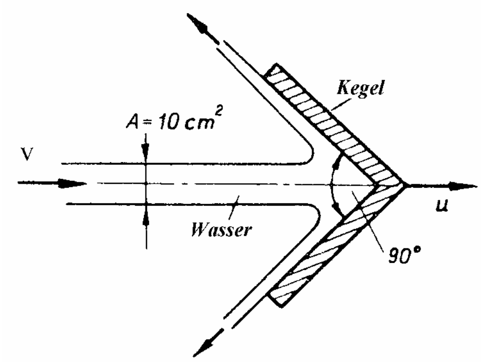



**4/4** $v = 10\ m/s$

$u = 2\ m/s$

Die Reibungsverluste und die Auswirkung der Gravitation sind vernachlässigbar.

Man berechne die auf den bewegenden, kegelförmigen Körper wirkende Kraft!

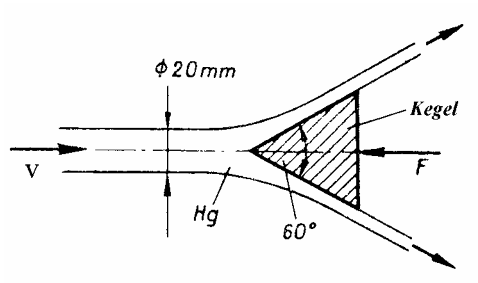


**4/5** $v = 10\, m/s$

$\rho_{Hg} = 13600\, \mathrm{kg/m^3}$

Die Reibungsverluste und die Auswirkung der Gravitation sind vernachlässigbar.

Man berechne die auf den kegelförmigen Körper wirkende Kraft!

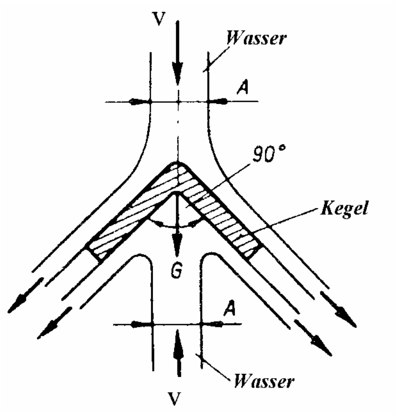



**4/6** $A = 10^{-4} m^2$

$v = 10\, m/s$

Die Reibungsverluste und die Auswirkung der Gravitation sind vernachlässigbar.

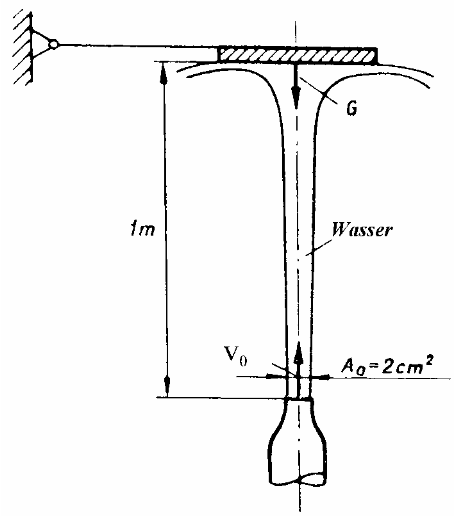
Man berechne das Gewicht des Kegels ('G' [N])!




**4/7** Die Reibungsverluste sind vernachlässigbar.

$G = 1\, N$

$v_0 = ?\, [m/s]$

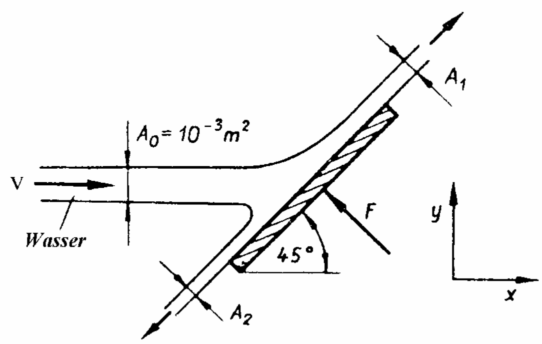



**4/8** Zweidimensionale Strömung.

$v = 30\, m/s$

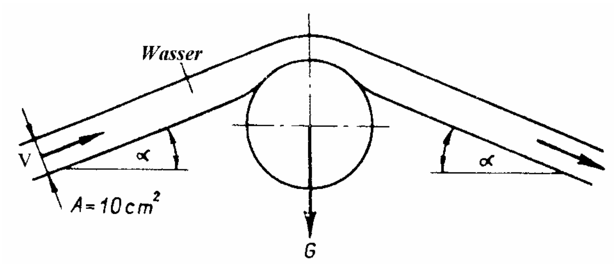
a) $F = ?\ [N]$

b) $A_1/A_2 = ?$



**4/9** Zweidimensionale Strömung.
Die Reibungsverluste und die Auswirkung der Gravitation sind vernachlässigbar.

$\alpha = ?\ [°]$

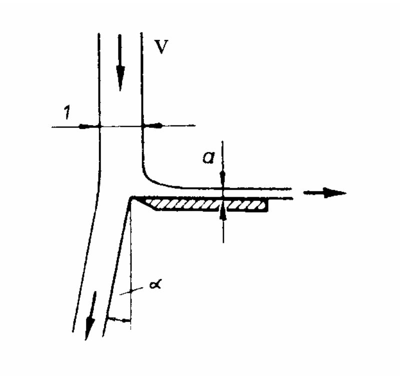



**4/10** Zweidimensionale Strömung.Die Reibungsverluste und die Auswirkung der Gravitation sind vernachlässigbar.

$v = 10\ m/s$

$\alpha = 15°$

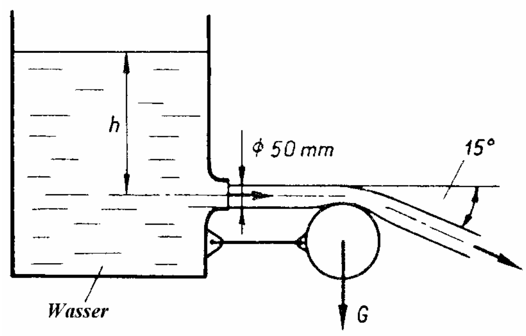
$G = ?\ [N]$




**4/11** Die Reibungsverluste sind vernachlässigbar.
Der Zylinder wird mit der Hilfe des Wasserstrahles in seiner Position (s. Abb.) gehalten.

$G = 10\ N$

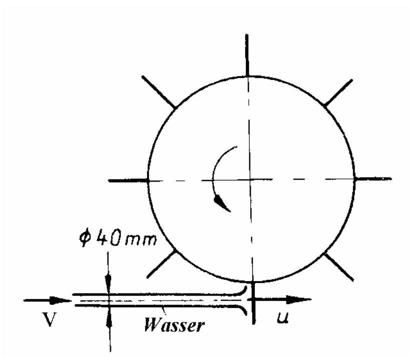
$h = ?\ [m]$




**4/12** $v = 10\ m/s$

$u = 6\ m/s$

Die Reibungsverluste sind vernachlässigbar.
Man berechne die durch den Wasserstrahl auf das Schaufelrad übertragene Kraft!

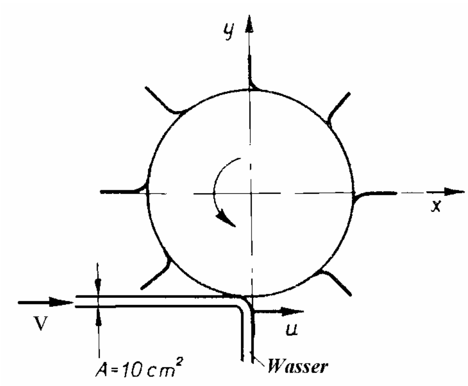


**4/13** $v = 20\ m/s$

$u = 6\ m/s$

Die Reibungsverluste sind vernachlässigbar.

Man berechne die x und y Komponenten der auf das Schaufelrad wirkenden Kraft!




