A mérési hiba számítása

A mérnöki gyakorlatban a mért mennyiségek minden esetben mérési hibával terheltek. A mérés pontosságának, a mért adatok megbízhatóságának számszerű jellemzésére hibaszámítást kell végeznünk. Jelölje X a mért mennyiséget, valamint δX a mért mennyiséghez tartozó mérési hibát (pontatlanságot). A mért eredmények helyes megadási formája a következő:

$$X \pm \delta X,$$

ahol δX az X mennyiség ***abszolút hibája***, a $\dfrac{\delta X}{X}$ hányados pedig a ***relatív hiba*** (amelyet %-os formában szokásos megadni).

Az esetek döntő többségében a mérési hibát a mérőeszközök pontatlan leolvasása okozza. A leolvasási hiba jó közelítéssel az adott műszer skálaosztásának felel meg, pl. manométernél a mérőfolyadék kitérését a mérőműszer [*mm*] skáláján olvassuk le, itt a folyadékoszlop-kitérés leolvasási hibája 1*mm*.

Példa: Δl=125*mm* kitérést olvasunk le egy alkohollal töltött ferdecsöves mikromanométeren, melyet *mm*-osztású skálával láttak el, így leolvasási pontossága $\delta\Delta l$=1*mm*. Tehát ekkor azt írhatjuk mérési eredményként:

Δl=125 ± 1 *mm*, a relatív hiba pedig: $\dfrac{\delta\Delta l}{\Delta l} = \dfrac{1}{125} = 0.8\%$

A Δp nyomáskülönbség, mint ***egyetlen mért adat*** *(*Δl kitérés) alapján számolt mennyiség pontatlan leolvasás által okozott hibája pedig ezzel egyszerűen számolható:

Δp=521.5 ± 4.2 *Pa,* a relatív hiba pedig: $\dfrac{\delta\Delta p}{\Delta p} = \dfrac{4{,}2}{521{,}2} = 0.8\%$

(Fenti számításban: $\Delta p=\rho_{alk}\cdot g\cdot\Delta l\cdot\sin\alpha$, ahol ρ_{alk}=850kg/m^3, g=9.81*N/kg*, $\sin\alpha=0.5$)

Viszont amennyiben olyan mennyiségről van szó (pl. a c_e ellenállástényező kiszámításakor), amikor azt nem egy, hanem ***több mért adat*** alapján számoljuk (F_e ellenállaserő, v sebesség ill. a vele arányos Δp nyomáskülönbség, ρ_k közeg sűrűség kiszámításához a gáztörvény szerint mérendő p_0 nyomás és T_0 hőmérséklet, A felület, stb.), akkor a minden egyes mért mennyiség mérésekor elkövetett ***mérési hibák halmozódnak***. A hibaszámításkor ilyen esetben az alábbi számítási mód szerint kell eljárni. Jelöljük általánosan „R"–el a számolt mennyiséget, amely n db, „X_i"–vel jelölt mért mennyiség függvénye ($R=f(X_i)$, ahol i=1…n). Az „R" számított mennyiség δX_i abszolút hibával terhelt X_i mért mennyiségek méréseiből származó halmozott vagy eredő abszolút hibáját (δR) az alábbi kifejezés szerint számíthatjuk ki:

$$\delta R = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\delta X_i \cdot \frac{\partial R}{\partial X_i}\right)^2},$$

azaz R kifejezésének minden egyes X_i mért adat szerinti $\dfrac{\partial R}{\partial X_i}$ parciális deriváltjait és a mért mennyiségre jellemző δX_i hibákat is meg kell határoznunk és az alábbi összefüggés szerint δR számítható.

$$\delta R = \sqrt{\left(\delta X_1 \cdot \frac{\partial R}{\partial X_1}\right)^2 + \left(\delta X_2 \cdot \frac{\partial R}{\partial X_2}\right)^2 + \left(\delta X_3 \cdot \frac{\partial R}{\partial X_3}\right)^2 + \ldots\ldots + \left(\delta X_n \cdot \frac{\partial R}{\partial X_n}\right)^2}$$

A fenti összefüggés sokszor hosszadalmas, de praktikus átalakítással az alábbi alakra hozható:

$$\delta R = \sqrt{R^2\left[\left(k_1 \cdot \frac{\delta X_1}{X_1}\right)^2 + \left(k_2 \cdot \frac{\delta X_2}{X_2}\right)^2 + \left(k_3 \cdot \frac{\delta X_3}{X_3}\right)^2 + \ldots\ldots + \left(k_n \cdot \frac{\delta X_n}{X_n}\right)^2\right]},$$

ahol k_i (i=1…n) az adott esetre jellemző meghatározandó konstansok. A δR abszolút hiba kiszámítása után a számított mennyiség relatív hibája pedig $\dfrac{\delta R}{R}$ hányados képzésével %-os formában adható meg. Több mérési pontban számot R esetén célszerű a fenti kifejezést R-el osztva kapott összefüggéssel számolni R relatív hibáját:

$$\frac{\delta R}{R} = \sqrt{\left(k_1 \cdot \frac{\delta X_1}{X_1}\right)^2 + \left(k_2 \cdot \frac{\delta X_2}{X_2}\right)^2 + \left(k_3 \cdot \frac{\delta X_3}{X_3}\right)^2 + \ldots\ldots + \left(k_n \cdot \frac{\delta X_n}{X_n}\right)^2}$$

