

3.GYAKORLAT (3. oktatási hét) ÁRAMLÁSTAN BSc

Téma: Folytonosság (kontinuitás) tétele

Folytonosság (kontinuitás) tétele

PÉLDA (folytonosság tétele)

A mellékelt rajzon vázolt kompresszor $q_m=213,09$ kg/óra állandó tömegáramú levegőt szállít. A be- illetve kiáramlási keresztmetszetben a levegő nyomása és hőfoka rendre p_1 ill. p_2 , valamint t_1 ill. t_2 . A kompresszor áramcsőnek tekinthető.

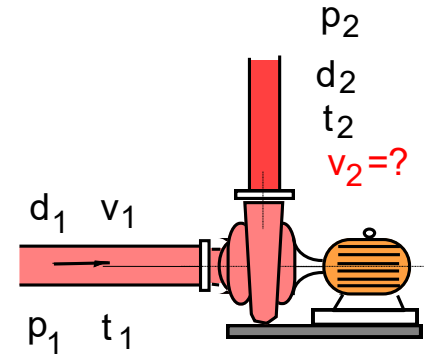
ADATOK:

$$p_1 = 10^5 \text{ Pa} \quad p_2 = 2.5 \cdot 10^5 \text{ Pa} ;$$

$$t_1 = 20^\circ\text{C} \quad t_2 = 65^\circ\text{C} ;$$

$$d_1 = 65 \text{ mm} \quad d_2 = 32,5 \text{ mm} ;$$

$$R = 287 \text{ J / (kgK)}$$



KÉRDÉSEK: Határozza meg a kompresszor „1” be- ill. „2” kilépő keresztmetszetein átáramló levegő átlagsebességét és térfogatáramát!

MEGOLDÁS (a lap túloldalán is folytathatja)

A kompresszor ún. „áramcső”-nek tekinthető, melyben stacioner áramlás esetén a q_m =állandó az áramcső bármely keresztmetszetében.

A folytonosság tétele stacioner esetben: $\rho_1 \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot A_2$
 $\rho_1 \cdot q_{V,1} = \rho_2 \cdot q_{V,2}$

Fentiben a térfogatáramok: $q_{V,1} = v_1 \cdot A_1$
 $q_{V,2} = v_2 \cdot A_2$

A levegő sűrűsége gáztörvénnyel a helyi p nyomás és a T hőmérséklet és R ismeretében számítható:
 $\rho_1 = p_1 / (R \cdot T_1) = 1,1892 \text{ kg/m}^3$
 $\rho_2 = p_2 / (R \cdot T_2) = 2,5772 \text{ kg/m}^3$

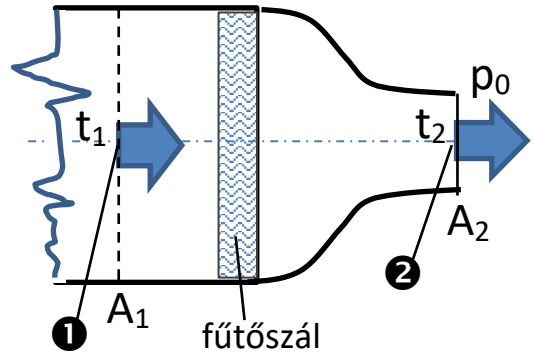
A kompresszor „1” be- ill. „2” kilépő keresztmetszetein az átáramló levegő v_1 ill. v_2 átlagsebességek és $q_{V,1}$ ill. $q_{V,2}$ térfogatáramok fentiek alapján számíthatók.

A térfogatáramok: $q_{V,1} = q_m / \rho_1 = \dots\dots\dots \text{ m}^3/\text{s}$
 $q_{V,2} = q_m / \rho_2 = \dots\dots\dots \text{ m}^3/\text{s}$

Az átlagsebességek: $v_1 = q_{V,1} / A_1 = q_m / (\rho_1 \cdot A_1) = \dots\dots\dots \text{ m/s}$
 $v_2 = q_{V,2} / A_2 = q_m / (\rho_2 \cdot A_2) = \dots\dots\dots \text{ m/s}$

PÉLDA (folytonosság tétele)

