

# 1.GYAKORLAT (2. oktatási hét) ÁRAMLÁSTAN BSc

**Téma:** közegjellemzők, alapadatok, alapszámítások  
ideális / valós közeg;  
Newton-féle viszkozitási törvény

## Közegjellemzők, alapadatok, alapszámítások

### PÉLDA (közegjellemzők)

Határozza meg a levegő ( $R=287 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ ) sűrűségét az alábbi közegjellemzők esetén! (lásd tankönyv 1.2.2. lecke, 30. oldal összefüggés)

$$p v = \frac{p}{\rho} = RT, \quad (1.5)$$

ahol

$$R = R_u / M. \quad (1.6)$$

az adott gáz vagy gázkeverék **gázállandója**, ami az **univerzális gázállandó**  
 $R_u = 8314,3 \text{ J/kmol}\cdot\text{K}$  és a **moltömeg**  $M \text{ kg/kmol}$  hányadosa. Levegőre  
 $M = 29 \text{ kg/kmol}$ , tehát  $R = 287 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ .

nyomás, $p \text{ [Pa]}$	100000 Pa	1 bar	100hPa	$10^5 \text{ Pa}$	1000 mbar	5 bar
hőmérséklet, $T[\text{K}]$ vagy $t[^\circ\text{C}]$	15 °C	323 K	0 °C	273 K	373 K	60 °C
sűrűség, $\rho_{\text{lev}} \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-3}]$	?	?	?	?	?	?

### PÉLDA (közegjellemzők)

Határozza meg a levegő dinamikai ill. kinematikai viszkozitását az alábbi hőmérsékletek esetén! (lásd tankönyv 1.2.4. lecke, 34. oldal összefüggés, valamint  $\nu_{\text{lev}} = \mu_{\text{lev}} / \rho_{\text{lev}}$ )

$T \text{ [K]}$  hőmérsékletű **gáz dinamikai viszkozitását** a

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \frac{T_0 + T_s}{T + T_s} \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}}$$

összefüggéssel számolhatjuk [16], ahol 1 bar nyomású levegőre  $T_0 = 273,16 \text{ K}$ ,  
 $\mu_0 = 17,1 \times 10^{-6} \text{ kg/ms}$ ,  $T_s = 122 \text{ K}$ .

hőmérséklet, $t[^\circ\text{C}]$	-20 °C	0 °C	20 °C	50 °C	100 °C	200 °C
din. visz, $\mu_{\text{lev}} \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$	?	?	?	?	?	?
kin. visz, $\nu_{\text{lev}} \text{ [m}^2\cdot\text{s}^{-1}]$	?	?	?	?	?	?

Ábrázolja  $\mu=f(t)$  vagy  $\nu=f(t)$  diagramban is a fenti adatokat!

### PÉLDA (közegjellemzők)

Határozza meg a víz dinamikai ill. kinematikai viszkozitását az alábbi hőmérsékletek esetén! (lásd tankönyv 1.2.4. lecke, 35. oldal összefüggés)

$T \text{ [K]}$  hőmérsékletű **cseppfolyós közeg dinamikai viszkozitásának** meghatározására a

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \exp\left(\frac{T_A}{T + T_B} - \frac{T_A}{T_0 + T_B}\right)$$

összefüggés használható, ahol vízre  $T_A = 506 \text{ K}$ ,  $T_B = -150 \text{ K}$ , 1 bar nyomás  
esetén  $T_0 = 273,16 \text{ K}$ , és  $\mu_0 = 1,793 \times 10^{-3} \text{ kg/ms}$ .

hőmérséklet, $t[^\circ\text{C}]$	5 °C	10 °C	20 °C	30 °C	50 °C	80 °C
din. visz, $\mu_{\text{víz}} \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}]$	?	?	?	?	?	?
kin. visz, $\nu_{\text{víz}} \text{ [m}^2\cdot\text{s}^{-1}]$	?	?	?	?	?	?

Ábrázolja  $\mu=f(t)$  vagy  $\nu=f(t)$  diagramban is a fenti adatokat!

## PÉLDA (közegjellemzők)

Egy  $V=1\text{m}^3$  belső térfogatú ipari fagyasztóládát nyitva hagyunk addig, hogy a teljes levegőtér fogat kicserélődjön a szoba környezeti nyomású és hőmérsékletű ( $p_0=101325\text{Pa}$ ,  $t_0=25^\circ\text{C}$ ,  $R=287\text{J}/(\text{kgK})$ ) meleg levegőre.

Majd a fagyasztóláda ( $A=0,5\text{m}\times 1\text{m}=0,5\text{m}^2$ ) felületű tetejét becsukjuk. A hermetikusan zárt fagyasztóládaiban  $t=-4\text{C}$  hőmérsékletre hűlt le a levegő.

Ha másnap megpróbáljuk kinyitni a fagyasztóláda tetejét, akkor mekkora erő szükséges a kinyitáshoz? (A levegőt tekintjük ideális gáznak. A láda teteje elhanyagolható tömegű.)