Egy méréssorozatban felvett több mérési pont (pl. sebességprofil pontjai) esetén minden mérési pontra külön el kell végeznünk a fenti hibaszámítást! Ebben az esetben az adatpontokra illesztett pl. sebességprofil mellett ugyanabban a diagramban célszerű ábrázolni a mérési pontokhoz tartozó relatív hiba értékeiből álló hibagörbét is.

M1. Testre ható ellenálláserő mérése

Az ellenállástényező kifejezése, és az abszolút hiba számítása: relatív hiba:

$$c_e = \frac{F_e}{\frac{\rho_k}{2} \mathrm{v}^2 A} \qquad \delta c_e = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\delta X_i \cdot \frac{\partial c_e}{\partial X_i} \right)^2} \qquad \frac{\delta c_e}{c_e} = ?$$

ahol az X_{i} mért mennyiségek és a hozzájuk kapcsolódó mérési hibák:

$X_1 = F_e$,	illetve az erőmérés hibája	$\delta F_e = ?\ N$
$X_2 = p_0$,	illetve a nyomásmérés hibája	$\delta p_0 = 100\ Pa$
$X_3 = T_0$,	illetve a hőmérsékletmérés hibája	$\delta T_0 = 1K$
$X_4 = \Delta h$,	illetve a ferde- v. görbecsöves manométer leolv. hibája	$\delta \Delta h = 0.001\ m$
$X_5 = \Delta h_{\mathrm{Betz}}$,	illetve a Betz-rendszerű manométer nyomásmérés hibája	$\delta \Delta h_{\mathrm{Betz}} = 0.0001 m$

M2. Szabadsugár vizsgálata

A sebességprofil „k”-ik mérési pontjához tartozó abszolút hiba számítása: relatív hiba:

$$\mathrm{v}_k = \sqrt{\frac{2 p_{din,k}}{\rho}} \qquad \delta \mathrm{v}_k = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\delta X_i \cdot \frac{\partial \mathrm{v}_k}{\partial X_i} \right)^2} \qquad \frac{\delta \mathrm{v}_k}{\mathrm{v}_k} = ?$$

ahol az X_{i} mért mennyiségek és a hozzájuk kapcsolódó mérési hibák:

$X_1 = p_0$,	illetve a nyomásmérés hibája	$\delta p_0 = 100\ Pa$
$X_2 = T_0$,	illetve a hőmérsékletmérés hibája	$\delta T_0 = 1K$
$X_3 = \Delta h$,	illetve a ferde- v. görbecsöves manométer leolv. hibája	$\delta \Delta h = 0.001\ m$
$X_4 = \Delta h_{\mathrm{Betz}}$,	illetve a Betz-rendszerű manométer nyomásmérés hibája	$\delta \Delta h_{\mathrm{Betz}} = 0.0001 m$

M3. Zárt csatornában elhelyezett hengerre ható erő vizsgálata

Az ellenállástényező kifejezése, és az abszolút hiba számítása: relatív hiba:

$$c_e = \frac{F_e}{\frac{\rho_k}{2} \mathrm{v}^2 A} \qquad \delta c_e = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\delta X_i \cdot \frac{\partial c_e}{\partial X_i} \right)^2} \qquad \frac{\delta c_e}{c_e} = ?$$

ahol az X_{i} mért mennyiségek és a hozzájuk kapcsolódó mérési hibák:

$X_1 = F_e$,	illetve az erőmérés hibája	$\delta F_e = ?\ N$
$X_2 = p_0$,	illetve a nyomásmérés hibája	$\delta p_0 = 100\ Pa$
$X_3 = T_0$,	illetve a hőmérsékletmérés hibája	$\delta T_0 = 1K$
$X_4 = \Delta h$,	illetve a ferde- v. görbecsöves manométer leolv. hibája	$\delta \Delta h = 0.001\ m$
$X_5 = \Delta h_{\mathrm{Betz}}$,	illetve a Betz-rendszerű manométer nyomásmérés hibája	$\delta \Delta h_{\mathrm{Betz}} = 0.0001 m$

