

Áramlások numerikus modellezése

BME Áramlástan Tanszék

Tárgyfelelős: Dr. Kristóf Gergely
 Gyakorlatvezetők: Lohász Máté, Dr. Régezt Tamás

2008. ősze

Néhány szót a tantárgyról

- Oktatási célok:
 - Az áramlástan szimuláció alkalmazásához szükséges elméleti háttér és szoftveres gyakorlati ismeretek elsajátítása;
 - Felkészülés mérnöki gyakorlatban előforduló, áramlástan szimulációval megoldható feladatok felismerésére és önálló megoldására.
- A gyakorlati kurzusok helyszíne: HSZK, a gyakorlati kurzusok tananyagát Interneten tesszük elérhetővé: <http://www.ara.bme.hu/~cfd/FLUENTkurzus/Index.htm>
 Kérem írják fel a címet! (Kisbetű-nagybetű fontos.)
- A gyakorlati órák első felében a tananyagban az Internetes jegyzet kidolgozott példái alapján fogunk haladni. Az ezt követő gyakorlatokon négy önálló feladatot kell kidolgozni és dokumentálni .PPT formában. A féléves pontszám 60%-a az önálló feladatok alapján szerezhető meg.
- Az előadáson elhangzó elméleti ismereteket zárthelyi formájában kérjük számon az utolsó előadás időpontjában. Ez alkalommal a féléves pontszám 40% szerezhető.

Az áramlástan szimuláció módszerei

- A három legelterjedtebb módszer család:
 - Véges differenciák módszere;
 - Végeselem módszer;
 - Véges térfogatok módszerek;
- Néhány kevésbé elterjedt módszer:
 - Spektrál módszerek;
 - Rács nélküli módszerek;
 - Rács-gáz módszerek.
- A véges térfogat módszer (hasonlóan a végeselem módszerhez) a számítási tartomány kisebb térfogati elemekre bontja, amelyeken belül a keresett áramlástan mezőváltozók egyszerűbb (pl. lineáris) függvényekkel közelíthetők.
- A tartomány felbontását hálógenerálásnak, a térfogatelemek pedig celláknak hívjuk. Mezőváltozóink diszkrét értékeit a cellák középpontjában szeretnénk meghatározni.
- Célunk az áramlást leíró megmaradási egyenletek megoldása közelítő módszerrel.

- Sorolja fel az áramlások numerikus szimulációjára leggyakrabban alkalmazott 3 módszert.
- Mit értünk hálógenerálásról és mik a cellák?

Véges térfogatok módszere

Mezőváltozók értékei

U: valamilyen megmaradó mennyiség térfogati sűrűsége

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V U dV + \oint_A \vec{F} \cdot d\vec{A} = \int_V S_V dV + \oint_A \vec{S}_A \cdot d\vec{A}$$

A megmaradó mennyiség egységnyi tömegre vonatkozava:

$$\Phi = U / \rho$$

Konvektív és konduktív fluxusok:

$$\vec{F}_C = \rho \Phi \vec{v} \quad \vec{F}_D = -\Gamma \nabla \Phi$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \Phi dV + \oint_A \rho \Phi \vec{v} \cdot d\vec{A} = \oint_A (\Gamma \nabla \Phi + \vec{S}_A) \cdot d\vec{A} + \int_V S_V dV$$

- Írja fel az általános transzportegyenlet integrál alakban!
- Definiálja a konvektív és konduktív fluxus fogalmát!

Az általános transzportegyenlet differenciál alakban:

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \phi \vec{v}) = \nabla \cdot \vec{S}_A + \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) + S_V$$

Egykomponensű folyadék áramlását leíró transzportegyenletek konzervatív alakja:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = S_m$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \vec{v}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \nabla \cdot (\mu \nabla u) + \rho g_x + S_u$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v \vec{v}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \nabla \cdot (\mu \nabla v) + \rho g_y + S_v$$

$$\frac{\partial \rho w}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho w \vec{v}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \nabla \cdot (\mu \nabla w) + \rho g_z + S_w$$

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho e \vec{v}) = \nabla \cdot (-p \vec{v} + \vec{\tau} \cdot \vec{v}) + \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + S_e$$

Egyenlet:	ϕ
kontinuitás	1
x-impulzus	u
y-impulzus	v
z-impulzus	w
fajlagos energia	e

- Írja fel az általános transzportegyenlet differenciál alakban! Milyen mennyiségeket képviselhet a Φ transzportált skaláris jellemző?
- Írja fel a kontinuitás, a mozgásegyenlet és az energiaegyenlet konzervatív alakját! Milyen tagnak tekinthetők a viszkozus erők és milyennek a nyomásgradiens az általános transzportegyenletben?



Véges térfogatok módszere

- Az alapegyenletek előbbi alakjait **konzervatív** (megmaradási) **alaknak** hívjuk.
- A differenciál-egyenleteinket **integrálva egy-egy cella térfogata**ra minden divergenciás tag a cella összes részfelületére vonatkozó felületi integrálá alakul. Az integrálok értéke minden cellafelületre egy-egy skalár, ami az adott felületen egységnyi idő alatt átáramló megmaradó mennyiséget fejezi ki, ezek a felület két oldalán tartó (ismert) mezőváltozóktól függenek.
- Minden transzportegyenlet, minden cellára egy-egy nemlineáris algebrai egyenlet eredményez**, ezt nevezzük a leíró egyenletek **diszkrét közelítésének**. Tipikus példaként: 5 transzportegyenlet és 1 000 000 cella esetén 5 000 000 db. algebrai egyenletből álló egyenletrendszer kapunk.
- Az algebrai egyenletrendszer érdekes tulajdonsága, hogy az egyenletekben **egy-egy cella mezőváltozóit csak a szomszédos cella mezőváltozóival állnak kapcsolatban**.
- A sok ismeretlen és az egyenletek nemlineáritása miatt az algebrai egyenletrendszer pontos megoldása nem lehetséges, **iteratív közelítő eljárásokat** alkalmazunk. Azt szeretnénk, hogy a megoldás valamilyen **iniciális** (kezdő) állapotból indulva lépésenként **konvergáljon** a diszkrét egyenletrendszer pontos megoldásához. (Legtöbbször meg is tesszük.)
- A számítási tartomány határára eső cella-részfelületekre vonatkozó integrálok számításához az elhagyott térrész hatását leíró újabb összefüggések **peremfeltételek** megadása szükséges.

- Milyen alakú alapegyenletekből indulunk ki a véges térfogatok módszerének alkalmazásakor?