## MEGOLDÁS

A gáztörvény ideális gázokra, így a levegőre:

$$\rho = p / (R \cdot T), \text{ ahol } \rho [\text{kg}/\text{m}^3] = m [\text{kg}] / V [\text{m}^3],$$

azaz adott  $V$  térfogatú levegő tömege adott  $p$  nyomáson és  $T$  hőmérsékleten:

$$m = \rho \cdot V = p \cdot V / (R \cdot T)$$

A ládában lévő meleg ill. hideg levegő tömege azonos, hiszen hermetikusan zárt.

$$m_{\text{MELEG}} = m_{\text{HIDEG}}$$

$$(p_{\text{meleg}} \cdot V) / (R \cdot T_{\text{meleg}}) = (p_{\text{hideg}} \cdot V) / (R \cdot T_{\text{hideg}})$$

A ládában a levegő  $V$  térfogata és a  $R$  gázállandó is állandó, tehát a belső nyomás változik, ha a meleg levegő lehűl.

$$p_{\text{meleg}} / T_{\text{meleg}} = p_{\text{hideg}} / T_{\text{hideg}}$$

$$p_{\text{hideg}} = p_{\text{meleg}} \cdot (T_{\text{hideg}} / T_{\text{meleg}}) = 101325 \cdot (269/298) = 91464,513423 \text{ Pa } (\approx 91465\text{Pa})$$

A fagyasztóládaiban tehát  $91465\text{Pa}$  értékre csökken a nyomás. Így a külső nyomás nagyobb, mint a belső, tehát ezt a  $\Delta p$  nyomáskülönbséget kell legyőzni a nyitás pillanatában.

$$\Delta p = p_{\text{külső}} - p_{\text{belső}} = p_{\text{meleg}} - p_{\text{hideg}} = p_{\text{meleg}} \cdot [1 - (T_{\text{hideg}} / T_{\text{meleg}})] = 101325\text{Pa} - 91465\text{Pa} = 9860 \text{ Pa}$$

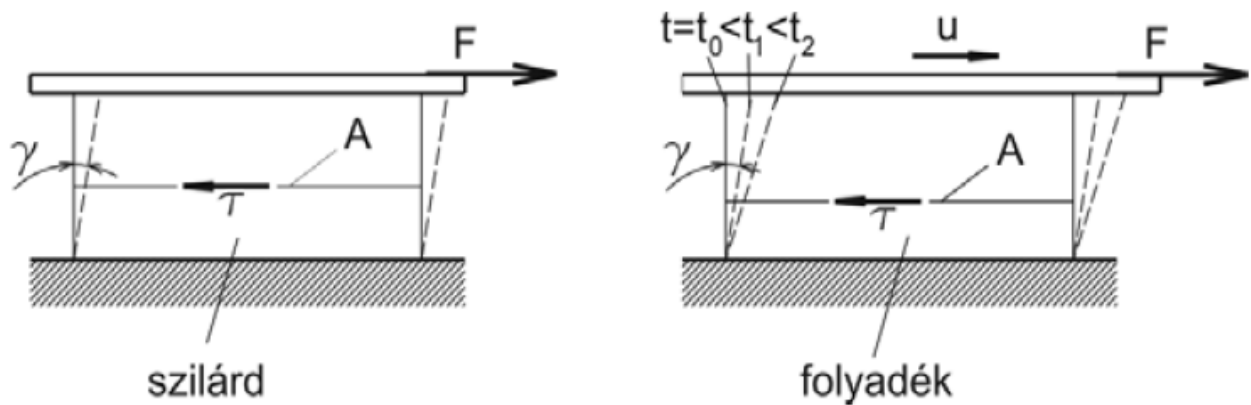
A hűtőláda tetejére ható belső és külső oldala közötti nyomáskülönbségből származó erő igen nagy:

$$F = \Delta p \cdot A = 9860\text{Pa} \cdot 0,5\text{m}^2 = 4930 \text{ N } (\approx 5\text{kN}) !!!$$

## Ideális / valós folyadék

SZEMPONT	VALÓS FOLYADÉK	IDEÁLIS FOLYADÉK
1) anyagszerkezet	molekuláris és inhomogén	folytonos és homogén
2) súrlódás	súrlódásos (viszkózus) $\mu \neq 0$	súrlódásmentes $\mu = 0$
3) összenyomhatóság	összenyomható (kompresszibilis) $\rho \neq \text{állandó}$	összenyomhatatlan (inkompresszibilis) $\rho = \text{állandó}$