**4/14** $v_1 = 2\ m/s$

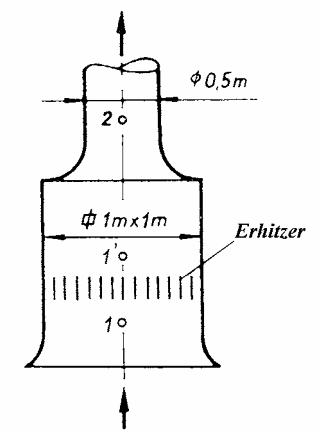
$\rho_1 = 1.2\ \mathrm{kg/m^3}$

$t_1 = 20°\mathrm{C}$

$t_{1'} = t_2 = 300°\mathrm{C}$

Die Reibungsverluste, die Auswirkung der Gravitation und die aus der Druckveränderung stammende Dichteveränderung sind vernachlässigbar.

$p_1 - p_2 = ?\ [Pa]$




**4/15** $v_1 = 2\ m/s$

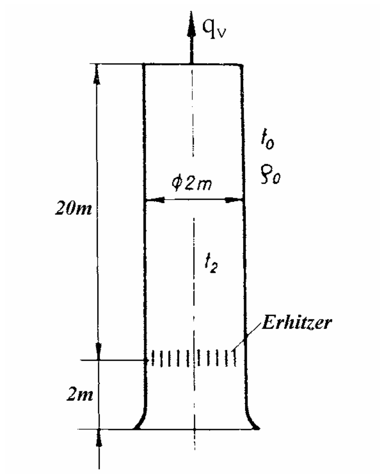
$\rho_0 = 1.29\ kg/m^3$

$t_0 = 0°C$

$t_2 = 273°C$

Die Reibungsverluste und die aus der Druckveränderung stammende Dichteveränderung sind vernachlässigbar.

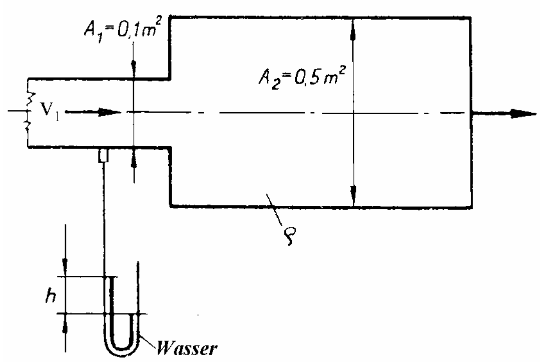
$q_V = ?\ [m^3/s]$




**4/16** $v_1 = 20\ m/s$

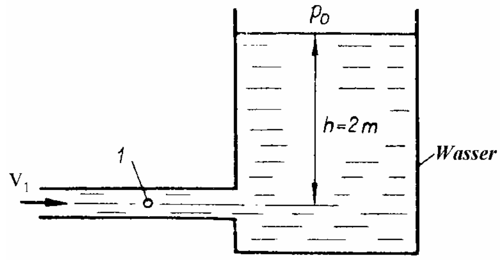
$\rho = 1\ kg/m^3$

$h = ?\ [m]$



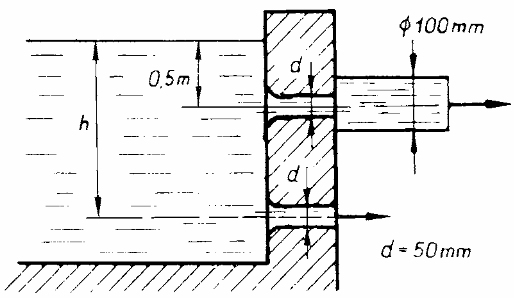
**4/17** Die Reibungsverluste im Rohr sind vernachlässigbar.

$p_1 - p_0 = ?\ [Pa]$



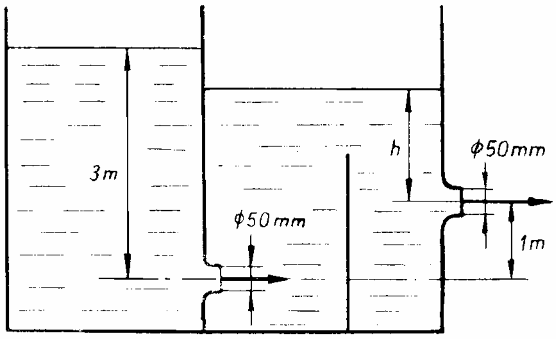

**4/18** Die Volumenströme durch die Röhrchen sollen gleich sein. Der Verlust infolge der Durchmesseränderung muss in Betracht genommen werden.

$h = ?\ [m]$



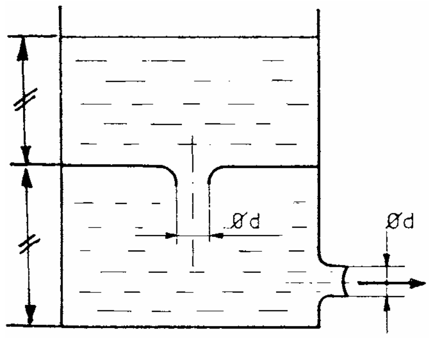

**4/19** Stationäre Strömung.

$h = ?\ [m]$



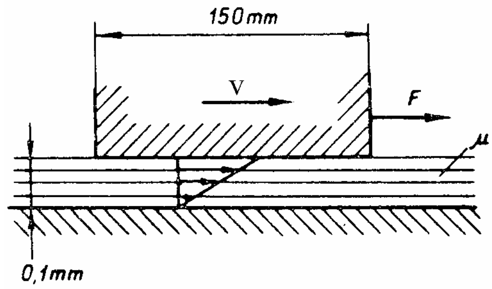

**4/20** Man bestimme die wegen des Entfernens der Zwischenplatte auftretende Volumenstromzunahme!

$q_V\big|^{\text{ohne Zwischenplatte}} - q_V\big|^{\text{mit Zwischenplatte}} = ?$



# 5 Hydraulik

**5/1** Die Breite des Spaltes ist 100 mm (senkrecht auf die Zeichnungsebene).

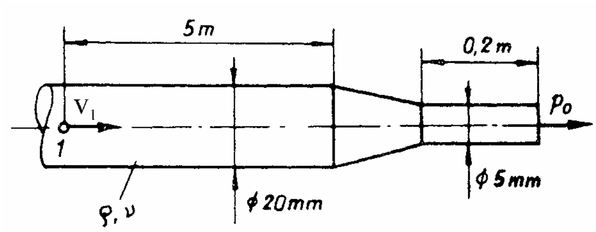



$v = 0.5\ m/s$

$\mu = 0.1\ kg/ms$

$F = ?\ [N]$

**5/2** Die Reibungsverluste im Konfusor sind vernachlässigbar.



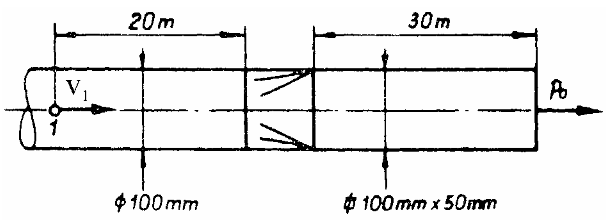

$v_1 = 0.5\ m/s$

$\rho = 850\ kg/m^3$

$\nu = 10^{-5} m^2/s$

$p_1 - p_0 = ?\ [Pa]$

**5/3** Die Reibungsverluste im Zwischenstück sind vernachlässigbar.




$v_1 = 10\ m/s$

$\rho = 1.2\ kg/m^3$

$\nu = 14 \cdot 10^{-6} m^2/s$

$p_1 - p_0 = ?\ [Pa]$

**5/4** Man bestimme den Zusammenhang zwischen dem Durchmesser und der Reynoldssche Zahl sowie zwischen dem Durchmesser und dem Rohrreibungsverlust in einem glatten Rohr im laminären und turbulenten Fall, wenn der Volumenstrom konstant ist!

**5/5** Man bestimme den Zusammenhang zwischen dem Volumenstrom und dem Rohrreibungsverlust im laminären und turbulenten Fall!

**5/6** Man bestimme den Durchmesser dessen Rohres, durch das Öl mit dem Volumenstrom von $q_V = 2 \cdot 10^{-4} m^3/s$ fließt ($\rho_{Öl} = 800\ kg/m^3, \nu_{Öl} = 10^{-4} m^2/s$). Das Rohr ist 10m lang, und der maximale zur Verfügung stehende Druckabfall ist $2 \cdot 10^5$ Pa.