- Mit értünk a véges térfogatok módszerének konzervatív tulajdonságán?
- Hogyan nyerünk algebrai egyenletrendszer az áramlást leíró parciális differenciálegyenletekből?
- Milyen pontokban értelmezzük a mezőváltozókat? Hogyan álnak egymással kapcsolatban?
- Mit értünk iteratív megoldási módszeren?
- Mit értünk egy iteratív módszer konvergenciája alatt?
- Hogyan értelmezhetők a peremfeltételek a véges térfogat módszer esetében?

- Ismertesse a numerikus háló elemeit! Hol értelmezi a mezőváltozókat tárolt értékeit a FLUENT rendszer?

A CFD elemzés folyamata

- | | |
|---|---|
| 1. Geometriai modell előállítás | } előfeldolgozás
GAMBIT-ben
*.dbs, → *.msh |
| 2. Hálógenerálás | |
| 3. Peremfeltételek zónák kijelölése | |
| 4. Fizikai modell kiválasztása, anyagjellemzők megadása | } megoldás
FLUENT-ben
*.cas, *.dat |
| 5. Peremfeltételek számértékei | |
| 6. Numerikus paraméterek | |
| 7. Megoldás inicializálása | |
| 8. Iteráció | } utófeldolgozás
FLUENT-ben |
| 9. Eredmények értékelése | |

Ezt a folyamatot fogjuk most végigkövetni a „mérőperem” számítási gyakorlaton keresztül

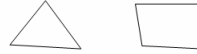
- Sorolja fel az áramlástani elemzés lépéseit! Mit nevezünk előfeldolgozásnak, megoldásnak és utófeldolgozásnak?

Lehetséges geometriai modellek:

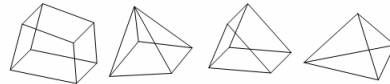
- 2D tengelyszimmetrikus
- 2D tengelyszimmetrikus, perdületes
- 2D síkárnyalás
- 3D áramlás

Pl. GAMBIT-tel létrehozható elemtípusok:

2D modellek esetén:



3D modellek esetén:



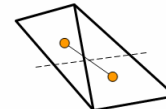
FLUENT rendszerben tetszőleges oldalszámú cellák kezelhetők. Probléma: jó minőségű háló szisztematikus generálása.

- Milyen 2D és 3D cellatípusokat tudunk előállítani GAMBIT-ben? Milyen cellák kezelhetők FLUENT-ben?

A hálóval kapcsolatos minőségi elvárások

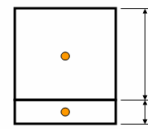
1.) Ott kell finom felbontást alkalmazni, ahol rohamosan változik a megoldás. FLUENT rendszerben a megoldás alapján automatikusan finomítható.

2.)



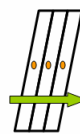
Helyette: EquiAngle Skew
hexa esetén: 0.85
tetra esetén: 0.95

3.)

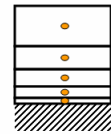


Legfeljebb: 1.2

4.)



5.)

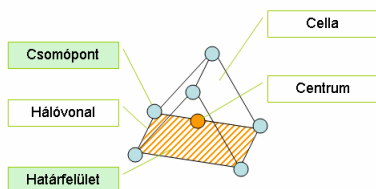


Fal felé sűrűsödő prizmatikus réteg. A fal melletti cella méretét a megoldás ismeretében ellenőrizni kell.

Hálógenerálás

Dr. Kristóf Gergely
2006. Október 5.

A numerikus háló elemei



A háló fájl tartalma:

- Csomópontok pozíciója
- Határfelületek: hivatkozások a csomópontok sorszáma

A FLUENT rendszer minden mezőváltozót cellacentrumokban tárol. A hálóvonalak szakaszonként egyenesek.

Élek hálózása

- Méret megadása
- Sűrítés (hálózással és anélkül)
- Élháló másolása
- Irányítás megfordítása
- Soft link, hard link

Felület sarok típusok

End (E): $0 < \text{szög} < 120$



Side (S): $120 < \text{szög} < 216$



Corner (C): $216 < \text{szög} < 309$

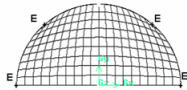
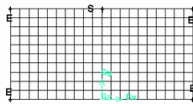


Reverse (R): $309 < \text{szög} < 360$



- Mitől függ, hogy a felület egy sarkában milyen lesz a háló topológiája négyszög háló esetén?

Hex – Map módszer



Csúcspontok: $4 * \text{End} + \text{N} * \text{Side}$

Periodikus felületnél (PI: szárnyrácsetén): $\text{N} * \text{Side}$

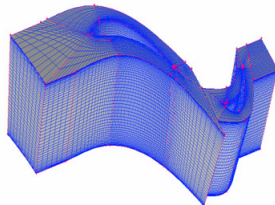
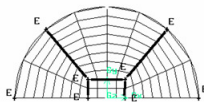
A háló topológiailag téglá.

A háló csúcsainál lehetnek 180 fokos élű lapos cellák.

- Ismertesse a Map módszert! Milyen probléma merül fel például egy félkör tartomány hálózása esetében? Hogyan lehet megoldani ezt a problémát a tartomány blokkokra való felbontásával? Rajzzal illusztrálja!

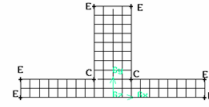
Blokk-strukturált háló

A tartományt széthasítjuk több, egymáshoz kapcsolódó részre, majd ezeket külön "Map"-eljük.



3D példa: turbinafokozat

Quad – Submap módszer



Csúcspontok:

$4 * \text{End} + \text{L} * \text{Side} + \text{M} * (\text{End} + \text{Corner}) + \text{N} * (2 * \text{End} + \text{Reverse})$

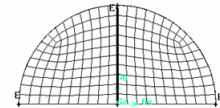
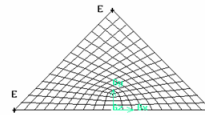
Periodikus felületnél:

$\text{N} * \text{Side} + \text{M} * (2 * \text{End} + 2 * \text{Corner})$

A "Map"-hez hasonlóan jól kontrollálható strukturált hálót hoz létre, de képes kihagyni blokkokat.

- Mennyiben tér el a Quad-Submap hálózási módszer a Quad-Map módszertől?

Quad - Tri-primitive módszer

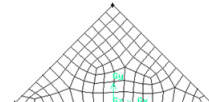
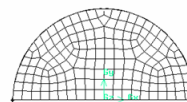


Csúcspontok: $3 * \text{End} + \text{N} * \text{Side}$

Célja: háromszög jellegű tartomány hálózása Quad hálóval.

- Milyen sarkok esetében alkalmazható a Quad-Tri-primitive hálózási módszer?