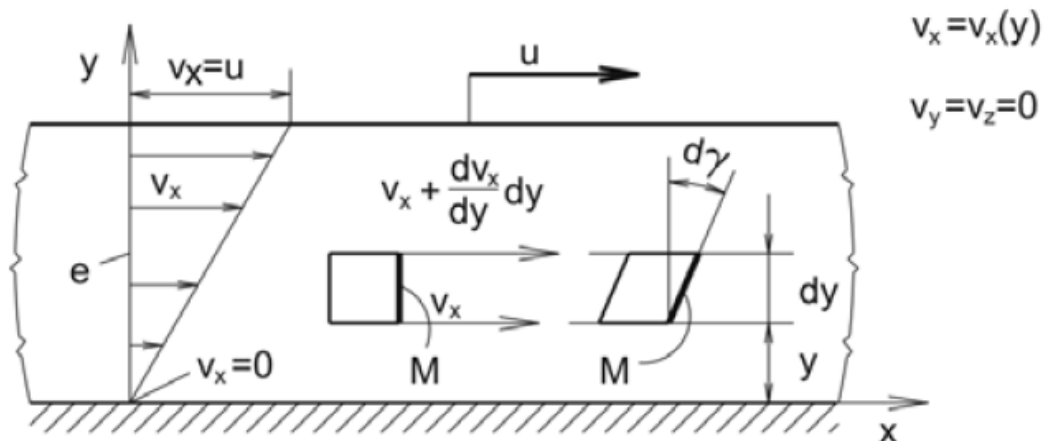
### Newton-féle viszkozitási törvény



**1.1. ábra**

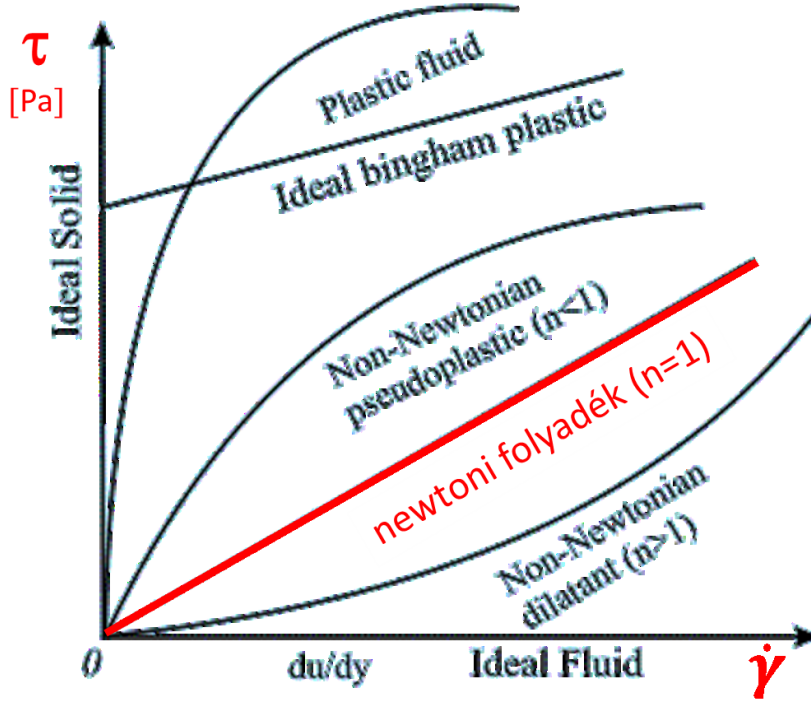
Szilárd test és folyadék réteg deformációja

szilárd testeknél	$\gamma$ arányos $\tau$ -val
(newtoni) folyadékoknál	$d\gamma/dt$ arányos $\tau$ -val
nem-newtoni közegeknél	$d\gamma/dt$ más függvénye $\tau$ -nak



1-5.

# Reológiai görbék



csúsztatófeszültség:

$$\tau = k \cdot \left(\frac{d\gamma}{dt}\right)^n$$

newtoni folyadék  
( $n=1, k=\mu$ )

$$\tau = \mu \cdot \frac{d\gamma}{dt}$$

deformációsebesség:

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt}$$

dinamikai viszkozitás:

$$\mu \text{ [kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}\text{]}$$

„1D” közelítés:

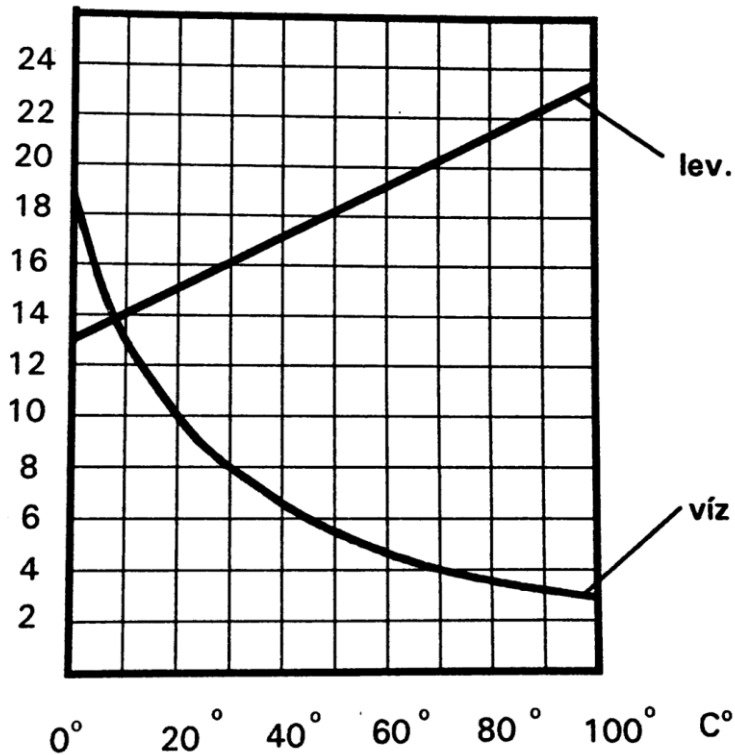
$$\tau \cong \mu \cdot \frac{dv_x}{dy}^{17}$$



Dr. Suda Jenő Miklós

$v_{\text{víz}} \cdot 10^7$

$v_{\text{lev}} \cdot 10^6 \text{ [m}^2/\text{s]}$

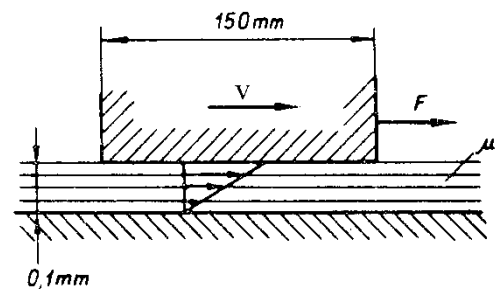


$p_0 = 1015 \text{ mbar}$  ;

$\mu = \rho \nu$  ;  $\rho_{\text{lev}} = \frac{p}{R \cdot T}$  ahol  $R = 288 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$

## PÉLDA (Newton-féle viszkozitási törvény)

A mellékelt ábrán látható csúszótalpat a vízszintes, álló alaplapot borító  $\mu=0,1 \text{ kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$  dinamikai viszkozitású vékony folyadékfilm (pl. szobahőmérsékletű ismert  $\mu$  dinamikai viszkozitású olajfilm) csúsztatjuk  $v=0,5 \text{ m/s}$  állandó sebességgel. A csúszótalpat hosszúsága  $L=150 \text{ mm}$ , szélessége (a rajz síkjára merőlegesen)  $W=100 \text{ mm}$ .