Egy $A_1=2\text{m}\times 2\text{m}$ négyzetes keresztmetszetű légcsatorna egy konfúzion keresztül $A_2=1\text{m}\times 1\text{m}$ négyzetes keresztmetszetre szűkül. Levegő ($R=287\text{J}/(\text{kgK})$) áramlik a csatornában, melyről ismert, hogy a kilépő keresztmetszetben a térfogatáram $q_{v,2}=10\text{m}^3/\text{s}$ állandó értékű. A csatornában elhelyezett villamos fűtőszál a $t_1=17^\circ\text{C}$ hőmérsékletű levegőt $t_2=47^\circ\text{C}$ hőmérsékletűre melegíti fel. A közeg sűrűségének számításánál mindenhol p_0 vehető. A légcsatorna fala az „1” és „2” keresztmetszetek között zárt, nincs átáramlás rajta.



ADATOK: $R=287\text{J}/(\text{kgK})$, $p_0=10^5\text{Pa}$

KÉRDÉSEK: Számítással határozza meg

- az A_1 és A_2 keresztmetszetbeli átlagsebességeket,
- az A_1 keresztmetszetbeli térfogatáramot, és
- az áramló levegő tömegáramát!

MEGOLDÁS (a lap túloldalán is folytathatja)

A légcsatorna áramcsőnek tekinthető, stacioner áramlás esetén a $q_m[\text{kg}/\text{s}]$ tömegáram állandó az áramcső bármely keresztmetszetében.

$$q_m = \rho \cdot v \cdot A = \text{állandó}$$

Az „1” és „2” keresztmetszetekre felírt folytonosság tétele stacioner esetben:

$$\rho_1 \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot A_2$$

Az adott keresztmetszet és az ott érvényes átlagsebesség szorzata a $q_v[\text{m}^3/\text{s}]$ térfogatáram.

Ahol a keresztmetszetbeli térfogatáramok:

$$q_{v,1} = v_1 \cdot A_1$$

$$q_{v,2} = v_2 \cdot A_2$$

Ezzel felírva a folytonosság tételre kapjuk:

$$\rho_1 \cdot q_{v,1} = \rho_2 \cdot q_{v,2}$$

A levegő sűrűsége ($p_0=\text{állandó}$ esetén) a gáztörvénnyel számítható:

$$\rho_1 = p_1 / (R \cdot T_1) \cong p_0 / (R \cdot T_1) = 1,20149 \text{ kg}/\text{m}^3$$

$$\rho_2 = p_2 / (R \cdot T_2) \cong p_0 / (R \cdot T_2) = 1,08885 \text{ kg}/\text{m}^3$$

A kilépő keresztmetszetbeli térfogatáram $q_{v,2}=10\text{m}^3/\text{s}$ ismert adat, ebből a kilépő közeg átlagsebességét megkapjuk a térfogatáram és a keresztmetszet hányadosaként:

$$v_2 = q_{v,2} / A_2 = 10 \text{ m}/\text{s}$$

Majd a levegő sűrűségeket (lásd fent) kiszámítása után a keresett sebességek, térfogatáram és tömegáram számíthatók:

$$v_1 = 2,266 \text{ m}/\text{s}$$

$$q_{v,1} = 9,0625 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$q_m = 10,8885 \text{ kg}/\text{s}$$

PÉLDA (folytonosság tétele)

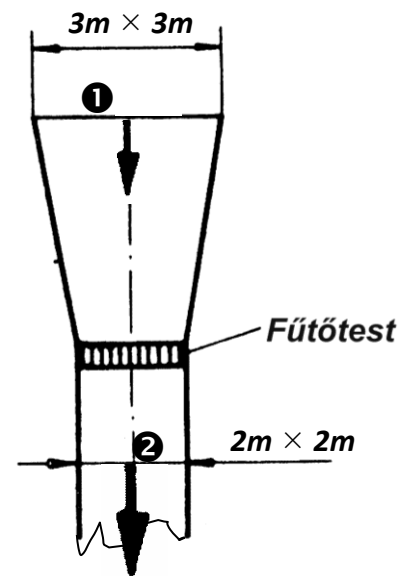
Az $A_1=3\text{m}\times 3\text{m}$ négyzetes belépő keresztmetszeten beszívott hideg ($t_1=-3^\circ\text{C}$ hőmérsékletű) levegő mennyisége ismert: $16200\text{m}^3/\text{h}$. A beáramló levegőt utána egy fűtőtesttel melegítjük fel $t_2=78^\circ\text{C}$ hőmérsékletűre, így áramlik tovább az $A_2=2\text{m}\times 2\text{m}$ négyzetes keresztmetszetű légcatornába. Stacioner áramlás. A közeg sűrűségének kiszámításánál mindenhol $p_0=10^5\text{Pa}$ vehető.