Quad – Pave módszer

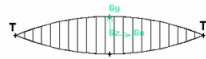


- A csúcspontok típusát figyelmen kívül hagyja
- Teljesen automatikus
- A felületet határoló éleken összesen páros számú intervallum szükséges
- Nem garantált, hogy szimmetrikus hálót eredményez
- A peremek közelében jobb minőségű

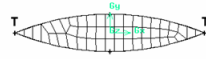
- Hogyan működik a Quad-Pave hálózási módszer? Milyen feltételt támaszt az élék hálójával szemben?

Egyéb „quad” módszerek

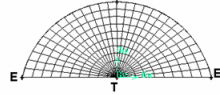
Quad - Tri Map



Quad - Tri Pave

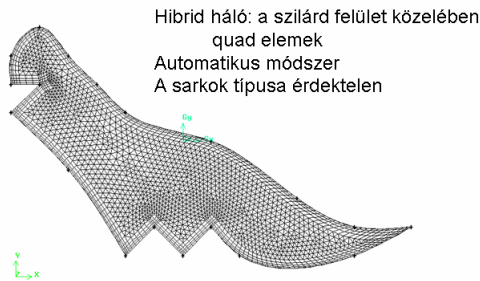


Quad - Tri Wedge



- Mit jelent a T felületsarok típusa?

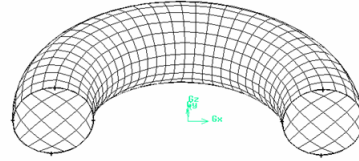
Tri – Pave módszer



Prizmatikus fali háló (határréteg háló) készítése

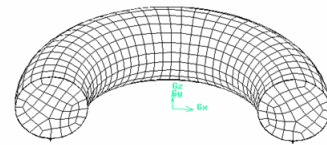
- Az első cellának benne kell lenni a logaritmusos faltörvény érvényességi tartományában
 - Nem lehet hirtelen ugrás a cellavastagságban
 - Vannak esetek, amikor három irányban kell sűríteni a falnál (pl. LES)
 - Internal continuity
 - Face vertex type szerepe
- Milyen hálót kell alkalmazni a fal közelében turbulens áramlások esetében? Hogyan hozható létre megfelelő fali háló tetra cellák alkalmazása esetén Gambit-ben? Hogyan ellenőrizhető a fal melletti cella mérete? Milyen kritériumot kell betartani nagy- és kis Reynolds-számú turbulencia modell alkalmazása esetén?

Map módszer



"Map"-elt felületek határolják, összesen 8 "End" csúccsal.
A tartomány alkalmas felbontása után számos test "Map"-elhető

Cooper módszer



A "Source faces" felületi hálóját átsöpri a térfogaton.
Az oldalfelületek hálójának "Submap"-el hálózhatónak kell lenni.
Prizma (wedge) cellákat is tud csinálni

- Hogyan működik a Cooper módszer?
Milyen háló lehet a forrásfelületeken?

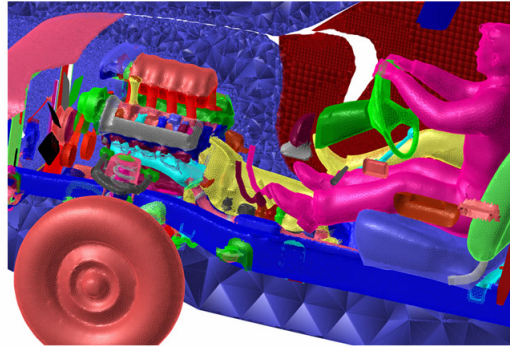
Egyéb 3D módszerek

- Hex – Submap
Hasonló a 2D submaphoz.
- Hex – Tet-primitive
Hasonló a tri-primitive-hoz, tetraéder jellegű tartományon működik.
- Tet/hibrid – Tgrid
Mindenhol tetra, kivéve a határrétegben: wedge. Méretfüggvényekkel szabályozható.

Méretfüggvények

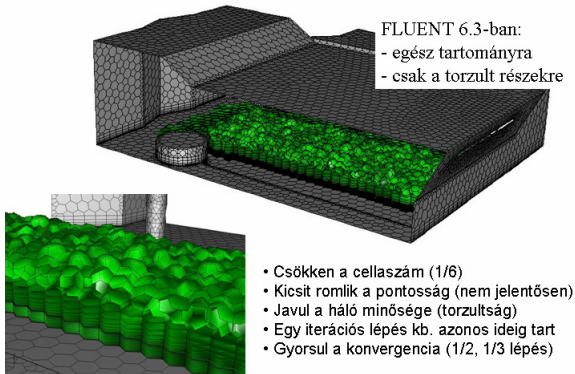
- Source, attachment
- Görbültre sűrítés, hézagra sűrítés
- Egyszerű forrásobjektumokat próbáljunk megadni (és lehetőleg egyet)

Tgrid – Surface wrapper



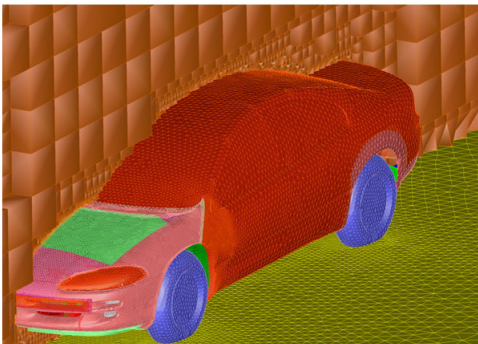
- Mi a szerepe a hálózásnál alkalmazott méretfüggvények forrásobjektumainak? Milyen szempontokat kell figyelembe venni ezek megválasztásakor?

Duális (Poliedral) háló

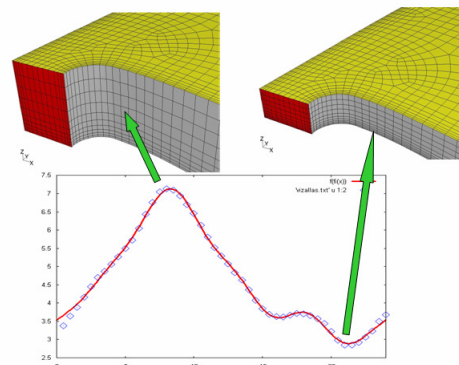


- Hogyan lehet duális hálót készíteni? Mi az előnye és hátránya ezek alkalmazásának?