**FELTÉTELEK:** A vékony résben lineáris sebességprofil, a Newton-féle viszkozitási törvény érvényes.

**KÉRDÉS:**

**A)** Határozza meg a csúszótalpat mozgatásához szükséges  $F$  [N] erőt!

**B)** Melyik esetben változik nagyobb mértékben a csúszótalpat azonos sebességgel való mozgatásához szükséges erő nagysága: ha a szobahőmérsékletűnél  $20^\circ\text{C}$ -kal hidegebb vagy ha annál  $20^\circ\text{C}$ -kal melegebb olajat használunk?

## MEGOLDÁS

**A)kérdésre válasz:**

Sebesség:

$$v=0,5 \text{ m/s}$$

Csúsztatófeszültség:

$$\tau = \mu \frac{\partial \gamma}{\partial t} \cong \mu \frac{\partial v}{\partial y'}$$

ahol

$$\partial v = v-0 = v = 0,5 \text{ m/s} \quad \text{és} \quad \partial y = h = 10^{-4} \text{ m}$$

A dinamikai viszkozitás adott:

$$\mu=0,1 \text{ kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$$

A csúsztatófeszültségre kapjuk:

$$\tau=500 \text{ Pa}$$

A mozgatáshoz szükséges erő:

$$F = \tau \cdot A, \quad \text{ahol „A” a nyírt folyadék keresztmetszet a résben egy, a csúszótalpat alatt, annak felületével egyező nagyságú téglalap méretű felület:}$$

$$A = L \cdot W$$

$$A = 100 \text{ mm} \cdot 150 \text{ mm} = 0,10 \text{ m} \cdot 0,15 \text{ m} = 0,015 \text{ m}^2$$

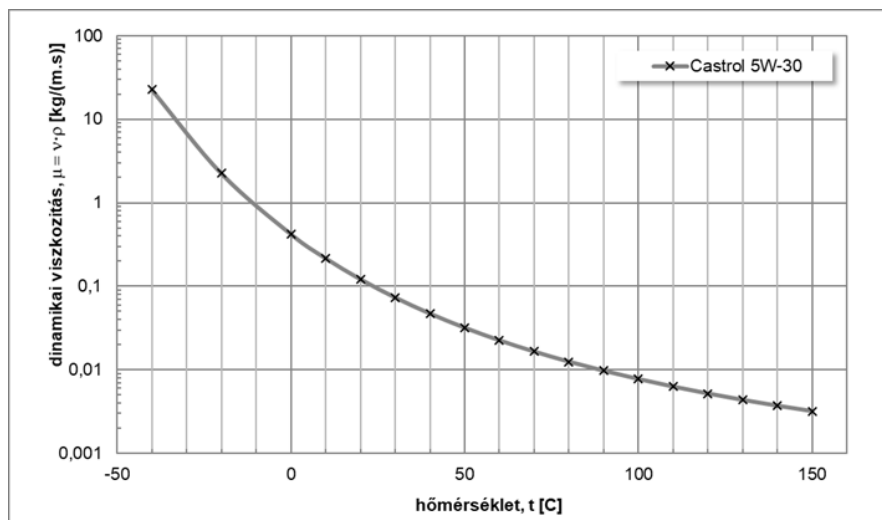
A mozgatáshoz szükséges erő:

$$F = \tau \cdot A = 500 \cdot 0,015 = 7,5 \text{ N}$$

**B)kérdésre válasz:**

A cseppfolyós közegekre, így a jelen példában szereplő olajra (lásd alábbi diagram) is elmondható, hogy viszkozitásának hőmérséklet függvénye a vízéhez jellegre hasonló alakot mutat: hőmérséklet növekedésével csökken a viszkozitás, de a csökkenés mértéke egyre kisebb.

Tehát ilyen görbe alak alapján kimondható, hogy  $20^\circ\text{C}$  olajhőmérséklet csökkenés esetén nagyobb mértékben nő az olaj viszkozitása (és így az  $F$  erő), mint amekkora mértékben csökken az olaj viszkozitása (és így az  $F$  erő)  $20^\circ\text{C}$  hőmérséklet növekedés esetén.

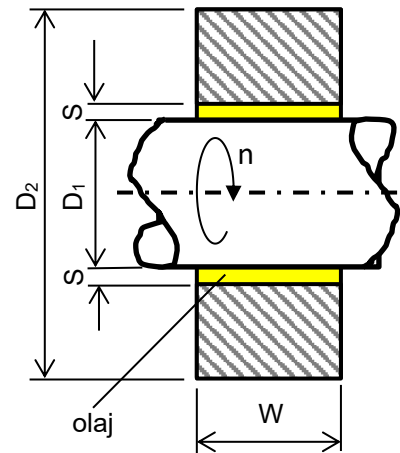


## PÉLDA (Newton-féle viszkozitási törvény)

A  $\varnothing D_1=40\text{mm}$  átmérőjű tengelyt állandó  $n=9550$  percenkénti fordulatszámmal forgatjuk. A tengelyt az ábrán látható  $W=40\text{mm}$  méretű és  $\varnothing D_2=100\text{mm}$  külső átmérőjű álló csapágyház veszi körül (koncentrikus tengelyek). A tengely és a csapágyház között lévő  $S=0,01\text{mm}$  méretű rést  $90^\circ\text{C}$  hőmérsékletű,  $800\text{kg/m}^3$  sűrűségű és  $0,0097\text{kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$  viszkozitású forró kenőolaj tölti ki.