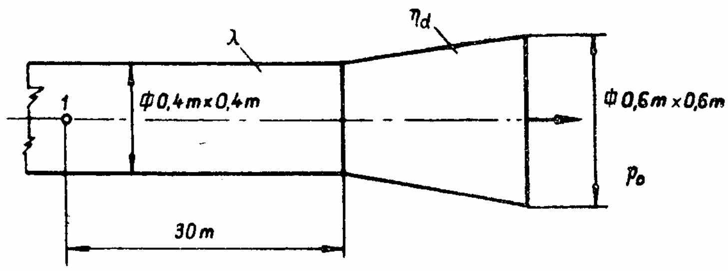
**5/7** $q_V = 8000\ m^3/h$

$\rho = 1.2\ kg/m^3$

$\lambda = 0.025$

$\eta_D = 0.8$

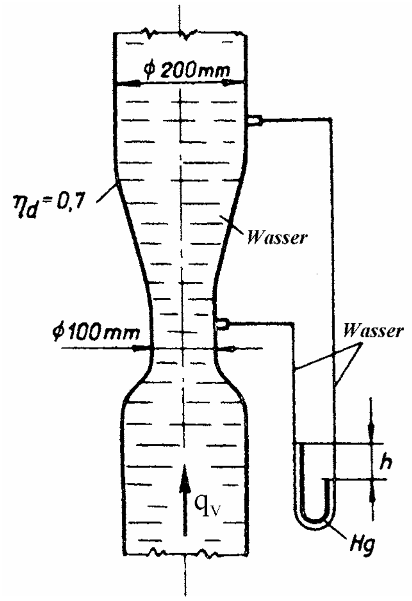
$p_1 - p_0 = ?\ [Pa]$




**5/8** $q_V = 1200\ l/\min$

$\rho_{Hg} = 13.6 \cdot 10^3\ kg/m^3$

$h = ?\ [m]$

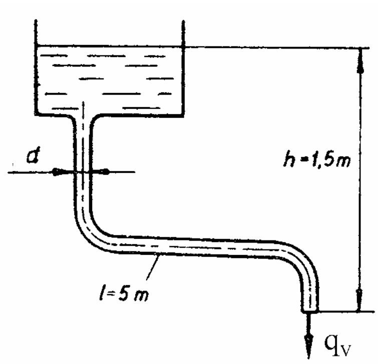



**5/9** Die Schmiervorrichtung muss Öl mit dem Volumenstrom von $q_V = 0.05 \cdot 10^{-3}\ m^3/s$ fördern. Bei der Kalkulation der Reibungsverluste kann das Rohr als gerade betrachtet werden.

$\rho_{Öl} = 800\ kg/m^3$

$\nu_{Öl} = 10^{-4} m^2/s$

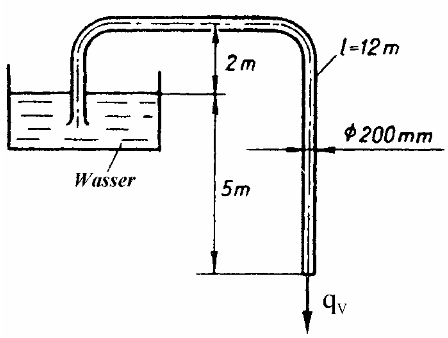
$d = ?\ [mm]$




**5/10** Die Reibungsverluste der Bögen sind vernachlässigbar.

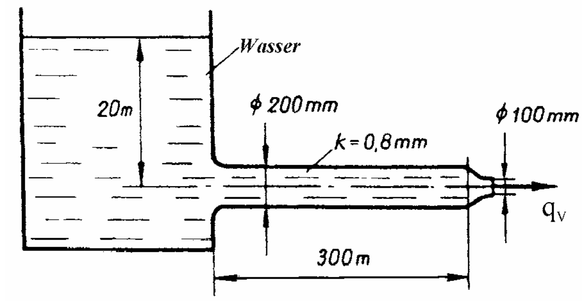
$\nu_{Wasser} = 1.3 \cdot 10^{-6} m^2/s$

$q_V = ?\ [m^3/s]$



**5/11** $\nu_{Wasser} = 1.3 \cdot 10^{-6} m^2/s$

$q_V = ?\ [m^3/s]$

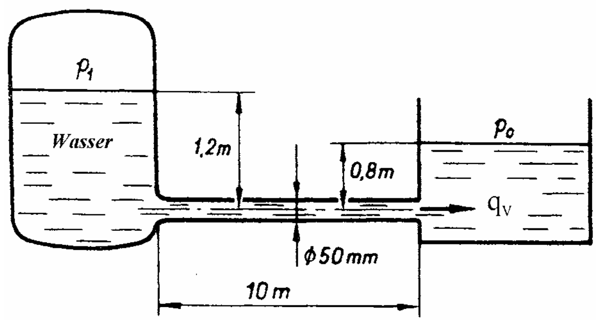



**5/12** Hidraulisch glatte Rohrinnenwand.

$\nu_{Wasser} = 1.3 \cdot 10^{-6} m^2/s$

$q_V = 5\ l/s$

$p_1 - p_0 = ?\ [Pa]$

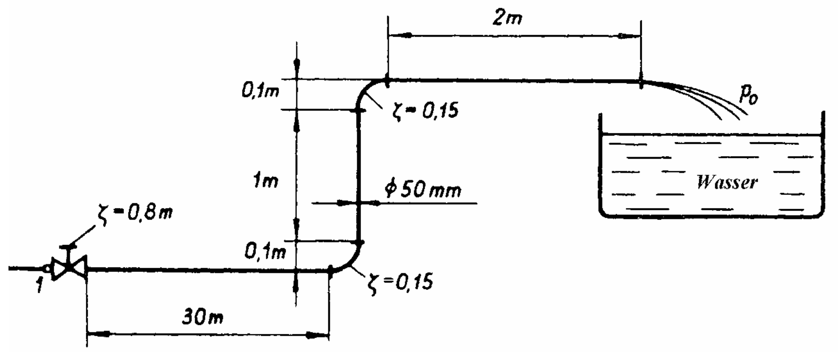



**5/13** Hidraulisch glatte Rohrinnenwand.

$\nu_{Wasser} = 1.3 \cdot 10^{-6} m^2/s$

$q_V = 180\ l/\text{min}$

$p_1 - p_0 = ?\ [Pa]$



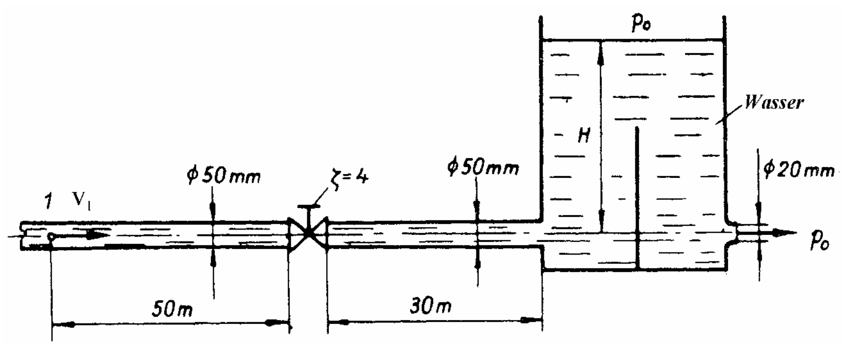

**5/14** Hidraulisch glatte Rohrinnenwand, stationäre Strömung.

$\nu_{Wasser} = 1.3 \cdot 10^{-6} m^2/s$

$v_1 = 1\ m/s$

a) $H = ?\ [m]$

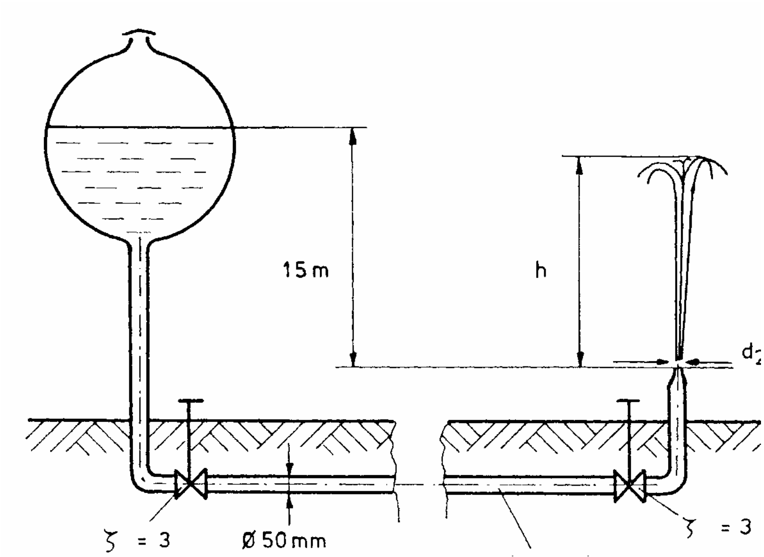
b) $p_1 - p_0 = ?\ [Pa]$



**5/15** Ein Zapfen dreht sich in einer Bohrung mit der Drehzahl von 2880 1/min. Die geometrischen Daten sind: Zapfenlänge 100mm, Zapfendurchmesser 60mm, Spaltenbreite zwischen Zapfen und Bohrung 0,2mm, Viskosität des Öles $\mu_{Öl} = 0.01\, kg/ms$. Man berechne die benötigte Drehleistung. Wie kann diese Leistung reduziert werden?

