A homogén akusztikai hullámegyenlet

A modell alkotás lépései:

1. A fizikai rendszert leíró fálzoók kiválasztása:
   p[Pa], v[m/s], r[kg/m^3], T[K]

2. Fizikai alapelvek keresése
   a. anyagmegmaradás
   b. impulzus-megmaradás
   c. energia-megmaradás
   d. anyagtörvény

3. A változók és alapelvek közötti egyenletek meghatározása
   a. anyagmegmaradás → kontinuitás
   b. impulzus megmaradása → Navier-Stokes egyenletek, Euler, Impulzus
   c. energia-megmaradás → energia egylet
   d. anyagtörvény → ideális gáz

4. Egyenletek megoldása; az egyenletek ellenőrzése
   (A hely és idő kapcsolata nélküli matematikai leírás). A hangteret leíró változók egymás közti kapcsolatok rendszere.

A hangteret leíró változók egymás közti kapcsolata:

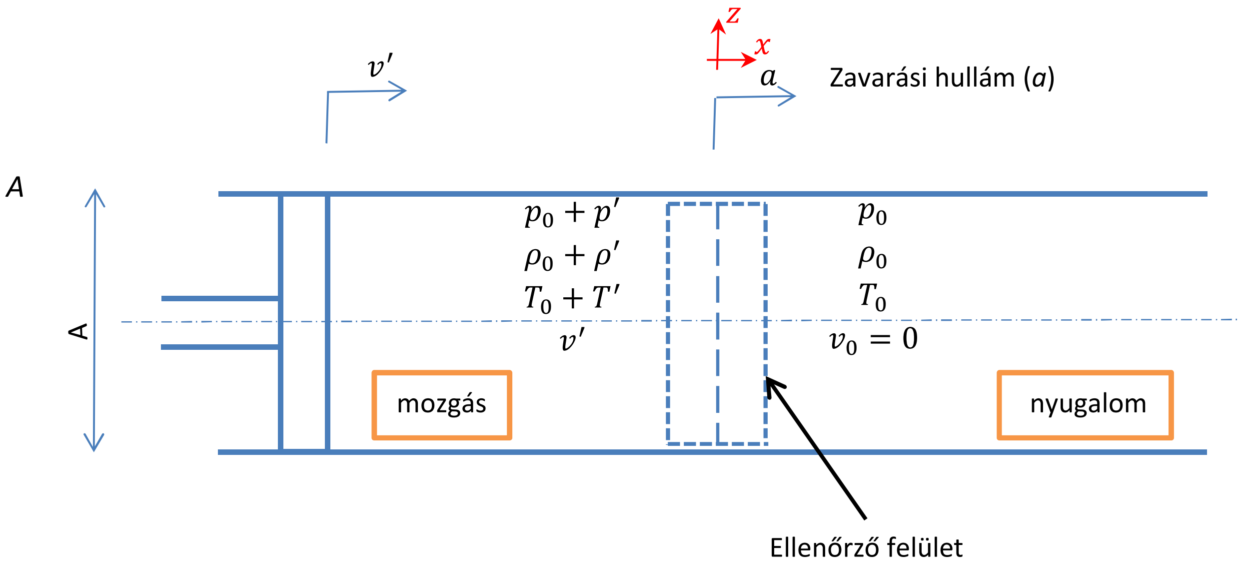
- időben egyensúly, nem változó: IDŐBEN ÁLLANDÓ, p_0
- időben vállalkozó: IDŐBEN INGADOZÓ, p'

$p = p_0 + p'$ hangnyomás *(1)*
$v = v_0 + v'$ részecskesebesség *(2)*
$\rho = \rho_0 + \rho'$ *(3)*
$T = T_0 + T'$ *(4)*

Egyszerűsítési feltételek

- homogén, *súrlódásmentes* kontinuum a hang vivőközeg.
- elemi expanzió és kompresszió *adiabatikusan* zajlik le.
- nyugvó közeget feltételezünk; $v_0 = 0m/s$.
- kis amplitúdó; $\frac{p_0}{p'} \ll 1, \frac{\rho_0}{\rho'} \ll 1, \frac{T_0}{T'} \ll 1$

A hang fogalma: egy mechanikai zavarási állapot tovaterjedése rugalmas közegben.



Ha a zavarási hullámra illesztjük a koordináta rendszert, akkor a vizsgálatunk stacioner lesz.