**FELTÉTELEK:** stacioner állapot, vékony réssben a sebességprofil lineáris, newtoni folyadék.

**KÉRDÉS:** Határozza meg a réssben ébredő csúsztatófeszültséget, az ebből adódó átlagos kerületi erőt, a veszteség-nyomatékot és -teljesítményt!



### MEGOLDÁS

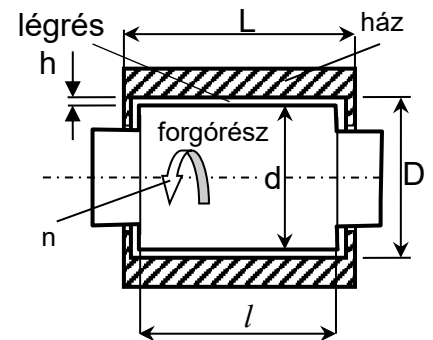
Fordulatszám:	$n=9550 \text{ ford/perc} = 159,17 \text{ ford/s}$
Szögsebesség:	$\omega=2\pi n=1000 \text{ 1/s}$ (kerekítve)
Kerületi sebesség:	$v_{\text{ker}}=R_1 \cdot \omega=20\text{m/s}$ (kerekítve),
ahol	$R_1=D_1/2=40\text{mm}/2=20\text{mm}=0,02 \text{ m}$
Csúsztatófeszültség:	$\tau = \mu \frac{\partial \gamma}{\partial t} \cong \mu \frac{\partial v_{\text{ker}}}{\partial r}$ ,
ahol	$\partial v_{\text{ker}}=v_{\text{ker}}-0 = v_{\text{ker}} = 20 \text{ m/s}$ ,
és	$\partial r= S= 0,01\text{mm}=10^{-5}\text{m}$
mivel a dinamikai viszkozitás:	$\mu=0,0097\text{kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$ ,
Ezekkel a csúsztatófeszültség:	$\tau=19401\text{Pa}$
A nyírt folyadék (rés) középtátmérője	$D_{\text{közép}}=D_1+S= 40\text{mm}+0,01\text{mm}=0,04001\text{m}$ ,
azaz a középsugár	$R_{\text{közép}}=D_{\text{közép}}/2=0,020005\text{m}$
A nyírt folyadékfelszín a réssben egy hengerpalást felülete:	$A_{\text{palást}}=D_{\text{közép}} \cdot \pi \cdot W=0,005028 \text{ m}^2$
Kerületi erő:	$F_{\text{ker}}=\tau \cdot A_{\text{palást}}=97,55039 \text{ N}$ ( $\approx 97,6 \text{ N}$ )
Veszteségnyomaték:	$M_{\text{veszt}}=F_{\text{ker}} \cdot R_{\text{közép}}= 1,951495 \text{ Nm}$ ( $\approx 1,95 \text{ Nm}$ )
A csapágy veszteségteljesítménye:	$P_{\text{veszt}}=M_{\text{veszt}} \cdot \omega= 1951,639 \text{ W}$ ( $\approx 1,952 \text{ kW}$ )

## PÉLDA (Newton-féle viszkozitási törvény)

Egy fogászati fúró léghűtéses motorja 2000÷40000 percenkénti fordulatszám-tartományban működik. A motor forgórésze leegyszerűsítve (ld. felső ábra) egy hengernek ( $\varnothing d=11,9\text{mm}$ ;  $l=15\text{mm}$ ) tekinthető, amely a szintén hengeres ( $\varnothing D=12\text{mm}$ ;  $L=17\text{mm}$ ) álló házban koncentrikusan helyezkedik el. A  $h$  résméret sugár- és tengelyirányban is állandó. Üzemi állapotban a légrést meleg,  $1,1\text{kg/m}^3$  sűrűségű és  $2 \cdot 10^{-5}\text{m}^2/\text{s}$  viszkozitású,  $R=287\text{J}/(\text{kgK})$  gázállandójú levegő tölti ki. **KÉRDÉSEK:**

- a)  $n=36000$ ford/perc esetén – csak a forgórész hengerpalástja és ház közötti légrést figyelembe véve – határozza meg a légrésben ébredő csúsztatófeszültséget és veszteségyomatékat!
- b) Mekkora veszteségteljesítmény értéke? Hány %-a fordítódik a 120W motorteljesítménynek a légrésvesztés legyőzésére?

**Feltételek:** stacioner állapot,  $\rho=\text{állandó}$ , lineáris sebességprofil a résben, a Newton-féle viszkozitási törvény használható.