**5/16** a) Man berechne den Auslassdurchmesser des Konfusors $d_2$, wenn die Höhe des Wasserstrahles 12m ist!

b) Man berechne den Volumenstrom $q_V\, [m^3/s]$ durch das Rohr! Die Reibungsverluste der Bögen, des Konfusors sowie zwischen Luft und Wasser sind vernachlässigbar.

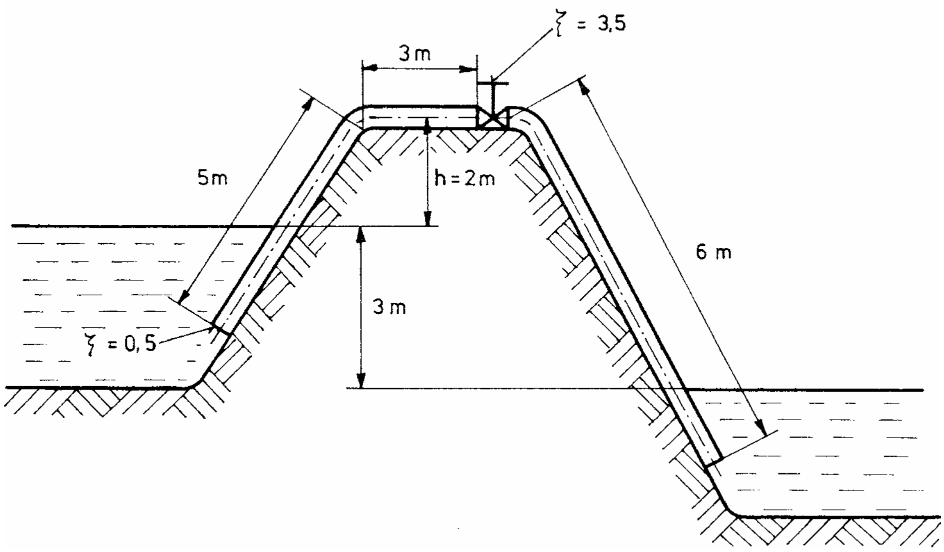


*Stahlrohr mit der Länge von 200m*

**5/17** Mit der Hilfe der Rohrleitung (s. Abb.) wird Wasser mit dem Volumenstrom von $q_V = 18\, m^3/h$ gefördert.

a) Man berechne den minimalen Durchmesser des Rohres!

b) Man gebe die maximale Dammhöhe an, über dem der Transport noch möglich ist! (Prinzipielle Atwort)



# 6 Gasdynamik

**6/1** $p_1 = 1.5\,bar,\ \ p_2 = 1\,bar$

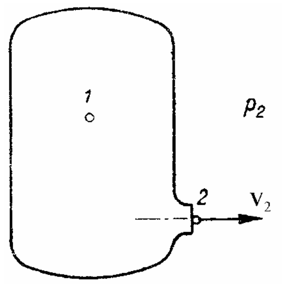
$T_1 = 300\ K$

$c_p = 1000\ J/kg\ K$

$\kappa = 1.4$

Izentropische Zustandsänderung.

$v_2 = ?\ [m/s]$




**6/2** $p_1 = 1.3\cdot 10^5\ Pa,\ \ p_2 = 10^5\ Pa$

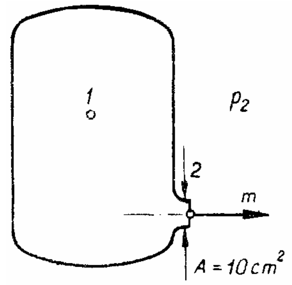
$T_1 = 273\ K$

$R = 287\ J/kg\ K$

$\kappa = 1.4$

Izentropische Zustandsänderung.

$q_m = ?\ [kg/s]$




**6/3** $p_1 = 1.4\,bar,\ \ p_2 = 1\,bar$

$t_1 = 20\ °C$

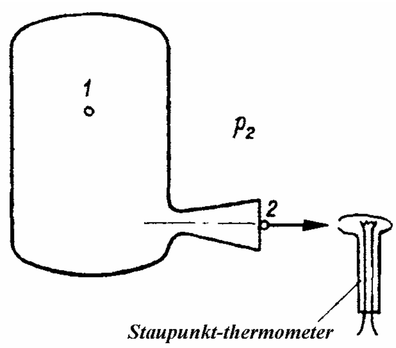
$\kappa = 1.4$

Izentropische Zustandsänderung.

a) $t_{2\,stat} = ?\ [°C]$

b) $t_{2\,total} = ?\ [°C]$

(Die Temperatur wird mit Hilfe eines Staupunkt-thermometers gemessen)




**6/4** $p_1 = 4\,bar,\ \ p_2 = 1\,bar$

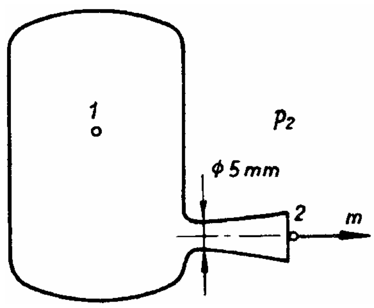
$T_1 = 300\ K$

$R = 287\ J/kg\ K$

$\kappa = 1.4$

Izentropische Zustandsänderung.

$q_m = ?\ [kg/s]$



**6/5** $p_1 = 4\ bar,\ \ p_2 = 1\ bar$

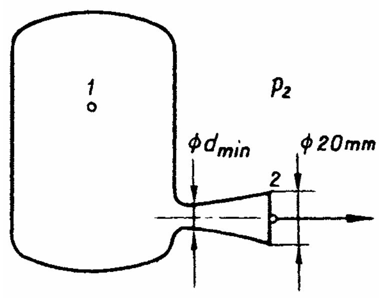
$t_1 = 70\ °C$

$R = 287\ J/kg\ K$

$\kappa = 1.4$

Izentropische Zustandsänderung.

$d_{\min} = ?\ [mm]$



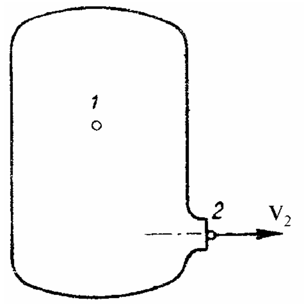

**6/6** Man gebe die Formel an, mit dem $v_2$ bestimmbar ist!

a) $\frac{p_2}{p_1} = 0.99$

b) $\frac{p_2}{p_1} = 0.6$

c) $\frac{p_2}{p_1} = 0.4$

Izentropische Zustandsänderung.




**6/7** Lufttemperatur $t = -40\ °C$, Strömungsgeschwindigkeit $v = 180\ m/s$, $\kappa = 1.4$, $R = 287\ J/kg\ K$.

Man berechne die Machsche Zahl (Ma)!

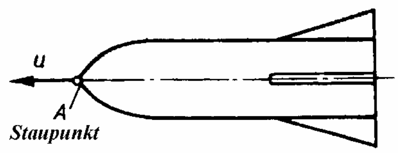
**6/8** Die Temperatur von Karbon-dioxide $t = 20\ °C$, Machsche Zahl $Ma = 0.3$. $\kappa = 1.3$, $R = 189\ J/kg\ K$.