ADATOK: $R=287\text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$

KÉRDÉSEK:

- Határozza meg az A_1 és A_2 keresztmetszetek átlagsebességeit!
- Számítsa ki a A_2 keresztmetszetbeli térfogatáramot!
- Számítsa ki a levegő tömegáramát!

MEGOLDÁS (a lap túloldalán is folytathatja)



Az idom áramcsőnek tekinthető, ahol a tömegáram $q_m=\text{állandó}$ az áramcső bármely keresztmetszetében a stacioner áramlás feltétele esetén.

A folytonosság tétele stacioner esetben: $\rho_1 \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot A_2$
 $\rho_1 \cdot q_{v,1} = \rho_2 \cdot q_{v,2}$

Ahol a térfogatáramok: $q_{v,1} = v_1 \cdot A_1$

$$q_{v,2} = v_2 \cdot A_2$$

A tömegáram: $q_{m,1} = \rho_1 \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot A_2 = q_{m,2}$

A levegő sűrűsége gáztörvénnyel számítható:

$$\rho_1 = p_1 / (R \cdot T_1) = 10^5 / (287 \cdot (273 - 3)) = 1,290489 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_2 = p_2 / (R \cdot T_2) = 10^5 / (287 \cdot (273 + 78)) = 0,992684 \text{ kg/m}^3$$

Az „1” be- ill. „2” keresztmetszeteken átáramló levegő átlagsebessége és térfogatárama ill. a tömegáram számítható.

Ismert a térfogatáram: $q_{v,1} = 16200 \text{ m}^3/\text{h} = 16200/3600 \text{ m}^3/\text{s} = 4,5 \text{ m}^3/\text{s}$

Így ismert a sebesség $v_1 = q_{v,1} / A_1 = 4,5 / 9 = 0,5 \text{ m/s}$

A tömegáram: $q_{m,1} = \rho_1 \cdot v_1 \cdot A_1 = 1,290489 \cdot 4,5 \cdot 9 = 52,2648 \text{ kg/s} = q_{m,2}$

A „2” sebesség: $v_2 = q_m / (\rho_2 \cdot A_2) = 13,1625 \text{ m/s}$

A „2” térfogatáram: $q_{v,2} = v_2 \cdot A_2 = 52,65 \text{ m}^3/\text{s} = 189\,540 \text{ m}^3/\text{h}$

PÉLDA (folytonosság tétele)

Az ábrán látható $H=100\text{m}$ magas erőművi hűtőtorny alsó, hengerpalást ($H_1=4\text{m}$; $\varnothing D_1=40\text{m}$) alakú A_1 belépő keresztmetszetén külső hideg ($t_1=-7^\circ\text{C}$) levegő áramlik be, majd a hőcserélőn $t_2=+77^\circ\text{C}$ -ra felmelegedve, további hőmérsékletváltozás nélkül a hűtőtorny kéményének $\varnothing D_2=10\text{m}$ átmérőjű kilépő (A_2) keresztmetszetén $v_2=8\text{m/s}$ átlagsebességgel távozik a szabadba.

FELTÉTELEK:

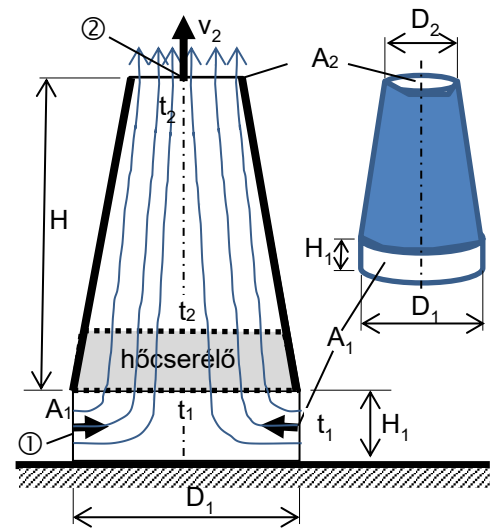
A levegő sűrűségének kiszámításához mindenhol $p_0=10^5\text{Pa}$ vehető.