## MEGOLDÁS

Fordulatszám:  $n=36000$  ford/perc = 600 ford/sec

Szögsebesség:  $\omega=2\pi n=3769,91$  1/s

Kerületi sebesség:  $v_{\text{ker}}=r \cdot \omega=22,431$  m/s, ahol  $r=d/2=11,9\text{mm}/2=0,00595$  m

Csúsztatófeszültség:  $\tau = \mu \frac{dv}{dr} \cong \mu \frac{dv_{\text{ker}}}{dr}$ ,  
ahol  $dv_{\text{ker}}=v_{\text{ker}}-0=v_{\text{ker}}=22,431$  m/s, és  $dr=D/2-d/2=R-r=h=0,05\text{mm}=5 \cdot 10^{-5}\text{m}$

mivel a kinematikai viszkozitás adott, a közeg sűrűsége ismeretében a dinamikai viszkozitás számítható:  $\mu=v \cdot \rho=2 \cdot 10^{-5} \cdot 1,1=2,2 \cdot 10^{-5}$  kg/(m·s),

Ezzel kapjuk:  $\tau=9,86964$  Pa ( $\approx 9,9\text{Pa}$ )

A kerületi erő:  $F_{\text{ker}}=\tau \cdot A_{\text{palást}}=5,55789 \cdot 10^{-3}$  N ( $\approx 5,56$  mN)

ahol a nyírt folyadékfelszín a résben egy közép hengerpalást felület:

$$A_{\text{palást}}=D_{\text{közép}} \cdot \pi \cdot l=0,01195\text{m} \cdot \pi \cdot 0,015\text{m}=5,6313 \cdot 10^{-4}\text{m}^2$$

A nyírt folyadék (rés) középmérete  $D_{\text{közép}}=(d+D)/2=11,95\text{mm}$ , azaz  $R_{\text{közép}}=5,975\text{mm}$

A veszteségyomaték:  $M_{\text{veszt}}=F_{\text{ker}} \cdot R_{\text{közép}}=3,3208 \cdot 10^{-5}\text{Nm}$  ( $\approx 33,2$  mNmm)

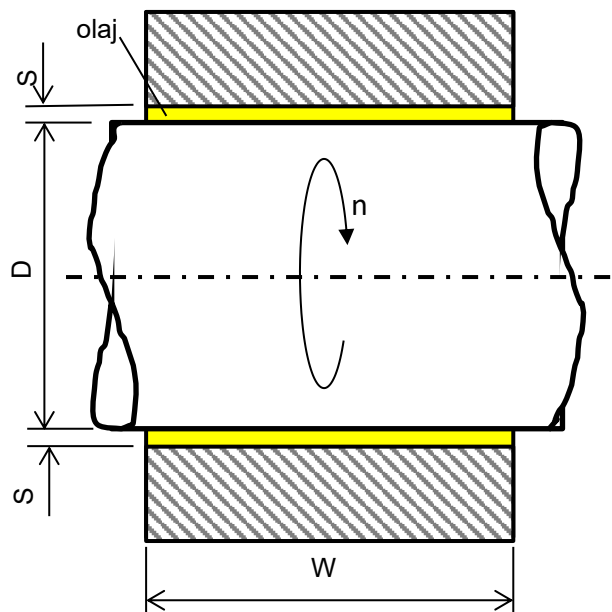
A veszteségteljesítmény:  $P_{\text{veszt}}=M_{\text{veszt}} \cdot \omega=0,125192699$  W ( $\approx 125,2$  mW)

Relatív veszteség-teljesítmény:  $\eta = \frac{P_{\text{veszt}}}{P_{\text{motor}}} = \frac{0,125192699}{120} = 0,001043272 \cong 0,1\%$



**PÉLDA (Newton-féle viszkozitási törvény)**

Egy óceánjáró hajó  
 $P=80000\text{kW}$   
 összteljesítményű  
 motorjának ábrán látható  
 $\varnothing D=900\text{mm}$  átmérőjű  
 fő tengelyét  $N=28$  db azonos  
 $W=400\text{mm}$  hosszúságú álló  
 (ábrán sraffozott) csapágyház



veszi körül koncentrikusan. A tengely és a csapágyház között lévő, sugárirányban  $S=0,4\text{mm}$  vastagságú rést ismert paraméterű ( $800\text{kg/m}^3$  sűrűségű és  $1,25 \cdot 10^{-5}\text{m}^2/\text{s}$  viszkozitású) kenőolaj tölti ki. A tengely  $n=100$  ford/perc értékű állandó fordulatszámmal forog. **FELTÉTELEK:**  $\rho=\text{áll.}$ ,  $\mu=\text{áll.}$ , newtoni közeg, stacioner állapot, a résemben sugárirányban lineáris sebességprofil feltételezhető. **KÉRDÉSEK:**

- A)** Határozza meg először 1db csapágyat figyelembe véve a csúsztatófeszültséget, a kerületi erőt, a veszteségnomatékokat, majd adja meg az összes csapágy motorteljesítményre vonatkoztatott relatív veszteségteljesítményét is!
- B)** Indokolja számítással, hogy melyik okoz nagyobb veszteségteljesítmény-változást: ha a résméretet csökkentjük 25%-kal  $S'=0,3\text{mm}$ -re vagy ha a fordulatszámot növeljük 25%-kal  $n'=125$  ford/perc-re!

**MEGOLDÁS**

**A)**

fordulatszám:  $n=100$  ford/perc  $=1,66^\circ$  ford/sec

szögsebesség:  $\omega=2\pi n=10,47197\dots$  1/s

kerületi sebesség:  $v_{ker}=R \cdot \omega=4,71238898\dots\text{m/s}$ , ahol  $R=D/2=900\text{mm}/2=450\text{mm}=0,450\text{m}$

csúsztatófeszültség:  $\tau = \mu \frac{d\gamma}{dt} \cong \mu \frac{\partial v_{ker}}{\partial r} = \nu \rho \frac{v_{ker}}{S}$ ,

ahol  $\partial v_{ker} = v_{ker} - 0 = v_{ker}$  és  $\partial r = S = 0,4\text{mm} = 4 \cdot 10^{-4}\text{m}$ ;

A mértékegységből látszik, hogy az olaj kinematikai viszkozitása ( $\nu$ ) adott, így a sűrűség ismeretében a dinamikai viszkozitás:  $\mu = \nu \cdot \rho = 1,25 \cdot 10^{-5} \cdot 800 = 0,01 \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$ .