Man bestimme Strömungsgeschwindigkeit! $v\,[m/s]$

**6/9** Eine Rakete fliegt in der Atmosphäre ($t_{Umgebung} = -23\ °C$) mit der Geschwindigkeit $u = 400\ m/s$.

$c_p = 1000\ J/kgK$

$t_A = ?\ [°C]$

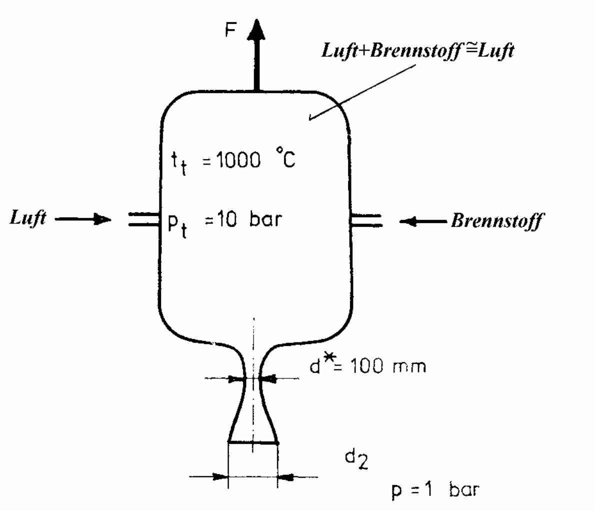


**6/10** Ein Flugzeug fliegt in der Atmosphäre $t_{Umgebung} = 0\,°C$ mit der Geschwindigkeit von $u = 200\,m/s$. Die relative Geschwindigkeit $\mathrm{w}_2$ ist $250\,\mathrm{m/s}$ in einem bestimmten Punkt des Flügels. $R = 287\,J/kg\,K$, $\kappa = 1.4$. Man berechne die Machsche Zahl in dem Punkt!

**6/11** $R = 287\,J/kg\,K$, $c_p = 1000\,J/kgK$, $\kappa = 1.4$.

a) Man berechne den zu izentropischen Aussfluss benötigten Durchmesser $\mathrm{d}_2$!

b) Man bestimme die Schubkraft des Raketentriebwerkes $F\ [N]$!



# Lösungen

## 1 Hydrostatik

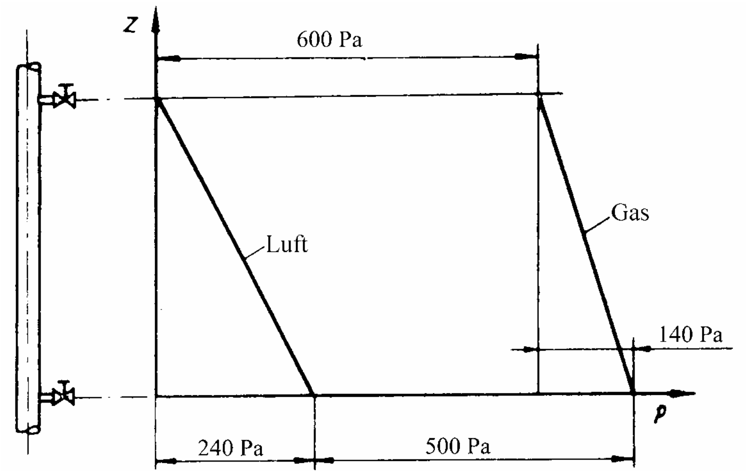
**1/1** $p_A - p_0 = 6200\ N/m^2$

**1/2** $p_1 - p_2 = 12360\ N/m^2$

**1/3** $p_4 - p_1 = 392\ N/m^2$

**1/4** $p_1 - p_2 = 486\ N/m^2$

**1/5** Der Überdruck beträgt am oberen Ventil 600 Pa.




**1/6**

a.) $$T_0 = \frac{p_0}{\rho_0 R} = 290\ K$$

b.) $$\frac{dp}{dz} = -\rho g = -\frac{p}{p_0}\rho_0 g$$

$$\int_{p_0}^{p_A} \frac{dp}{p} = -\frac{\rho_0 g}{p_0} z_A$$

$$\ln\frac{p_A}{p_0} = -\frac{\rho_0 g}{p_0} z_A$$

$$p_A = 0.788 \cdot 10^5\ N/m^2$$

**1/7** $h = 5650\ m$

**1/8** $p_A - p_0 = 7.23 \cdot 10^3 \, N/m^2$

**1/9** $a = 2.45 \, m/s^2$

**1/10** a) $h = 0.422 \, m$

b) $F = 1400 \, N$

**1/11** Die Oberfläche im linken Rohr befindet sich genau in der Krümmung des Rohres, die Höhe der Wassersäule im rechten Rohr ist 100 mm.

**1/12** Das Volumen im Stillstand und bei Rotation ist gleich.

$$R^2 \pi z_0 = \frac{1}{2} r^2 \pi z_1$$

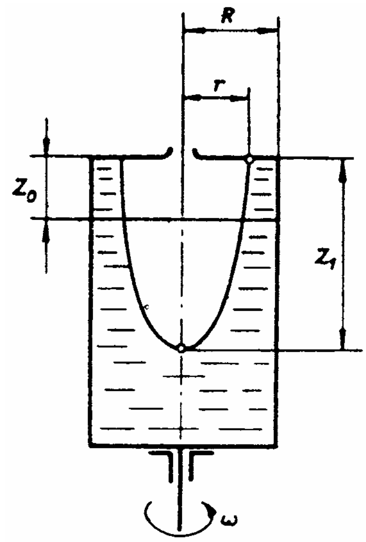
Für die Punkte mit gleichem Potenzial:

$$g \cdot z_1 - \frac{r^2 \omega^2}{2} = 0 \; ; \; r^2 = \frac{2 g z_1}{\omega^2}$$

Aus den zwei Gleichungen folgt:

$$R^2 z_0 = \frac{1}{2} \frac{2 g z_1}{\omega^2} z_1 \quad z_1 = R\omega \sqrt{\frac{z_0}{g}} = 0.236 \, m$$

$$p_A - p_0 = -\rho \left[ g \, z_A - \frac{R^2 \omega^2}{2} \right] = 14300 \, N/m^2$$




**1/13** Man wende die Gleichung:

$$p = -\rho \left( gz - \frac{r^2 \omega^2}{2} \right) + const \, .$$

für die Punkte mit bekanntem Druck an! (Punkt A und ein Punkt der freien Oberfläche im rechten Rohr) Für die Winkelgeschwindigkeit erhält man $\omega = 21.4 \;\; 1/s$ .

**1/14** Man wende die Gleichung $p = -\rho \left( gz - \frac{r^2 \omega^2}{2} \right) + const$ für die Oberfläche der Flüssigkeit an!

$$const. = p_0 - \rho \frac{r_0^2 \omega^2}{2}$$

$$p_A - p_0 = \rho \frac{\omega^2}{2} \left[ r_A^2 - r_0^2 \right] = 19.7 \cdot 10^5 \;\; N/m^2$$

**1/15** Man wende die Glechung $p=-\rho\left(gz-\frac{r^2\omega^2}{2}\right)+\text{const}$ erstens für die Ölsäule und danach für die Wassersäule an! Mit der Substraktion der Gleichungen erhält man den folgenden Ausdruck:

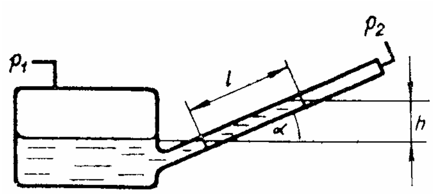
$$p_A-p_0=\frac{\omega^2}{2}\left[\rho_{Öl}\left(0.1^2-0.05^2\right)+\rho_{Wasser}\left(0.15^2-0.1^2\right)\right]=9.25\cdot 10^4\ Pa$$

**1/16** $A=7.5\,m^2$

**1/17** $a=0.3\,m$

**1/18** $F=1200\,N$

**1/19** $h=\frac{20}{800\cdot 9.81}=2.55\,mm$




$l=\frac{\pm 1mm}{\pm 0.02}=50\,mm$

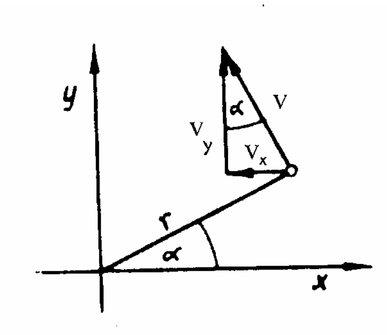
$\sin\alpha=\frac{2.55}{50}=0.051\Rightarrow \alpha=2.9°$