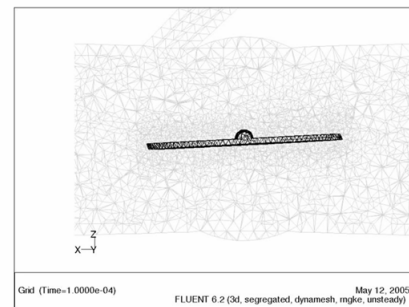
Hex-core



Deformálódó 1.



Deformálódó háló 2.



Peremfeltételek

Dr. Kristóf Gergely
2006. szeptember 28.

1. Mit értünk peremfeltételek alatt?

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \phi dV + \oint_A \rho \phi \mathbf{v} \cdot d\vec{A} = \oint_A (\vec{S}_A + \Gamma \nabla \phi) \cdot d\vec{A} + \int_V S_V dV$$

A számítási tartomány kontúrjára eső határfelületeken meg kell határozunk a fluxusokat és felületi forrásokat.

Az általános transzportegyenlet differenciál alakja másodrendű p.d.e:

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \phi \mathbf{v}) = \nabla \cdot \vec{S}_A + \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) + S_V$$

Általában háromféle peremfeltétel lehetséges egy másodrendű p.d.e. esetén:

1. Elsőfajú: a peremen adott a mezőváltozó értéke;
2. Másodfajú: a peremen adott a mezőváltozó peremre merőleges irányú deriváltjának értéke;
3. Vegyes: a mezőváltozónak és deriváltjának lineáris kombinációja adott.

Az egyes transzportegyenletekre nem teljesen függetlenül választhatók meg a peremfeltételek típusa. (Pl. nyomásra és sebességre nem lehet ugyanott elsőfajú peremfeltételt megadni.)

„Peremfeltétel csomagok” rendelhetők a határfelületekhez.

- Egy-egy transzportegyenlethez milyen peremfeltételeket adhatunk meg?
- Mit értünk első-, másodfajú és vegyes peremfeltételeknek?
- Mit nevezünk peremfeltétel alatt a FLUENT rendszerben?

2. Összenyomhatatlan és összenyomható áramlás

	Inkompresszibilis	Kompresszibilis
Anyagmodellek	$\rho = \rho_0$ $\rho = \frac{p_0}{RT}$	$\rho = \frac{p}{RT}$
Sűrűség a nyomástól	$\rho = \rho_0 - \rho_0 \beta (T - T_0)$ nem függ	függ
Torlónyomás értelmezése:	$p_{tot} = p + \frac{\rho}{2} v^2$	$p_{tot} = p \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}$
Kontinuitási egyenlet:	nyomásegyenlettel helyettesíthjük	eredeti formában megoldható sűrűsége
Lehetséges időlépés Courant-szám	$\Delta t = C \frac{\Delta x}{v_{\perp, \min}}$	$\Delta t = C \frac{\Delta x}{a + v _{\min}}$

- Sorolja fel a FLUENT rendszerben elérhető kompresszibilis és az inkompresszibilis sűrűségmodelleket!
- Kb. mekkorára választhatjuk az időlépést kompresszibilis és inkompresszibilis modell esetében?

3. Peremfeltétel „csomagok” FLUENT rendszerben

- Axis
- Exhaust-fan
- Inlet-vent
- Intake-fan
- Interface
- Mass-flow-inlet
- Outflow
- Outlet-vent
- Periodic
- Pressure-far-field
- Pressure-inlet
- Pressure-outlet
- Symmetry
- Velocity-inlet
- Wall

Belső szakadási feltételek:

- o Fan
- o Interior
- o Porous-jump
- o Radiator
- o Wall

Forrástagokkal leírt speciális modellek:

- Felhasználói forrástag
- Porózus zóna
- Fixed value
- Forgó koordináta rendszer

- Ismertesse a Velocity-inlet és Massflow-inlet peremfeltételek fizikai tartalmát! Milyen peremfeltételt jelentenek az egyes mezőváltozókra nézve?

- Ismertesse a Pressure-inlet és Pressure-outlet peremfeltételek fizikai tartalmát! Milyen peremfeltételt jelentenek az egyes mezőváltozókra nézve? Hol kell statikus nyomást és hol kell össznyomást előírni, miért?
- Ismertesse a Outflow és Pressure-far-field peremfeltételek fizikai tartalmát! Mi az alkalmazásuk feltétele, mi az előnye a visszaverődés mentes peremfeltételeknek?
- Ismertesse a Inlet-vent, Intake-fan, Outlet-vent és Exhaust-fan peremfeltételek fizikai tartalmát! Milyen jellemzőkkel írható le a nyomásugrás?
- Milyen termikus peremfeltételeket lehet falak esetében használni FLUENT rendszerben?
- Mit jelent a Fan modell és milyen célokra alkalmazható?
- Adjon példát a Porous-jump modell alkalmazására!
- Adjon példákat a Felhasználói forrástagok alkalmazására!
- Mi az előnye a belső falak alkalmazásának. Adjon egy két alkalmazási példát!
- Mire alkalmazható az Interior és az Interface peremfeltételek?

4. Fontos tudnivalók

- Outflow-t nem lehet Pressure Inlet vagy Pressure Outlet társaságában alkalmazni
- Outflow-t nem lehet összenyomható áramlás esetén alkalmazni
- Outflow-n keresztül nem lehet visszaáramlás (azonnal konvergencia problémák)
- Velocity Inlet-et nem szabad összenyomható áramlásra alkalmazni (Mass Flow Inlet kell.)
- Pressure Inlet és Pressure Outlet egymásba át tud váltani
- Az áramlás megosztásának három módszere:
 - Outflow (flow rate weight beállításával)
 - Több Pressure Outlet
 - Velocity Inletek negatív sebességgel (elvileg ugyan kifogásolható, de praktikus)

- Milyen belépő peremfeltételek alkalmazhatók összenyomható áramlások esetén?
- Történhet-e kiáramlás Pressure-inlet-en keresztül? Milyen nyomásként kezeli ilyen esetben a megadott nyomásértéket a megoldó?
- Milyen peremfeltételek alkalmazhatók az áramlás megosztására?

5. Profilok megadása

- Pontprofilal (szöveges fájl formájában)
- Képlettel (C nyelvű felhasználói függvény formájában)

- Röviden ismertessen két módszert térben változó peremfeltételek (profilok) megadására!

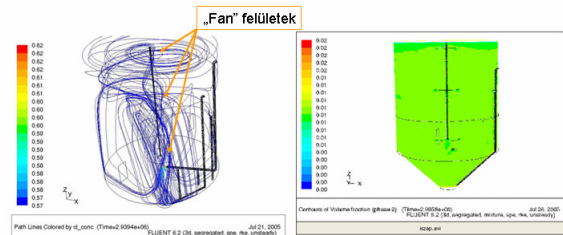
Áramlástechnikai gépek szimulációja

Kristóf Gergely
2008. 11. 18

Lehetséges megközelítések

- Hatáskeresztmetszet modell - fan
 - „Befagyasztott” járókerék modell - frozen rotor
 - Keverőfelület modell - mixing plane
 - Csúszó hálós modell - sliding mesh
-
- Sorolja fel az áramlástechnikai gépek modellezésére alkalmazható megközelítéseket!