Ezzel:  $\tau = 117,8097\dots \text{Pa}$

**( $\approx 117,8\text{Pa}$ )**

A nyírt folyadékfelszín a résemben egy közép hengerpalást felülete  $N=1$  db csapágyra egy  $W=400\text{mm}$  széles és  $D_k$  középtátmérőjű hengerpalást. A nyírt folyadék (rés)

középtátmérője:  $D_k = D + S = 900,4\text{mm} = 0,9004\text{m}$

középsugara:  $R_k = D_k/2 = 450,2\text{mm} = 0,4502\text{m}$

palástfelülete:  $A_p = D_k \cdot \pi \cdot L = 0,9004\text{m} \cdot \pi \cdot 0,4\text{m} = 1,13147601 \text{ m}^2$

**( $\approx 1,13\text{m}^2$ )**

kerületi erő:  $F_{ker} = \tau \cdot A_p = 133,298877\dots \text{N}$

**( $\approx 133,3\text{N}$ )**

veszteségnomaték:  $M_{veszt} = F_{ker} \cdot R_k = 60,01115444\dots \text{Nm}$

**( $\approx 60\text{Nm}$ )**

veszteségteljesítmény:  $P_{veszt} = M_{veszt} \cdot \omega = 628,4353\dots \text{W}$

**( $\approx 628,4\text{W}$ )**

$N=28$  db csapágyra:  $P_{veszt} = 28 \cdot P_{veszt} = 17596,18951\dots \text{W}$

**( $\approx 17,6 \text{ kW}$ )**

rel. veszt-teljesítmény:  $\eta = \frac{P_{veszt}}{P_{motor}} = \frac{17,6 \text{ kW}}{80000 \text{ kW}} = 0,000219952$

**( $\approx 0,022\%$ )**

**B) A fordulatszám növelése okoz nagyobb teljesítmény-változást a kérdéses esetben.**

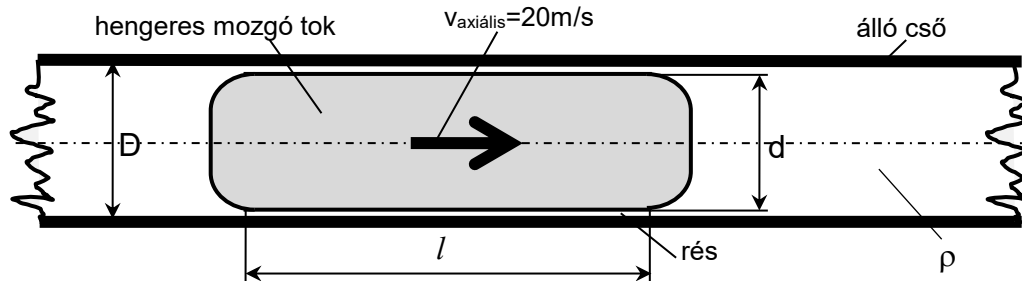
**Indoklás:** A  $P_{veszt}$  veszteségteljesítmény az  $S$  résméret reciprokával közel arányos ( $P \sim S^{-1}$ ). (Azért csak kb., mivel nem csak a  $\tau$ -ban, hanem a palástfelület és a kerületi erő számításánál szükséges  $D_k$  középtátmérőben is szerepel az  $S$  értéke, de minimális változást okoz  $P$  értékében.) Ezzel szemben a  $P_{veszt}$  veszteségteljesítmény az  $n$  fordulatszám négyzetével arányos ( $P \sim n^2$ ). Tehát megállapítható, hogy ha az  $S'=0,75 \cdot S$ , akkor a  $P' \approx P \cdot 1,33$ , viszont ha az  $n'=1,25 \cdot n$ , akkor a  $P' = P \cdot (1,25)^2 = P \cdot 1,5625$ . Mivel  $1,56 > 1,33$ , tehát a fordulatszám 25%-os növelése nagyobb (kb. +56%-os) teljesítmény-növekedést eredményez, mint amekkora (kb. +33%-os) teljesítmény-növekedést az  $S$  résméret 25%-os csökkentése okozna.



## PÉLDA (Newton-féle viszkozitási törvény)

Egy áruházi pneumatikus csőpostájának vizsgált szakasza egy vízszintes,  $\varnothing D=100\text{mm}$  belső átmérőjű egyenes,  $L=100\text{m}$  hosszú cső, melyben  $v_{\text{axiális}}=20\text{m/s}$  állandó sebességgel mozog a ( $\varnothing d=99,5\text{mm}$ ,  $l=200\text{mm}$ ) henger alakú tok. A csőben lévő levegő sűrűsége  $1,25\text{kg/m}^3$ , viszkozitása  $1,6 \cdot 10^{-5}\text{ m}^2/\text{s}$ ,  $R=287\text{J/kg/K}$ . **Feltételek:** stacioner állapot,  $\rho=\text{áll.}$ , lineáris sebességprofil az  $l$  hosszú résben, ahol a Newton-féle viszkozitási törvény használható.