Emlékeztetőnek:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho \boldsymbol{v} d\boldsymbol{V} + \int_A v\rho(\boldsymbol{v} d\boldsymbol{A}) = \int_V \rho g d\boldsymbol{V} - \int_A p d\boldsymbol{A} - \boldsymbol{R} + \boldsymbol{S} \qquad (5)$$

stacionar + impulzus + súlyerő + nyomásból + testre ható erő + súrlódás

<u>Kontinuitás egyenlet</u>

A tömegáramok azonosatak:

$$q_{mbe} = q_{mki} \qquad (6)$$

$$Aa\rho_0 = (a - v')A(\rho_0 + \rho') \qquad (7)$$

$$a\rho_0 = a\rho_0 + a\rho' - v'\rho_0 - v'\rho' \qquad (8)$$

$$v' = \frac{a}{\rho_0}\rho' \qquad (9)$$

megjegyzés: $v'\rho'$ másodrendű kicsiny, elhanyagolható a vizsgálatukban.

Ez a **lineáris akusztika kontinuitása**.

<u>Impulzustéttel</u>

$$\sum I = -\sum F \qquad (6)$$

$$I_{be} - I_{ki} = F_{ki} - F_{be} \qquad (7)$$

$$a^2 A\rho_0 - a^2 A\rho_0(a - v') = (p_0 + p')A - p_0 A \qquad (8)$$

be ki hátlap............előlap (9)

felhasználva (9) egyenletet:

$$a\rho_0 v' = p' \qquad (10)$$

Így ez a **lineáris akusztika mozgásegyenlete;**

megjegyzés: ebben nincs linearitás.

Energiaegyenlet

$$\dot{E_{be}} - \dot{E_{ki}} = P_{ki} + P_{be} \tag{11}$$

$\dot{E}$ az energia áram;

P a ható erők teljesítménye.

Az energia áram felírása:

$energia = E_{morgási} + E_{belső}$	*(12)*
$\left(\frac{a^2}{2} aA\rho_0 + c_v T_0 aA\rho_0\right) - \left(\frac{(a - v')^2}{2} aA\rho_0 + c_v (T_0 - T') aA\rho_0\right)$	*(13)*

$\frac{a^2}{2} + c_v T_0 - \frac{a^2 + v'^2 - 2av'}{2} - c_v T_0 - c_v T' = \frac{(p_0 - p')(a - v')}{a\rho_0} - \frac{p_0}{\rho_0}$	*(14)*

$$\frac{a^2}{2} + c_v T_0 - \frac{a + v' - 2av'}{2} - c_v T_0 - c_v T' = \frac{p'}{\rho_0} - \frac{p_0 \rho'}{\rho_0^2} \tag{15}$$

megjegyzés: v'^2 *~ 0,*

felhasználva (9) egyenlet,

$$av' - c_v T' = \frac{p'}{\rho_0} - \frac{p_0 \rho'}{\rho_0^2} \tag{16}$$

megjegyzés: (9) átrendezne:

$$av' = \frac{p'}{\rho_0} \tag{17}$$

$$\frac{p'}{\rho_0} - c_v T' = \frac{p'}{\rho_0} - \frac{p_0 \rho'}{\rho_0^2} \tag{18}$$

$$T' = \frac{p_0}{\rho_0^2 c_v} \rho' \tag{19}$$

Itt a **lineáris akusztika energiaegyenlete**.

Anyagtörvénye

Az ideális gáz esetén.

$$\frac{p}{\rho} = RT' \tag{18}$$

Az egyensúlyi mennyiségek legyenek:

$x \rightarrow x_0$

$dx \rightarrow x'$

$$d\left(\frac{p}{\rho}\right) = d(RT') \tag{18}$$

$$\frac{dp}{\rho} + -\frac{p}{\rho^2}d\rho = d(RT') \tag{18}$$

$$\frac{p'}{\rho_0} - \frac{p_0}{\rho_0^2}\rho' = R\,\frac{p_0}{\rho_0^2 c_v}\rho' \tag{18}$$

megjegyzés: felhasználva (19)

$$p' = \rho'\frac{p_0}{\rho_0}(1 + \frac{K}{c_v}) \tag{18}$$

$$\frac{c_v}{c_v} + \frac{c_p - c_v}{c_v} \tag{18}$$

megjegyzés: k

$$\frac{p'}{\rho'} = RT_0 k \tag{18}$$

$$a = \sqrt{kRT_0} \tag{18}$$

Megjegyzés:

- p' a legnagyobb a mérhető mikrofonnal;
- $v' = \frac{p'}{a\rho_0}$ ~