Levegőre $R = 287 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$

Stacioner állapot.

A hűtőtorny az A_1 és A_2 keresztmetszetek között áramcsőnek tekinthető.

KÉRDÉSEK: Határozza meg az A_1 keresztmetszetbeli átlagsebességet, az A_1 és A_2 keresztmetszetbeli térfogatáramokat, és a levegő tömegáramát!



MEGOLDÁS (a lap túloldalán is folytathatja)

Stacioner áramlás esetén a q_m =állandó az áramcső bármely keresztmetszetében.

A folytonosság tétele stacioner esetben:

$$\rho_1 \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot A_2$$

$$\rho_1 \cdot q_{v,1} = \rho_2 \cdot q_{v,2}$$

Ahol a térfogatáramok:

$$q_{v,1} = v_1 \cdot A_1$$

$$q_{v,2} = v_2 \cdot A_2$$

A levegő sűrűsége gáztörvénnyel számítható („A levegő sűrűségének kiszámításához mindenhol $p_0=10^5\text{Pa}$ vehető.”):

$$\rho_1 = p_1 / (R \cdot T_1) \approx p_0 / (R \cdot T_1)$$

$$\rho_2 = p_2 / (R \cdot T_2) \approx p_0 / (R \cdot T_2)$$

A megoldás az előzőekhez hasonló. Ügyelni kell arra, hogy a A_1 beáramlási keresztmetszet itt egy H_1 magasságú és $K=D_1\pi$ kerületű hengerpalást alakú keresztmetszet:

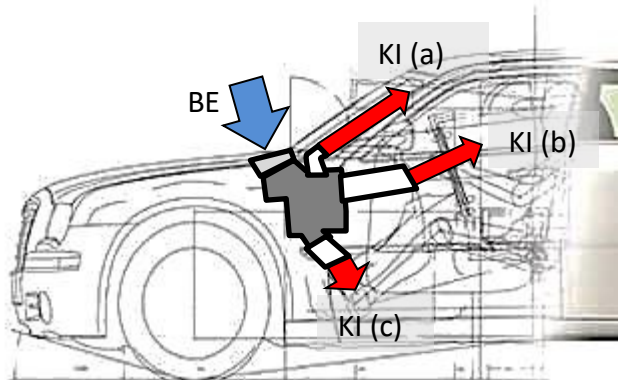
$$A_1 = K \cdot H_1 = D_1 \cdot \pi \cdot H_1$$

PÉLDA (folytonosság tétele)

Egy személyautó utastéri klímaventilátorának szívóoldali BElépő keresztmetszetén $A_{BE}=100\text{cm}^2$ / beszívott külső $t_{BE}=20^\circ\text{C}$ / levegő térfogatárama $q_{V,BE}=216\text{m}^3/\text{óra}$. A levegőt azonos hőmérsékleten három helyen áramoltatjuk KI az utastérbe:

- „KI = a)” felfelé (szélvédőre),
- „KI = b)” középre (vezetőre, utasra) és
- „KI = c)” lefelé (lábtérbe).

Az alábbi táblázatban ismertek az utastérbe kilépő keresztmetszetek, a levegő hőmérsékletek és kiáramlási sebességek. A rendszer mindenhol máshol le van zárva.



LÉGBEFÚVÓK	levegő hőmérséklet t [$^\circ\text{C}$]	áramlási keresztmetszet A_i [cm^2]	átlagsebesség v [m/s]
a) felfelé, szélvédőre	20	$2db \times 25 \text{ cm}^2 = 50 \text{ cm}^2$	$v_{KI,a}=1 \text{ m/s}$
b) középre	20	$4db \times 25 \text{ cm}^2 = 100 \text{ cm}^2$	$v_{KI,b}=?$
c) lábtérbe	20	$2db \times 25 \text{ cm}^2 = 50 \text{ cm}^2$	$v_{KI,c}=1 \text{ m/s}$

Feltételek: A sűrűség számításához mindenhol $p_0=10^5\text{Pa}$ vehető, $R = 287 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$, stacioner áramlás.