1. Hatáskeresztmetszet modell

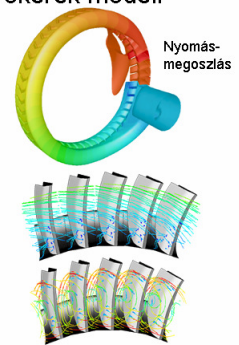


Az FCSM Dél-pesti Szennyvíztisztító Telep termofill rothasztó toronyának modellje Hosszú időtartamú folyamatok modellezhetőek, pl. szemcsék ülepedése.

- Adjon példát a hatáskeresztmetszet (Fan) modell alkalmazására?

2. „Befagyasztott” járókerék modell

Pl. oldalcsatornás üzemanyagszivattyú



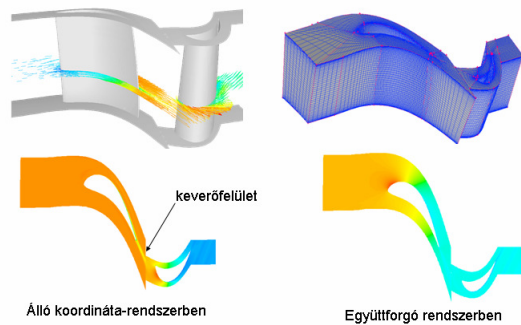
Ha sok lapát van, akkor jó közelítést ad.

A lapátok periodicitása kihasználható.

- Röviden ismertesse a "befagyasztott járókerék" modellt. Milyen korlátai vannak az alkalmazásának? Mikor alkalmazható előnyösen?

3. Keverőfelület modell

Kihasználható a lapátrács periodicitása

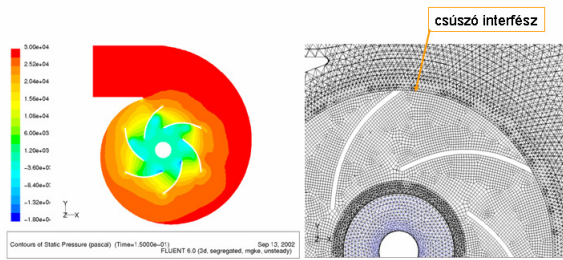


Álló koordináta-rendszerben

Együttforgó rendszerben

- Hogyan működik a keverőfelület modell?

4. Csúszó hálós modell



Ha a csigaházban változik a nyomás, a lapátszatornákat időben változó nyomás terheli.
 Így figyelembe vehető a lokális gyorsulás a lapátszatornában.
 FLUENT rendszerben quad cellákkal kell hálózni a csúszó interfészt.
 Ugyanez axiális átóműsű gép esetében:

- Hogyan kell összekapcsolni a forgórészt az állórészrel csúszóhálós modell esetében? Mire kell ügyelni hálózáskor?

Turbulencia modellezése

Dr. Kristóf Gergely

A turbulencia eredete

- 1) Fali határéteg;
- 2) Szabad nyíróréteg;
- 3) Instabil sűrűség rétegződés.

- Mik lehetnek a turbulencia keletkezésének okai?

Turbulencia keletkezése szabad nyírórétegben

A sebességprofil inflexiós pontjának létezése miatt a szabad nyíróréteg instabil. Ez kimutatható még 2D sűrűdásmentes áramlás esetében is. (Kelvin-Helmholtz instabilitás.)
 Fogjuk fel a nyíróréteget egy potenciális áramlásra szuperponált örvényréteggént:



A nagy örvények mellett kisebb örvények alakulnak ki, azok mellett még kisebbek... Ez a turbulens energia kaskád kinetikus energiát szállít a főáramlásból az η méretű legkisebb örvényekhez.

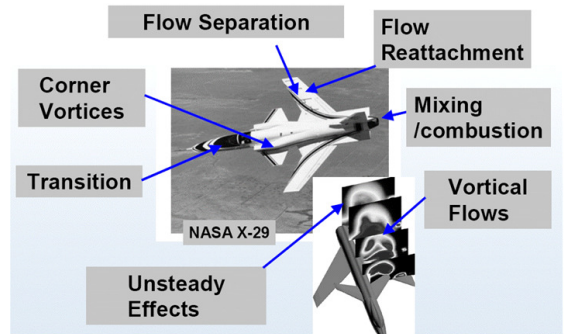
- Szemléltesse a Kelvin-Helmholtz instabilitás keletkezését!

Turbulens áramlások főbb tulajdonságai

1. Időfüggő, kaotikus.
2. Háromdimenziós. (Elvileg 2D áramlás esetén is.)
3. Az ingadozást az előző örvények okozzák (kb. a főáramlás sebességével sodródnak). Nem helyi jellemzőktől függ, hanem a folyadék rész „történelméről”.
4. A turbulencia a megmaradó mennyiségek keveredését okozza. Olyan, mint ha megnőnének a vezetési tényezők.
5. Látszólagos csúszatófeszültség növekedés is fellép, ennek következtében a főáramlás mozgási energiája - irreverzibilis módon - a sztochasztikus mozgásban tárolt (turbulens) mozgási energiává, majd hővé alakul.
6. A legnagyobb örvények mérete közel van az áramlási tér l méretéhez (és arányos azzal).
7. Az örvények mérete: $l/\eta = (Re_\tau)^{3/4}$ - széles skálát (2..6 nagyságrendet) fog át.

- Sorolja fel a turbulens áramlások jellemzőit! Mekkora a legnagyobb és a legkisebb örvények?

Kihívások



Florian Menter, 2007/

Ismertebb turbulencia modellek besorolása

Algebrai modellek – Lokális def. seb. + hosszlépték (pl. faltávolság alapján).
 Nem vesz tudomást az áramlás „történelméről”. A faltávolság nem egyértelmű komplex geometria esetében.

Transzport egyenletre épülő Reynolds átagolt (RANS) modellek:

- | | | |
|------------------|-------|---|
| Spalart-Allmaras | 1 eq. | - Szárnyak, 2D falközeli áramlás. Sugarak szétterjedését 100% hibával számolja. |
| k- ϵ | 2 eq. | - Izotrop 3D turbulencia esetében általánosan használt. |
| k- ω | 2 eq. | - Viskózos alapréteg, tranzíció. |
| RSM | 7 eq. | - Anizotrop turbulencia esetén, pl. szekunder áramlás, ciklonok. Akár 10-szer több iterációt is igényelhet. |

Egyik RANS modell sem garantálja, hogy stabilizálni képes az áramképet (nem biztos, hogy van stacionárius megoldás).