**1/20** $\omega=81.8\ 1/s$

# 2 Kinematik

**2/1** $v_1 = 10\ m/s\ ;\ v_2 = 6.9\ m/s$

**2/2** Lösung im karteschischen Koordinatensystem:




$$v_x = c(-\sin\alpha) = -v\frac{y}{r}\ ;\ v_y = v\cdot\cos\alpha = v\frac{x}{r}$$

$$v_x = -10\sqrt{r}\,\frac{y}{r} = -10\frac{y}{\sqrt{r}} = -10\frac{y}{\sqrt[4]{x^2+y^2}}$$

$$v_y = 10\sqrt{r}\,\frac{x}{r} = 10\frac{x}{\sqrt{r}} = 10\frac{x}{\sqrt[4]{x^2+y^2}}$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial x} = 10\frac{\sqrt[4]{x^2+y^2} - x\frac{1}{4}\left(x^2+y^2\right)^{-3/4}2x}{\sqrt{x^2+y^2}} \quad \text{im Punkt } A: x,y = (0.1,\,0) \Rightarrow \frac{\partial v_y}{\partial x} = 50\sqrt{0.1}$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial x} = 10\frac{\sqrt[4]{x^2+y^2} - x\frac{1}{4}\left(x^2+y^2\right)^{-3/4}2x}{\sqrt{x^2+y^2}} \quad \text{im Punkt } A \Rightarrow \frac{\partial v_x}{\partial y} = -100\sqrt{0.1}$$

$$\left[(rot\ \underline{v})_z\right]_A = \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} = (50+100)\sqrt{0.1} = 47.5\ \ 1/s$$

Lösung mit Polarkoordinaten:

$$\left[(rot\ \bar{c})_z\right]_A = \left[\frac{dc}{dr} + \frac{c}{r}\right]_A = 10\frac{1}{2\sqrt{r}} + \frac{10}{\sqrt{r}} = \frac{15}{\sqrt{r}} = \frac{15}{\sqrt{0.1}} = 47.5\ \ 1/s$$

**2/3**

$$v = v_{\max}\left[1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^7\right]$$

Man teile den Querschnitt in elementaren Ringen mit der Breite 'dr' auf und integriere die elementare Volumenströme für den ganzen Querschnitt!

$$v_{Durchschn.} = \frac{1}{r_0^2\pi}\int_0^{r_0} 2r\pi v(r)\,dr = \int_0^1 2\frac{r}{r_0}v\left(\frac{r}{r_0}\right)\ d\left(\frac{r}{r_0}\right) = 2\int_0^1 \frac{r}{r_0}v_{\max}\left[1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^7\right]d\left(\frac{r}{r_0}\right) =$$

$$\left[2\,v_{\max}\frac{1}{2}\left(\frac{r}{r_0}\right)^2 - 2\,v_{\max}\frac{1}{9}\left(\frac{r}{r_0}\right)^9\right]_0^1 = v_{\max}\left(1-\frac{2}{9}\right) = \frac{7}{9}v_{\max} \Rightarrow \frac{v_{durchschn.}}{v_{\max}} = \frac{7}{9} = 0.778$$

Für eine beliebige Potenz:

$$v = v_{\max}\left[1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^n\right] \Rightarrow \frac{v_{durchschn.}}{v_{\max}} = \frac{n}{n+2}$$

**2/4** $\left[a_{lokale}\right]_{\substack{y=1\\t=0.5}} = 5\ m/s^2$

$a_{konvektive} = 0$

**2/5** $\Gamma = \oint \underline{v}\ d\underline{s} = -2.61\ m^2/s$

**2/6** $r_1^{\,2}\pi v_1 = r^2\pi v$

$$v = v_1 r_1^{\,2}\frac{1}{r^2}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial r}\frac{\partial r}{\partial x} = v_1 r_1^{\,2}\left[-\frac{2}{r^3}\right]\frac{\Delta r}{\Delta x}$$

$$a_{konvektive} = v\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{2v_1^2 r_1^4}{r^5}\frac{\Delta r}{\Delta x}$$

$$\left[a_{konvektive}\right]_A = -\frac{2\cdot 20^2 0.05^4}{0.075^5}\frac{0.05}{0.8} = -132\ m/s^2$$

# 3 Bernoullische Gleichung

**3/1** $$\frac{p_t}{\rho}=\frac{v^2}{2}+\frac{p_0}{\rho}+g\cdot h$$

$v=19.8\,m/s$

**3/2** $$p_A-p_0=\frac{\rho}{2}(v-u)^2=1.8\cdot 10^4\,Pa$$

**3/3** $$\rho_{Wasser}\cdot g\cdot h=\frac{\rho}{2}v^2\left[\left(\frac{100}{50}\right)^4-1\right]\;\Rightarrow\; v=7.4\,m/s$$

**3/4** $$h=\frac{\frac{q_V}{A}}{2\cdot g}=0.141\,m$$

**3/5** $q_V=0.793\,m^3/s$

**3/6** $$\frac{p_t}{\rho}+(g+a)\cdot h=\frac{p_0}{\rho}+\frac{v^2}{2}$$

$q_v=0.00589\,m^3/s$

**3/7** In einem absoluten Koordinatensystem ist die Strömung rotationsfrei ($rot\,\underline{v}=0$). Für die Rotation des Geschwindigkeitsfeldes in einem mitrotierenden Koordinatensystem kann man schreiben: $rot\,\underline{w}=2\omega$. Das kann man in den Term $\int \underline{w}\times rot\,\underline{w}\,d\underline{s}$ einsetzen, so erhält man $\int 2\,\underline{w}\times\underline{\omega}\,d\underline{s}$ für die Coriolis Kraft. ($\underline{w}$ – Relativgeschwindigkeit) Mit den Umformungen kann man die Bernoullischen Gleichung in folgenden Form schreiben:

$$\frac{(-r_1\omega)^2}{2}-\frac{r_1^2\omega^2}{2}=\frac{v_2^2}{2}+g\cdot h-\frac{r_2^2\omega^2}{2}$$

Sei Punkt 1 auf der Wasseroberfläche auf dem Radius $r_1$, Punkt 2 am Ausflussquerschnitt auf der oberen Ende des Rohres.

$v_2=10.8\,m/s$

**3/8** $\omega = 24\ \ 1/s$

**3/9** $$\frac{p_0}{\rho} = \frac{v_A{}^2}{2} + g \cdot h + \int_0^A \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} d\underline{s}$$

$$\int_0^A \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} d\underline{s} = a_A \cdot l = a_A \cdot 3m$$

$$a_A = 24.1\ m/s^2$$

**3/10** a.) $[a]_{t=0} = 6.55\ m/s$

b.) $H = 1.52\ m$

**3/11** $$\int_A^B \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} d\underline{s} = a_B \left[ 10 \frac{5}{20} + 5 \right] = 7.5 a_B$$

$$[a_B]_{t=0} = 1.31\ m/s^2$$

**3/12** $[a_2]_{t=0} = 7.94\ m/s^2$

**3/13** $F = 451\ N$

**3/14** a) Man schreibe die Bernoullische-Gleichung in einem zum Rohr befestigten, relativen Koordinatensystem zwischen einem Punkt der Oberfläche (Punkt 1) und einem Punkt des Ausflussquerschnittes (Punkt 2). In diesem System wird die Relativgeschwindigkeit $w_1 = 24\ m/s$. Aus der Bernoullische-Gleichung:

$$w_2 = 23.4\ m/s \;\Rightarrow\; q_V = 0.116\ m^3/s$$

b) Mit der Leistung der Schubkraft wird die potenzielle und die kinetische Energie der Flüssigkeit vergrößert. Die Veränderung der kinetischen Energie muss aus den Absolutgeschwindigkeit 'v' gerechnet werden.

$$v^2 = w_2^2 - w_1^2$$

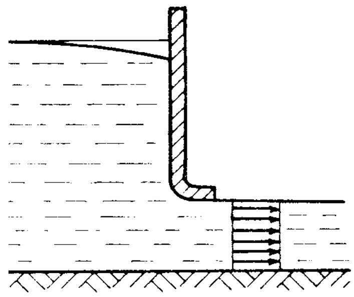
$$P = \rho \cdot q_V \left[ g \cdot h + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} \right] = 8.85\ kW.$$

**3/15** $v = \sqrt{\dfrac{2 \cdot \Delta p}{\rho_{Luft}}} = 36\ m/s$

**3/16** $q_V = \alpha \cdot \varepsilon \dfrac{d^2 \pi}{4} \sqrt{\dfrac{2 \cdot \Delta p}{\rho}} = 0.67\ m^3/s$

**3/17** Infolge der geraden und paralellen Stromlinien im Auslassquerschnitt tritt nur eine hidrostatische Druckveränderung in vertikalen Richtung auf. Aus dieser hidrostatischen Druckveränderung folgt eine konstante Auslassgeschwindigkeitsverteilung.