KÉRDÉSEK:

- A)** Határozza meg a $v_{KI,b}$ középre kifújt levegő sebességét, térfogatáramát és tömegáramát!
B) Hányszorosára változik a szélvédőre kifújt levegő sebessége, ha a középre és a lábtérbe való kiáramoltatást teljesen lezárjuk, miközben a befúvás tömegáramát nem változtatjuk? $v_{KI,a}'=?$

MEGOLDÁS (a lap túloldalán is folytathatja)

Stacioner áramlás esetén a q_m =állandó egy áramcső bármely keresztmetszetében.
 Itt a belépő tömegáram számítható a belépő közeg sűrűsége és a térfogatárama alapján.

A folytonosság tétele stacioner esetben:

$$q_{m,BE} = q_{m,KI}$$

A kilépés itt háromfelé oszlik (a, b, c):

$$q_{m,BE} = q_{m,KI,a} + q_{m,KI,b} + q_{m,KI,c}$$

$$(\rho_{BE} \cdot q_{V,BE}) = (\rho_{KI,a} \cdot q_{V,KI,a}) + (\rho_{KI,b} \cdot q_{V,KI,b}) + (\rho_{KI,c} \cdot q_{V,KI,c})$$

$$(\rho_{BE} \cdot v_{BE} \cdot A_{BE}) = (\rho_{KI,a} \cdot v_{KI,a} \cdot A_{KI,a}) + (\rho_{KI,b} \cdot v_{KI,b} \cdot A_{KI,b}) + (\rho_{KI,c} \cdot v_{KI,c} \cdot A_{KI,c})$$

Mivel a hőmérséklet és a sűrűség kiszámításához is a p_0 nyomás azonos mindenhol, a sűrűség állandó (ρ =konst.). Ezért a folytonosság tétel a belépő és kilépő tömegáramok azonosságá helyett a belépő térfogatáram és a három (a, b, c) légbefúvón összesen kilépő térfogatáramok azonosságára egyszerűsíthető:

$$q_{V,BE} = q_{V,KI,a} + q_{V,KI,b} + q_{V,KI,c}$$

A sebességekkel és a keresztmetszetekkel felírva:

$$v_{BE} \cdot A_{BE} = (v_{KI,a} \cdot A_{KI,a}) + (v_{KI,b} \cdot A_{KI,b}) + (v_{KI,c} \cdot A_{KI,c})$$

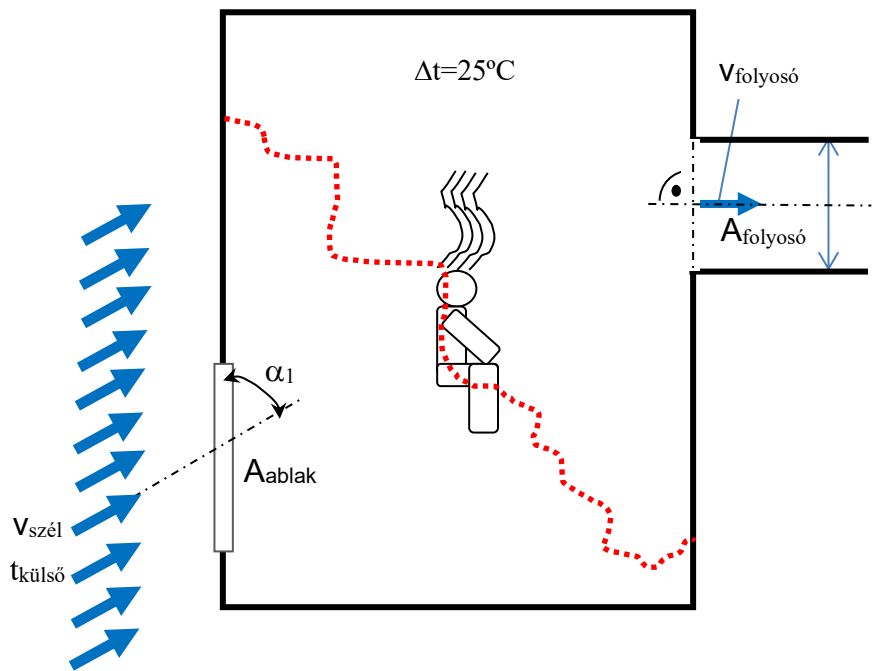
A) Fenti könnyen rendezhető az ismeretlen $v_{KI,b}$ sebességre.