**KÉRDÉS:** Mekkora  $P[\text{W}]$  teljesítmény szükséges a légrésvesztés legyőzéséhez?



## MEGOLDÁS

Sebesség:  $v_{\text{axiális}}=20\text{ m/s}$

Csúsztatófeszültség:  $\tau = \mu \frac{\partial \gamma}{\partial t} \cong \mu \frac{\partial v_{\text{axiális}}}{\partial r}$ ,

ahol  $\partial v_{\text{axiális}} = v_{\text{axiális}} - 0 = v_{\text{axiális}} = 20\text{ m/s}$ , és  $\partial r = h = (D-d)/2 = 0,25\text{mm} = 2,5 \cdot 10^{-4}\text{m}$   
mivel a kinematikai viszkozitás adott, a sűrűség ismeretében a dinamikai viszkozitás számítható:  $\mu = \nu \cdot \rho = 1,25 \cdot 1,6 \cdot 10^{-5}\text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$ , azaz  $\mu = 2 \cdot 10^{-5}\text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$ , ezekkel:

$$\tau = 1,6\text{ Pa}$$

Axiális erő:  $F_{\text{axiális}} = \tau \cdot A_{\text{palást}} = 0,100279637\text{ N} (\approx 0,1003\text{ N})$

ahol a nyírt folyadékfelszín a résben egy közép hengerpalást felület:

$$A_{\text{palást}} = d_{\text{közép}} \cdot \pi \cdot l = 0,09975\text{m} \cdot \pi \cdot 0,2\text{m} = 6,2674773 \cdot 10^{-2}\text{ m}^2$$

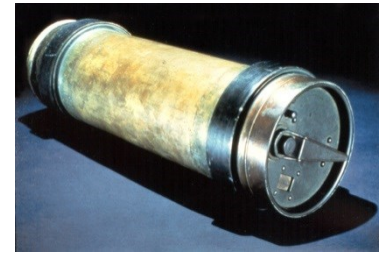
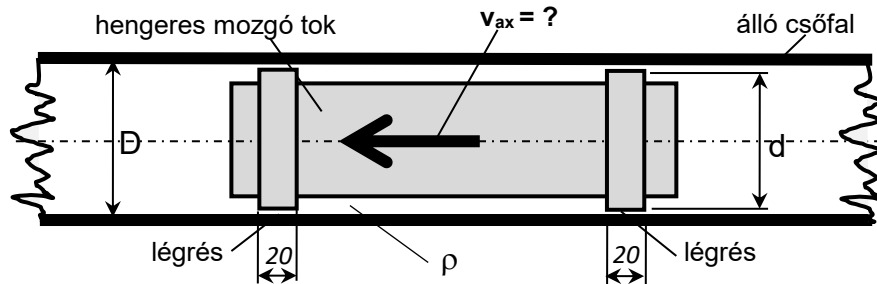
A nyírt folyadék (rés) középtátmérője:

$$d_{\text{közép}} = d + h = 99,5\text{mm} + 0,25\text{mm} = 99,75\text{mm}$$

A résben nyírt folyadékra a veszteségteljesítmény:  $P_{\text{veszt}} = F_{\text{axiális}} \cdot v_{\text{axiális}} = 2,00559275\text{ W} (\approx 2\text{ W})$

## PÉLDA (Newton-féle viszkozitási törvény)

Egy régi pneumatikus csőposta vizsgált szakasza egy vízszintes,  $\varnothing D=65\text{mm}$  belső átmérőjű egyenesnek tekinthető,  $L=100\text{m}$  hosszú cső, melyben ismeretlen  $v_{ax}$  állandó tengelyirányú sebességgel mozog a tok. A tok két végén van egy-egy 20 mm szélességű és  $d=64\text{mm}$  átmérőjű szakasz. A többi szakaszon a sokkal nagyobb résméretetek miatt elhanyagolható a súrlódás hatása. A csövet kitöltő levegő sűrűsége  $1,2\text{kg/m}^3$ , viszkozitása  $18 \cdot 10^{-6} \text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$ . **FELTÉTELEK:** stacioner állapot,  $\rho=\text{áll.}$ , sugárirányban lineáris sebességprofil a két 20mm-es szélességű résben: itt a Newton-féle viszkozitási törvény használható.



**KÉRDÉS:** Mekkora  $v_{ax}$  axiális sebességgel mozog a tok a csőben, ha  $P=66\text{mW}$  teljesítmény szükséges a légrésvesztés legyőzéséhez? Adja meg a résben ébredő csúsztatófeszültség értékét is!

### MEGOLDÁS

Csúsztatófeszültség:  $\tau = \mu \frac{\partial \gamma}{\partial t} \cong \mu \frac{\partial v_{ax}}{\partial r} = \mu \frac{v_{ax}}{s}$

A dinamikai viszkozitás adott:  $\mu = 18 \cdot 10^{-6} \text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$

A résméret adott:  $\partial r = s = (D-d)/2 = 0,5\text{mm} = 5 \cdot 10^{-4}\text{m}$

A nyírt folyadék (rés) középátmérője és középsugara:  
 $d_k = d + s = 64\text{mm} + 0,5\text{mm} = 0,0645\text{m}$

A nyírt folyadék palástfelülete ismert: összesen 2db, egyenként  $L=20\text{mm}$  széles és  $d_k$  középátmérőjű hengerpalást:

$$A = 2 \cdot (d_k \cdot \pi \cdot L)$$

A súrlódási veszteségteljesítmény:  $P_{veszt} = F_{ax} \cdot v_{ax} = \tau \cdot A \cdot v_{ax} = \frac{\mu \cdot A}{s} \cdot v_{ax}^2$

A keresett sebesség:  $v_{ax} = \sqrt{\frac{P_{veszt} \cdot s}{\mu \cdot 2 \cdot d_k \cdot \pi \cdot L}} = 15,03958\text{m/s} \quad (\approx 15\text{m/s})$

A csúsztatófeszültség:  $\tau = \mu \frac{v_{ax}}{s} = 0,541425\text{Pa} \quad (\approx 0,54\text{Pa})$