M4. Testekre ható erő mérése az NPL szélcsatornában

Az ellenállástényező kifejezése, és az abszolút hiba számítása: relatív hiba:

$$c_e = \frac{F_e}{\frac{\rho_k}{2} \mathrm{v}^2 A} \qquad \delta c_e = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\delta X_i \cdot \frac{\partial c_e}{\partial X_i} \right)^2} \qquad \frac{\delta c_e}{c_e} = ?$$

ahol az X_{i} mért mennyiségek és a hozzájuk kapcsolódó mérési hibák:

$X_1 = F_e$,	illetve az erőmérés hibája	$\delta F_e = ?\ N$
$X_2 = p_0$,	illetve a nyomásmérés hibája	$\delta p_0 = 100\ Pa$
$X_3 = T_0$,	illetve a hőmérsékletmérés hibája	$\delta T_0 = 1K$
$X_4 = \Delta h$,	illetve a ferde- v. görbecsöves manométer leolv. hibája	$\delta \Delta h = 0.001\ m$
$X_5 = \Delta h_{\mathrm{Betz}}$,	illetve a Betz-rendszerű manométer nyomásmérés hibája	$\delta \Delta h_{\mathrm{Betz}} = 0.0001 m$

M5. Radiális szabadsugár vizsgálata

A sebességprofil „k”-ik mérési pontjához tartozó abszolút hiba számítása: relatív hiba:

$$\mathrm{v}_k = \sqrt{\frac{2p_{din,k}}{\rho}} \qquad \delta\mathrm{v}_k = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\delta X_i \cdot \frac{\partial \mathrm{v}_k}{\partial X_i}\right)^2} \qquad \frac{\delta\mathrm{v}_k}{\mathrm{v}_k} = ?$$

ahol az X_i mért mennyiségek és a hozzájuk kapcsolódó mérési hibák:

$X_1=p_0$,	illetve a nyomásmérés hibája	$\delta p_0=100\ Pa$
$X_2=T_0$,	illetve a hőmérsékletmérés hibája	$\delta T_0= 1K$
$X_3=\Delta h$,	illetve a ferde- v. görbecsöves manométer leolv. hibája	$\delta\Delta h= 0.001\ m$
$X_4=\Delta h_{\mathrm{Betz}}$,	illetve a Betz-rendszerű manométer nyomásmérés hibája	$\delta\Delta h_{\mathrm{Betz}}=0.0001m$

M7. Könyök-idom áramlástani vizsgálata

A könyök-idom veszteségtényező kifejezése, és az abszolút hiba számítása: relatív hiba:

$$\zeta_k = \frac{\Delta p_{ö}}{\frac{\rho_k}{2}\mathrm{v}^2} \qquad \delta\zeta_k = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\delta X_i \cdot \frac{\partial \zeta_k}{\partial X_i}\right)^2} \qquad \frac{\delta\zeta_k}{\zeta_k} = ?$$

ahol az X_i mért mennyiségek és a hozzájuk kapcsolódó mérési hibák:

$X_1=p_0$,	illetve a nyomásmérés hibája	$\delta p_0=100\ Pa$
$X_2=T_0$,	illetve a hőmérsékletmérés hibája	$\delta T_0= 1K$
$X_3=\Delta h$,	illetve a ferde- v. görbecsöves manométer leolv. hibája	$\delta\Delta h= 0.001\ m$

M8. Pillangószelep áramlástani vizsgálata

A pillangószelep veszteségtényező kifejezése, és az abszolút hiba számítása: relatív hiba:

$$\zeta_{pill.sz.} = \frac{\Delta p_{ö}}{\frac{\rho_k}{2}\mathrm{v}^2} \qquad \delta\zeta_{pill.sz.} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\delta X_i \cdot \frac{\partial \zeta_{pill.sz.}}{\partial X_i}\right)^2} \qquad \frac{\delta\zeta_{pill.-sz.}}{\zeta_{pill.sz.}} = ?$$

ahol az X_i mért mennyiségek és a hozzájuk kapcsolódó mérési hibák:

$X_1=p_0$,	illetve a nyomásmérés hibája	$\delta p_0=100\ Pa$
$X_2=T_0$,	illetve a hőmérsékletmérés hibája	$\delta T_0= 1K$
$X_3=\Delta h$,	illetve a ferde- v. görbecsöves manométer leolv. hibája	$\delta\Delta h= 0.001\ m$

M9. Diffúzorok jellemzőinek meghatározása

A diffúzorhatásfok kifejezése, és az abszolút hiba számítása: relatív hiba:

$$\eta_{diff.} = \frac{\Delta p_{valós}}{\Delta p_{id}} \qquad \delta\eta_{diff.} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\delta X_i \cdot \frac{\partial \eta_{diff.}}{\partial X_i}\right)^2} \qquad \frac{\delta\eta_{diff.}}{\eta_{diff.}} = ?$$

ahol az X_i mért mennyiségek és a hozzájuk kapcsolódó mérési hibák:

$X_1=p_0$,	illetve a nyomásmérés hibája	$\delta p_0=100\ Pa$
$X_2=T_0$,	illetve a hőmérsékletmérés hibája	$\delta T_0= 1K$
$X_3=\Delta h$,	illetve a ferde- v. görbecsöves manométer leolv. hibája	$\delta\Delta h= 0.001\ m$

M10. Borda-Carnot átmenet és diffúzor vizsgálata

A diffúzorhatásfok kifejezése, és az abszolút hiba számítása: relatív hiba:

$$\eta_{diff.} = \frac{\Delta p_{valós}}{\Delta p_{id}} \qquad \delta\eta_{diff.} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\delta X_i \cdot \frac{\partial \eta_{diff.}}{\partial X_i}\right)^2} \qquad \frac{\delta\eta_{diff.}}{\eta_{diff.}} = ?$$

ahol az X_i mért mennyiségek és a hozzájuk kapcsolódó mérési hibák:

$X_1=p_0$,	illetve a nyomásmérés hibája	$\delta p_0=100\ Pa$
$X_2=T_0$,	illetve a hőmérsékletmérés hibája	$\delta T_0= 1K$
$X_3=\Delta h$,	illetve a ferde- v. görbecsöves manométer leolv. hibája	$\delta\Delta h= 0.001\ m$

M11. Testek körüli áramlás vizsgálata

Az ellenállástényező kifejezése, és az abszolút hiba számítása: relatív hiba:

$$c_e = \frac{F_e}{\frac{\rho_k}{2}\mathrm{v}^2 A} \qquad \delta c_e = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\delta X_i \cdot \frac{\partial c_e}{\partial X_i}\right)^2} \qquad \frac{\delta c_e}{c_e} = ?$$

ahol az X_i mért mennyiségek és a hozzájuk kapcsolódó mérési hibák:

$X_1=F_\mathrm{e}$,	illetve az erőmérés hibája	$\delta F_\mathrm{e}= ?\ N$
$X_2=p_0$,	illetve a nyomásmérés hibája	$\delta p_0=100\ Pa$
$X_3=T_0$,	illetve a hőmérsékletmérés hibája	$\delta T_0= 1K$
$X_4=\Delta h$,	illetve a ferde- v. görbecsöves manométer leolv. hibája	$\delta\Delta h= 0.001\ m$
$X_5=\Delta h_\mathrm{Betz}$,	illetve a Betz-rendszerű manométer nyomásmérés hibája	$\delta\Delta h_\mathrm{Betz}=0.0001m$

M12. Radiális ventilátor vizsgálata

A hasznos teljesítmény kifejezése, és az abszolút hiba számítása: relatív hiba:

$$P_h = q_V \cdot \Delta p_ö \qquad \delta P_h = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\delta X_i \cdot \frac{\partial P_h}{\partial X_i}\right)^2} \qquad \frac{\delta P_h}{P_h} = ?$$

ahol az X_i mért mennyiségek és a hozzájuk kapcsolódó mérési hibák:

$X_1=p_0$,	illetve a nyomásmérés hibája	$\delta p_0=100\ Pa$
$X_2=T_0$,	illetve a hőmérsékletmérés hibája	$\delta T_0= 1K$
$X_3=\Delta h$,	illetve a ferde- v. görbecsöves manométer leolv. hibája	$\delta\Delta h= 0.001\ m$
$X_4=\Delta h_\mathrm{Betz}$,	illetve a Betz-rendszerű manométer nyomásmérés hibája	$\delta\Delta h_\mathrm{Betz}=0.0001m$

M13. Lapdiffúzor jellemzőinek vizsgálata

A diffúzorhatásfok kifejezése, és az abszolút hiba számítása: relatív hiba:

$$\eta_{diff.} = \frac{\Delta p_{valós}}{\Delta p_{id}} \qquad \delta\eta_{diff.} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\delta X_i \cdot \frac{\partial \eta_{diff.}}{\partial X_i}\right)^2} \qquad \frac{\delta\eta_{diff.}}{\eta_{diff.}} = ?$$

ahol az X_i mért mennyiségek és a hozzájuk kapcsolódó mérési hibák:

$X_1=p_0$,	illetve a nyomásmérés hibája	$\delta p_0=100\ Pa$
$X_2=T_0$,	illetve a hőmérsékletmérés hibája	$\delta T_0= 1K$
$X_3=\Delta h$,	illetve a ferde- v. görbecsöves manométer leolv. hibája	$\delta\Delta h= 0.001\ m$