A turbulens mozgás felbontására épülő modellek (Scale Resolving Models):

- | | |
|----------|--|
| DNS | - Teljesen felbontott turbulencia. A számításigény $Re^{3/4}$ -el arányosan nő. Rengeteg szükségtelen adatot produkál. |
| LES, | - Szak a nagy örvényeket bontjuk fel. A kisebb örvények hatását Subgrid Scal Stress modellekkel vesszük figyelembe. Falhoz közeledve egyre finomabb háló kell. |
| DES, SAS | - Falközeli RANS modell használ (pl. Spalart-Allmaras modellel), távolabb átmegy LES-be. |

- Kategorizálja a turbulencia modelleket és röviden ismertesse az egyes modell kategóriákat.
- Sorolja fel a megismert RANS modelleket, ezek jellemző alkalmazási körét és korlátait!
- Sorolja fel és röviden jellemezze a turbulencia felbontására épülő modelleket!

Turbulens kinetikus energia

A turbulenciát jellemző legfontosabb skaláris mennyiség a turbulens kinetikus energia:

$$k = \frac{u'^2 + v'^2 + w'^2}{2} \quad [\text{m}^2/\text{s}^2] \quad (\text{Mérhető is.})$$

A gyöke **m/s** dimenziójú, ezért k alapján definiálhatjuk a turbulencia sebesség léptékét:

$$V' = \sqrt{k}$$

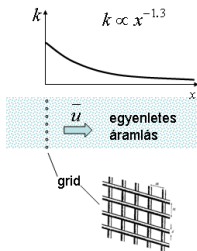
Az izotrópikus turbulenciát végső soron egy skaláris jellemzővel, a v'_t [**m²/s**], turbulens viszkozitással írjuk le. A feladat, hogy ennek értékét meghatározzuk.

Tisztán dimenzió megfontolások alapján: szükségünk van még egy turbulens léptékre, amelynek a mértékegysége nem (m/s)ⁿ.

- Definiálja a turbulens kinetikus energiát! Miért nem elegendő k értéke önmagában a turbulencia mechanikai hatásának jellemzésére?

k disszipációja: ε

Az alábbi alapvető kísérlet a turbulencia viselkedését mutatja egy „zárt rendszerben” (a főáramlásból betáplált k nélkül).



A turbulens kinetikus energia disszipációját az alábbi módon értelmezhetjük:

$$\varepsilon := \frac{dk}{dt} \quad [\text{m}^2/\text{s}^3]$$

[Mérések
Comte-Bellot and Corrsin, 1966]

- Ismertesse a rács-turbulencia lecsengésére vonatkozó mérések módszerét és jellemző eredményét! Hogyan definiálható a turbulens disszipáció?

Turbulens viszkozitás

Feltételezve, hogy a turbulencia két skaláris jellemzővel, (k-val és ε-nal) leírható, meghatározhatjuk a turbulencia léptékét:

$$T = \frac{k}{\varepsilon} \quad [\text{s}] \quad \leftarrow \quad \varepsilon = \frac{dk}{dt}$$

$$V' = \sqrt{k} \quad [\text{m/s}] \quad \leftarrow \quad k = \frac{u'^2 + v'^2 + w'^2}{2}$$

$$L = \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \quad [\text{m}] \quad \leftarrow \quad L = V' T$$

A léptékek alapján meghatározhatjuk a turbulens viszkozitást (Kolmogorov-Prandtl formula):

$$v_t = C_\mu L V' = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad \text{Mérések alapján: } C_\mu = 0.09$$

- k és epsilon alapján adja meg a turbulencia léptékét és a turbulens viszkozitás számításának módját!

k evolúciója

k transzportegyenletét analitikusan le lehet vezetni. Csak a legalapvetőbb tagokat említve:

$$\frac{dk}{dt} = P - \varepsilon$$

↑ disszipáció
↓ produkció

A P turbulens produkció értelmezése:

$$P = v_t S^2$$

amelyben S a főáramlás def. seb. tenzorának modulusa:

$$S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}} \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

Sajnos ε alapegyenletét nem lehet levezetni.

Az egyenletrendszer lezárásához további közelítéseket kell tennünk.

ε evolúciója

A Launder és Spalding (1972) által kifejlesztett standard k-ε modell szerint ε egy k egyenletéhez teljesen hasonló transzportegyenlettel írható le, mivel ε szintén a turbulens örvénylés egy jellemzője.

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k}$$

(A produkciós és a disszipációs tagok dimenzióját korrigáljuk egy ε/k szorzóval.)

A modell konstansokat mérési adatokhoz való illesztéssel határozzuk meg:

$$C_{1\varepsilon} = 1.44, \quad C_{2\varepsilon} = 1.92$$

pl. C_{2ε} értéke a tács-turbulencia mérések alapján illeszhető.

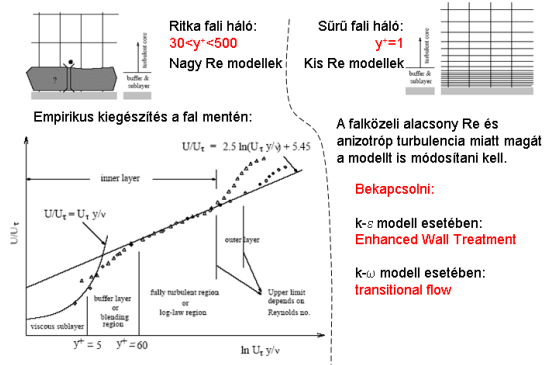
- Ismertesse a k-epsilon modell alapegyenleteinek legfontosabb tagjait!

k-omega modell

- ε helyett ω-ra old meg egyenletet. (Ez a turbulencia második paramétere.)
- ω arányos ε/k-val (örvényfrekvencia)
- A fal közelében kedvezőbben viselkedik a k-ε modellnél, viszont a szabad áramlásban rosszabb.
- Az SST modell változat valójában a határrétegen kívül k-ε modellt old meg.
- Már számolható a határréteg tranzíciója (lamináris-turbulens átmenet) is.
- A további fejlesztések várhatóan ebben lesznek.

- Röviden hasonlítsa össze a k-epsilon modellt a k-omega modellel!

Falkezelés, fali háló



- Mit értünk magas és alacsony Reynolds-számú falkezelés alatt?