$q_V = 3.15\ m^3/s$.



**3/18** a) In der Krümmung $v = \dfrac{K}{r}$, infolge $rot\ \underline{v} = 0$.

b) $v_{durchschn.} = \dfrac{1}{r_2 - r_1} \int_{r_1}^{r_2} \dfrac{K}{r} dr = \dfrac{K}{r_2 - r_1} \ln \dfrac{r_2}{r_1}$ infolge der Kontinuität: $v_{durchschn.} = v_0$

$$\Rightarrow K = \frac{v_{durchschn.}(r_2 - r_1)}{\ln \dfrac{r_2}{r_1}} = 3.2$$

$$\Rightarrow v_A = \frac{K}{r_2} = 4\ m/s\ ,\ v_B = \frac{K}{r_1} = 6.4\ m/s$$

Aus der Bernoullischen Gleichung:

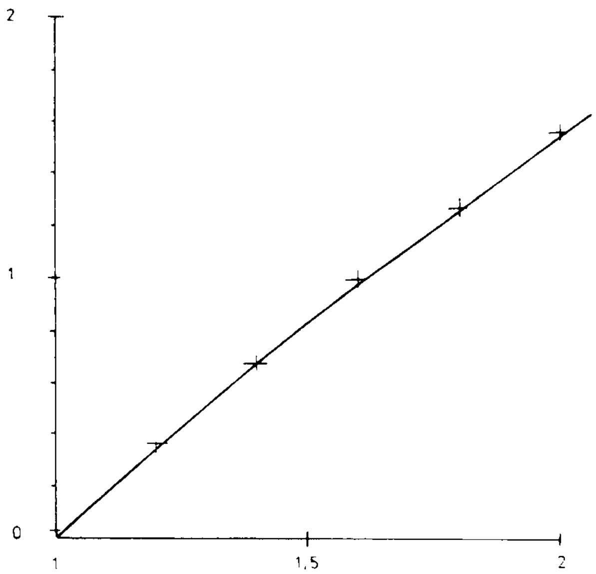
$$p_A - p_B = \frac{\rho}{2}\left(v_B^{\,2} - v_A^{\,2}\right) = 1.25 \cdot 10^4\ Pa$$

c.)

$$\frac{p_A - p_B}{\dfrac{\rho}{2} v_0^{\,2}} = \left(\frac{v_B}{v_0}\right)^2 - \left(\frac{v_A}{v_0}\right)^2 = \ldots$$

$$\ldots = \frac{(n-1)^3}{\ln^2 n} \frac{n+1}{n^2}$$

mit $n = \dfrac{r_2}{r_1}$



# 4 Impulssatz

**4/1** $F_x = 12100\ N$

**4/2** Man wende die Bernoullische-Gleichung zwischen den Ein- und Austrittspunkt an, daraus:

$|\underline{w}_2| = |\underline{w}_1|$

a.) $|\underline{v}_2| = 15{,}6$ m/s

b.) $\beta = 73°$ nach rechts ab $\underline{v}_1$

c.) $|\underline{F}| = 5000$N, nach links 30° ab $\underline{v}_1$

d.) $E_2 - E_1 = 329 \dfrac{m^2}{s^2}$

**4/3** $|\underline{F}| = 510\ N$, Winkel zwischen $\underline{F}$ und $\underline{v}$ ist 45° ('Richtung Nordost')

**4/4** $|\underline{F}| = 109\ N$

**4/5** $|\underline{F}| = 57\ N$

**4/6** $|\underline{G}| = 14\ N$

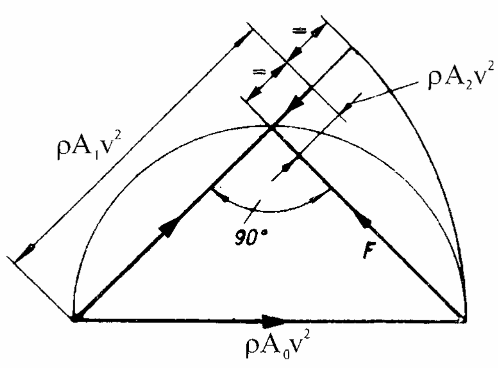
**4/7** Man schreibe den Impulssatz für die Kontrolloberfläche, die nur die Platte und die obere Teil des Strahles enthält:

$$G = \rho \cdot A \cdot v^2 = \rho \cdot A_0 \cdot v_0 \cdot v$$

für v Eintrittgeschwindigkeit an der Kontrolloberfläche erhält man mit der Anwendung der Bernoullischen Gleichung:

$$v = \sqrt{v_0^{\,2} - 2 \cdot g \cdot h}$$

$$v_0 = 4.55\ m/s$$




**4/8** Mit der Anwendung des Impulssatzes in x und y Richtung erhält man:

a) F = 636 N

b) $A_1 / A_2 = 5.8$

Geometrische Lösung:

(infolge von $\left|\rho \cdot A_0 \cdot v^2\right| = \left|\rho \cdot A_1 \cdot v^2\right| + \left|\rho \cdot A_2 \cdot v^2\right|$ )

**4/9** $\alpha = \arcsin \dfrac{a}{1-a}$

**4/10** $G = 52\ N$

**4/11** $h = 1\ m$

**4/12** $P = u \cdot \rho \cdot A \cdot v \cdot (v-u) = 302\ W$

**4/13** $F_x = F_y = 280\ N$

**4/14** $p_1 - p_{1'} = \rho_1 \cdot v_1 (v_{1'} - v_1)$

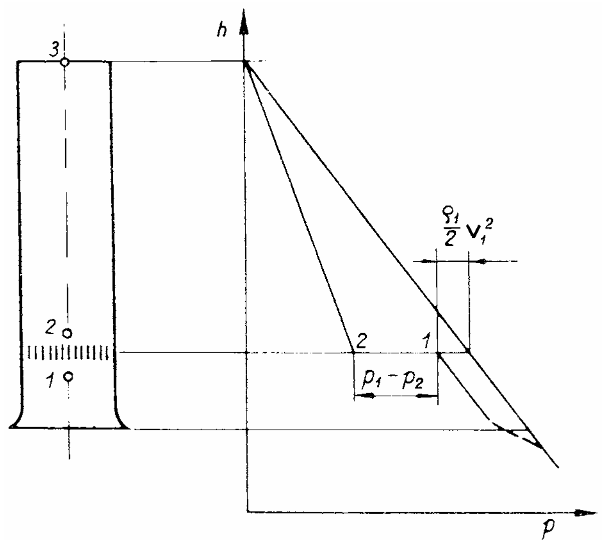
$p_{1'} - p_2 = \dfrac{\rho_2}{2}(v_2{}^2 - v_{1'}{}^2)$

$p_1 - p_2 = 123\ Pa$

**4/15** $p_1 - p_2 = (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot h - \dfrac{\rho_1}{2} v_1{}^2$

$p_1 - p_2 = \rho_1 \cdot v_1 (v_2 - v_1)$

$q_V = 51\ m^3/s$




**4/16** $A_2 (p_1 - p_2) = \rho \cdot A_2 v_2 (v_2 - v_1)$

$h = 6.5\ mm$

**4/17** Die Bernoullische Gleichung zwischen Punkt 1 und 2 liefert (Punkt 2 ist in dem Ausflussquerschnitt):

$\dfrac{v_1{}^2}{2} + \dfrac{p_1}{\rho} = \dfrac{v_2{}^2}{2} + \dfrac{p_0 + \rho \cdot g \cdot h}{\rho}$, der Querschnitt des Rohres ist konstant, $v_2 = v_1$, die strömende Masse ist inkompressibel, $\rho$ =konst

Eine andere Zusammenhang wäre die Bernoullische Gleichung zwischen Punkt 1 und Punkt 3, (Punkt 3 liegt auf dem Wasserspiegel):

$$\frac{v_1^{\,2}}{2}+\frac{p_1}{\rho}=\frac{v_2^2}{2}+\frac{p_0}{\rho}+g\cdot h+\frac{\Delta p_{B-C}}{\rho} \quad wo \;\; \Delta p_{B-C}=\frac{\rho}{2}\left(v_2-v_3\right)^2 \quad \text{(Borda-Carnotsche-Verlust)}$$

$\mathrm{v}_2=\mathrm{v}_1$ und $\mathrm{v}_3=0$.