Belépő peremfeltételek

Elő kell írni k és ω értékét.

Turbulens intenzitás: $I = \frac{u'}{\bar{u}}$

Nagyon csendes áramlás: $I < 1\%$
 Nagyon zajos áramlás: $I > 10\%$
 Csatornaáramlás magjában: $I \approx \frac{0.16}{\sqrt[3]{Re}}$

L hosszlépték becslése:

Perforált lemez mögött: a lyukméret
 Kis akadály mögött: az akadály mérete
 Csatornaáramlás magjában: $0.07 D$

Turbulens jellemzők becslése:

$$\mu_t \approx 1.22 \rho \bar{u} L$$

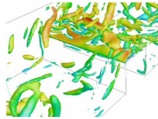
$$k \approx 1.5 \bar{u}^2 L^2$$

$$\varepsilon \approx C_\mu^{0.75} k^{1.5} L^{-1}$$

$$\omega \approx C_\mu^{-0.25} k^{0.5} L^{-1}$$

- Adjon néhány példát a turbulens hosszlépték becslésének módjára!
- Hogyan számítható ki a turbulens kinetikus energia (k) az átlagos áramlás jellemzői és a turbulencia intenzitása alapján?

Scale Resolving Models



[Dr. Máté Lohász
LES eredményeiből]

- Ingadozó sebességet eredményező, időfüggő szimulációk.
- Kevesebb (vagy semennyi) turbulens viszkozitást kell használni, mértéke a modell felbontásától függ.
- Kevesebbé függ a turbulens viszkozitás modell pontosságától.
- Általában pontosabb eredményeket ad az átlagokra is.
- A belépő peremfeltételeknél szintetikus turbulenciát kell megadni.
- Speciális numerikus módszereket kell alkalmazni, amelyek nem nyomják el a turbulens ingadozást (kevésbé csillapítanak).
- A stationárius jellemzőkhöz hosszú időtartamú átlagolással tudunk eljutni.

LES

- A turbulens energia kb. 80%-át fel kell bontani.
 - Szabad turbulenciához kb. 32^3 cella elég, de a fal közelében az örvények mérete csökken, ezért minden irányban sűríteni kell.
 - Csak hexa hálójavasolt.
 - Speciális (nem disszipatív) numerikus séma kell: Bounded Central Differencing Scheme
 - Csak időfüggő 3D modell lehet. $\mu_t = \rho L^2 S$
 - SGS modellek, pl. Smagorinskij: (ahol L kb. a cellaméret vagy fal közelében $0.4y$)
 - Periodikus pf. vagy időfüggő belépő peremfeltétel és non-reflektív kilépő pf. kell. (Erre van megoldás FLUENT-ben)
- Ismertesse a nagy örvény szimuláció (LES) módszerét, előnyeit és hátrányait!

A CFD elemzés minőségéről és megbízhatóságáról

Dr. Kristóf Gergely
2008. november 18.

Modell fejlesztési folyamata

- I. Ellenőrzés:
 Jól oldjuk-e meg a leíró egyenleteket?
 Teljesülnek-e az elvárt konvergencia jellemzők?
 Eredmények összehasonlítása analitikus megoldással, vagy pontosabb numerikus megoldással.
- II. Validálás:
 Jók-e a leíró egyenletek?
 Helyesek-e a peremfeltételek?
 Mérésekhez viszonyítunk.
- III. Kalibrálás:
 Modell fontos paramétereinek illesztése egy-két méréshez. Illesztés után a modell feltehetően jól adja vissza a módosítások hatását.

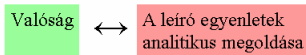
- Mit értünk ellenőrzés, validálás és kalibrálás alatt?

Hiba és bizonytalanság

- Pontos ↔ Közelítő
- Hiba:
 Az okát ismerjük, szándékos elhanyagolásokból adódik. Az erőforrások növelésével vagy a megoldási módszer fejlesztésével csökkenthető.
- Bizonytalanság:
 Oka és mértéke nem pontosan ismert, nem tudjuk csökkenteni az erőforrások növelésével.

- Mit értünk hibák és bizonytalanságok alatt?

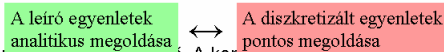
1. Modell bizonytalanságok



Nem jó egyenleteket oldunk meg.

- Turbulencia modellek
- Stacionárius-e az áramlás?
- Ideális gáz, egyéb állapotegyenletek
- Nem newtoni folyadékok tulajdonságok
- Reakciómodellek egyszerűsítése
- Mi a modellbizonytalanságok oka? Adjon néhány példát!

2. Diszkretizációs hiba



- Sűrűségi csökkentés. A konvergencia rendje a Taylor-sor elhagyott tagjainak nagyságrendjével jellemezhető (konvergencia rendje). Elvileg elsőrendű séma esetében az integrálás hibája a felbontás méretével arányosan csökken, másodrendű séma esetében négyzetével arányosan csökken stb.
- Időbeli és térbeli diszkretizálásból adódhat.
- Hogy gyakorlatban teljesül-e a konvergencia formális rendje az nem biztos, mert függ a háló minőségétől, upwinding esetében cella Reynolds-számtól, falfüggvény empirikus elemet visz a modellbe stb. A rendet mérni kell.
- Az eredmények hálófüggelensége szisztematikus sűrítéssel vizsgálható.
- Mi okozza a diszkretizációs hibát? Mit jelent gyakorlati szempontból a konvergencia rendje?

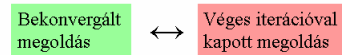
Hálófüggelenség vizsgálata

- Legjobb a kétszeri, lineáris (vonallal) duplázás: 8x, 64x több cella.
- Durva hálón: Φ_{4h} , Praktikus hálón: Φ_{2h} , Finom hálón: Φ_h .
- Nem feltétlenül kell felezni az intervallumokat, de legalább 1.5-szörösére növeljük az intervallumok számát (min 3.4-szeres cellaszám növekedés)
- A sűrítés legyen egyenletes, hasonló háló struktúrát és közel azonos háló minőséget kell biztosítani. (Hálóméret ugrás, torzultság...)
- Vigyázat! Fal közelében is azonos arányban kell sűríteni: kiléphetünk a falfüggvények érvényességi tartományából, ami egy nagyságrenddel nagyobb hiba forrása is lehet.
- A hiba becslésére Richardson-extrapoláció alkalmazható:

$$\epsilon_h \approx \frac{\epsilon_h - r^p \epsilon_{2h}}{1 - r^p}, \quad p = \log\left(\frac{\epsilon_{2h} - \epsilon_{4h}}{\Phi_h - \Phi_{2h}}\right)$$
- Φ lehet integrál jellemző vagy mezőváltozó, utóbbi esetben a hiba eloszlására is lehet következtetni, így a háló optimalizálható.
- Pl: elsőrendű módszer esetében, egyszeri lineáris duplázás ($r=2$) esetén a finom hálón a megoldás hibája: kb. a két hálón kapott megoldás közötti eltéréssel azonos.