**4/18** $h=0.8\,m$

**4/19** $h=1\,m$

**4/20** $\dfrac{q_V\big|^{ohne\ Platte}}{q_V\big|^{mit\ Platte}}=\sqrt{2}$

# 5 Hydraulik

**5/1** $F = A \cdot \mu \cdot \frac{dv}{dy} = 7.5\ N$

**5/2** $p_1 - p_0 = 72400\ Pa$

**5/3** $p_1 - p_0 = 1500\ Pa$

**5/4** $\mathrm{Re} = \frac{q_v \cdot d}{\frac{d^2\pi}{4}\nu} = \frac{konst}{d}$

$$\Delta p_{lam} = \frac{\rho}{2}\frac{q_v^{\;2}}{\frac{d^4\pi^2}{16}}\frac{L}{d}\frac{64}{\frac{konst}{d}} = \frac{konst}{d^4}$$

$$\Delta p_{turb} = \frac{\rho}{2}\frac{q_v^{\;2}}{\frac{d^4\pi^2}{16}}\frac{L}{d}\frac{0.316}{\sqrt[4]{\frac{konst}{d}}} \approx \frac{konst}{d^5}$$

**5/5** $\Delta p_{lam} = \frac{\rho}{2}\frac{q_v^{\;2}}{A^2}\frac{L}{d}\frac{64}{\frac{q_v d}{A \cdot \nu}} = konst \cdot q_V$

$$\Delta p_{turb} = \frac{\rho}{2}\frac{q_v^{\;2}}{A^2}\frac{L}{d}\frac{0.316}{\sqrt[4]{\frac{q_v d}{A \cdot \nu}}} = konst \cdot q_V^{\;1.75}$$

**5/6** Mit der Voraussetzung der laminaren Strömung, mit $\lambda = 64/\mathrm{Re}$, erhält man für $d = 13.4\ mm$. Die Reynoldssche-Zahl ist 189, die unter 2300 liegt, also die Strömung ist tatsächlich laminar.

**5/7** $p_1 - p_0 = 143\ Pa$

**5/8** $h = 17\ mm$

**5/9** $g \cdot h = \frac{v^2}{2}\left(1 + \frac{L}{d}\lambda\right)$

Mit der Voraussetzung der laminaren Strömung, die Lösung ist $\mathrm{d} = 19.3\,\mathrm{mm}$. $\mathrm{Re} = 33 < 2300$, also die Strömung ist tatsächlich laminar.

**5/10** $q_v = 0.23\ m^3/s$

**5/11** $q_v = 0.0817\ m^3/s$

**5/12** $p_1 - p_0 = 10900\ Pa$

**5/13** $p_1 - p_0 = 28500\ Pa$

**5/14** a) $H = 2\ m$

b) $p_1 - p_0 = 40000\ Pa$

**5/15** $P = 77\ W$

Die Drehleistung kann mit der Reduzierung der Ölviskosität oder Erhöhung der Spaltbreite reduziert werden.

**5/16** Die nützliche Höhenunterschied ist $h_{nutz} = 15\ m - 12\ m = 3\ m$.

$$g \cdot h_{nutz} = \frac{v^2}{2}\left(\frac{L}{d}\lambda + 2\zeta\right)$$

Man nehme einen Reibungsfaktor auf, $\lambda = 0.02$, $v_{Rohr} = \sqrt{\dfrac{3m \cdot 2 \cdot 9.81 m/s^2}{\dfrac{200m}{0.05m}0.02 + 6}} = 0.827\ m/s$

$$\mathrm{Re} = \frac{0.827 \cdot .05}{1.3 \cdot 10^{-6}} = 3.2 \cdot 10^4 \Rightarrow \lambda = 0.024$$

Die nächste Iterationschritt liefert $v_{Rohr} = 0.755\ m/s$, und die Iteration kann beendet werden.

Um $\mathrm{h} = 12\ \mathrm{m}$ zu erreichen, muss die Austrittsgeschwindigkeit des Konfusors minimal:

$v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 15.3\ m/s$ sein.

a) $$d_2 = \sqrt{\frac{0.755\ m/s}{15.3\ m/s}} \cdot 50\ mm = 11\ mm$$

b) $$q_v = 1.47 \cdot 10^{-3} m^3/s$$

**5/17** a) Als erster Schritt kann die reibungsfreie Geschwindigkeit kalkuliert werden: $v_{ideal} = \sqrt{2 \cdot g \cdot 3m} = 7.7 m/s$,

und $$A = \frac{\frac{18}{3600} m^3/s}{7.7\ m/s} = 6.5 \cdot 10^{-4} m^2.$$

Also der Rohrdurchmesser ist im reibungsfreien Fall 29 mm. Wegen der Rohrreibung muss das Rohr einen größeren Durchmesser haben. Man nehme einen Reibungsfaktor und einen Durchmesser auf: $\lambda = 0.02$ und $\mathrm{d} = 50\ \mathrm{mm}$:

$$v = \sqrt{\frac{3m \cdot 2 \cdot 9.81 m/s^2}{\frac{14m}{0.05m} 0.02 + 4 + 1}} = 2.36\ m/s \Rightarrow A = 21.2 \cdot 10^{-4} m^2 \Rightarrow d = 52\ mm$$

$$\mathrm{Re} = \frac{2.36 \cdot 0.052}{1.3 \cdot 10^{-6}} = 9.45 \cdot 10^4 \Rightarrow \lambda = 0.018$$

(Bei dieser Reynolds-Zahl kann das Rohr als hydraulisch glatt betrachtet werden). Der nächste Iterationsschritt liefert $\lambda = 0.018$ und $\mathrm{d} = 52\ \mathrm{mm}$, man erhält den neuen Durchmesser von $51.2\ \mathrm{mm}$. Die Iteration kann beendet werden.

b) Wenn der Damm höher ist, kann der Druck im Rohr den Sattdampfdruck erreichen. In diesem Fall kann die Wassersäule zerreißen. Den niedrigsten Druck nach dem Ventil findet man in der oberen, rechten Krümmung des Rohres. Aus der Gleichung

$$p_{\min} = p_0 - \rho \cdot g \cdot h_{\max} - \frac{\rho}{2} v^2 \left[1 + \frac{L_1 + L_2}{d} \lambda + \zeta\right]$$

kann $h_{\max}$ berechnet werden.

# 6 Gasdynamik

**6/1** $v_2 = 260\ m/s$

**6/2** $q_m = A_2 \rho_2 v_2 = 10^{-3} m^2 \cdot 1.37\ kg/m^3 \cdot 200 = 0.274\ kg/s$

**6/3** a) $t_{2\ statisch} = -42°C$

b) $t_{2\ gesamt} = +20°C$

**6/4** $\frac{T^*}{T_1} = \frac{2}{\kappa+1} = 0.833$

$a_1 = \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T_1} = 346\ m/s$

$a^* = \sqrt{\frac{T^*}{T_1}}\ a_1 = 316\ m/s = v^*$

$\rho^* = \left(\frac{T^*}{T_1}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \rho_1 = 2.9\ kg/m^3$

$q_m = v^* \cdot \rho^* \cdot A^* = 0.018\ kg/s$

**6/5** $q_m = A_2 \cdot \rho_2 \cdot v_2 = 0.25\ kg/s$

$A^* = \frac{q_m}{v^* \cdot \rho^*} = 2.34 \cdot 10^{-4} m^2$

$d_{\min} = d^* = 17.3\ mm$

**6/6** a) $v_2 = \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_1 - p_2)}$

b) $v_2 = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1}\frac{p_1}{\rho_1}\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]}$

c) $v_2 = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1}\frac{p_1}{\rho_1}\left[1 - \frac{2}{\kappa+1}\right]}$

**6/7** $Ma = 0.59$

**6/8** $v = 80\ m/s$

**6/9** $t_A = 56°C$

**6/10** $T_2 = 262\ K,\ Ma_2 = 0.77$

**6/11** a) $d = 138\ mm$

b) $F = \rho_2 \cdot A_2 \cdot {v_2}^2 = 9.8 \cdot 10^3\ N$