- Hogyan vizsgálható meg a számítási eredmények numerikus hálótól való függetlensége? Ismertesse a Richardson-féle extrapolációt!

3. Iterációs hiba

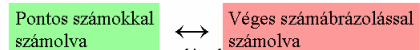


- Egyáltalán konvergál-e a megoldás? Ha nem konvergál:
 1. hibás háló;
 2. hibás peremfeltételek;
 3. az alkalmazott turbulencia modellel nem kapható adott esetben stacionárius eredmény. > Időfüggő megoldással érdemes próbálkozni. (URANS)
- Figyeljük a reziduumokat. Az első néhány iterációs lépés kivételével az iterációs hiba arányosan változik a reziduumokkal: a kezdeti reziduum értékét 10^3 ; 10^6 -szorosára csökkentjük. (Vannak olyan esetek, amikor pl. a kezdeti feltétel pontosan kielégíti a kontinuitást.)
- Ha bekonvergált, érdemes megnézni az underrelaxation faktorokat és megnézni, hogy tartja-e a megoldást.
- Más kezdőértékről indítva ugyanoda ér-e.
- Vannak nehezen konvergáló jellemzők, pl. ellenállás-tényező ezeket érdemes külön figyelni.
- Az iterációs hiba nem csökkenhet a kerekítési hiba határa alá.



- Miből adódik az iterációs hiba?
- Mik a konvergencia problémák leggyakoribb okai?
- Milyen jelentősége van a reziduumoknak az iterációs hiba ellenőrzése szempontjából?
- Hogyan ellenőrizhető, hogy a megoldás bekonvergált-e?
- Adjon egy példát lassan konvergáló jellemzőre!
- Honnan tudható biztosan, hogy nem érdemes tovább folytatni az iterációt?

4. Kerekítési hibák



- Alapértelmezett számábrázolás 4 byte-os (4 értékes jegy), FLUENT-ben lehet dupla pontossággal is.
- Néhány áramlás, ami tudottan érzékeny a kerekítési hibákra:
 - alacsony Re turbulencia modellek;
 - természetes konvekció kis hőfokkülönbséggel;
 - sugárzásos hőtranszport
 - keverék modellek alacsony koncentrációval
 - nagy egyensúlyi (hidrosztatikai) nyomásgradiens

- Mi okozza a kerekítési hibát?
- Mekkora számábrázolási pontossággal dolgozunk, ha szimpla pontosságú megoldót használunk és hogyan lehet a dupla pontosságú megoldót igénybe venni?
- Milyen modellek érzékenyek a kerekítési hibára?

5. Alkalmazási bizonytalanság

- Ehhez kell a legtöbb tapasztalat:
 - Geometriai bizonytalanság;
 - Peremfeltételek bizonytalansága;
 - Anyagjellemzők bizonytalansága.

- Mi okozza az alkalmazási bizonytalanságokat?

Geometriai bizonytalanság

- Nem a terveknek megfelelően készítik el a berendezést (gyárthatósági szempontok, kísérleti vizsgálat alapján tovább optimalizálták a geometriát);
- Kis geometriai részleteknek is lehet nagy jelentősége:
 - résáram ventilátoroknál;
 - fali rúcskók, hegesztési varratok.
- Nagyon tagolt geometria esetében porózus modelleket alkalmazunk: figyelni kell, hogy jól legyen paraméterezve. > Mikro modell készíthető.
- Terhelés alatt (áramlás közben) a geometria jelentősen változhat, pl. sátoztató körüli áramlás, repülőgépek szárnya stb: FEM – FVM kapcsolt futtatás. (Egyelőre FLUENT – ABACUS, rövidesen FLUENT – ANSYS.)
- FLUENT rendszerben a geometriai modell nem megy át a szolverbe > sűrítés esetén finomabb felületi hálót lehet importálni és arra végezni a sűrítést.

- Ismertessen két példát, ahol kis geometriai részleteknek nagy áramlástanai jelentősége van!

Peremfeltételi bizonytalanságok

- Legtöbb esetben pl. tudjuk a belépő térfogatáramot, de nem tudjuk a sebességprofilját. Belépő turbulens jellemzőkre általában semmilyen információ nincs. Ezek közül a nem is mérhető.
- A peremfeltételi bizonytalanságok numerikus érzékenységvizsgálatokkal határozhatók be.
- Olyan nagyra kell venni a geometriát, hogy ne legyen nagy a peremérzékenység: felvízi oldalon nagyobb, alvízi oldalon kisebb lehet.
- Pl. épületmodell esetében ne az ajtóban írjuk elő a légnyomást, hanem készítsünk kívül egy dobozt.
- Pl. atmoszférikus áramlások rendkívül érzékenyek a belépő sebesség és turbulens profilokra: Goricsán-módszer.
- LES rendkívül peremérzékeny: időfüggő, realisztikus belépősebességprofilokat kell megadni, különben sok számítás ellenére sem javul a szimuláció pontossága.

- Hogyan csökkenthető a megoldás peremfeltételi adatokra való érzékenysége? Hogyan becsülhető meg a peremfeltételek megadása által okozott hiba?

Anyagjellemzők bizonytalansága

- Sűrűségmodell megválasztása: számolhatunk-e állandó sűrűséggel?
Pl: a légköri sűrűség? Tengerszinten eddig tartósan mért nyomás szélső értékei:
p: 877 – 1079 kPa → 20 %
T: 253 – 313 K → 22 %
- Anyagösszetétel változhat?
- Viskozitás erősen hőmérséklet függő lehet, FLUENT-ben csak a normál állapotú értékek vannak táblázva, de megadhatunk törtvonalas függvényt vagy polinomot. Többféle anyagmodell nemnewtoni folyadékokra (csak lamináris).
- Termikus jellemzők erősen hőmérséklet függőek lehetnek. (c_p , κ)
- Többfázisú modellek esetében különösen sok hangolnivaló van:

A CFD elemzést terhelő hibák és bizonytalanságok

1. Modell bizonytalanságok
2. Diszkrétizációs hiba
3. Iterációs hiba
4. Kerekítési hiba
5. Alkalmazási bizonytalanság
6. Felhasználói hibák
7. Program hibák