B) Ebben az esetben a megváltozott $v_{KI,a}'$ -re is könnyen rendezhető fenti egyenlet, mivel a b) és c) ágakat lezártuk, tehát azokon zérus a közeg áramlási sebessége. A növekedés mértéke ($v_{KI,a}' / v_{KI,a}$) is kiszámítható, mivel az volt a kérdés, hogy hányszorosára változik a levegő sebessége.

PÉLDA (folytonosság tétele)

Felülnézetből metszetben látunk egy előadótermet, baloldali falon egy teljesen nyitott ablak, a jobboldalon egy folyosóra teljesen nyitott ajtó. Az előadóterem téglalap alakú ($A_{\text{ablak}}=6\text{m} \times 3\text{m}$) nyitott ablakán befúj a hideg ($t_{\text{külső}}=10^\circ\text{C}$), állandó $v_{\text{szél}}=3,6\text{km/h}$ sebességű és $\alpha_1=60^\circ$ irányú szél (ld. ábra).

A teremben ülő 100 hallgató és a téli fűtés miatt a levegő felmelegszik, és $\Delta t=35^\circ\text{C}$ hőmérséklet-növekedés után a folyosóra áramlik ki a nyitott ajtón keresztül. A folyosó a terem falára merőleges tengelyű, $A_{\text{folyosó}}=4\text{m} \times 2\text{m}$ téglalap keresztmetszetű csatornának tekinthető. A terem mindenhol máshol zárt.



Feltételek: stacioner állapot, levegőre $R = 287 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$; a levegő sűrűségének kiszámítása szempontjából a nyomás mindenhol $p_0=10^5\text{Pa}$ értékűnek vehető.

KÉRDÉSEK:

- A)** Határozza meg az ablakon beáramló ill. a folyosóra ki áramló levegő adott keresztmetszetbeli átlagsebességét, térfogatáramát és tömegáramát!
- B)** Határozza meg az előadóteremben a két fal között tetszőlegesen felvett, az ábrán piros szaggatott vonallal jelzett belső keresztmetszeten átáramló közeg tömegáramát!

MEGOLDÁS

Alkalmazzuk a belépő („ablak”) keresztmetszetre és a kilépő („folyosó”) keresztmetszetre a folytonosság tételét, változó hőmérsékletű (így változó sűrűségű) közeg, de stacioner áramlására.

$$q_{m, \text{BE}} = q_{m, \text{KI}}$$

$$\rho_{\text{BE}} \cdot q_{V, \text{BE}} = \rho_{\text{KI}} \cdot q_{V, \text{KI}}$$

Az ablak keresztmetszetén beáramló és a folyosó keresztmetszetén átáramló közeg mennyiségének kiszámításához használjuk a térfogatáram vagy a tömegáram definícióját:

$$q_V = \int_A \underline{v} d\underline{A}$$

$$q_m = \int_A \rho \underline{v} d\underline{A}$$

Ügyeljünk arra, hogy: $\underline{v} \cdot d\underline{A} = |\underline{v}| \cdot |d\underline{A}| \cdot \cos(\alpha) !$

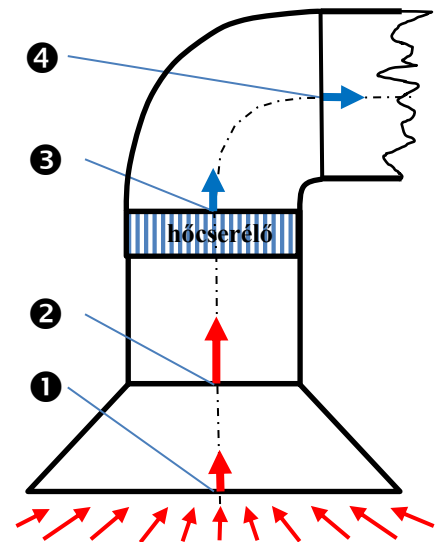
FELADAT (folytonosság tétele)

Egy elszívóernyő $A_1=630\text{mm}\times 630\text{mm}$ négyzetes belépő keresztmetszetén óránként 2592m^3 térfogatú és $t_1=t_2=70^\circ\text{C}$ átlaghőmérsékletű forró levegőt szívunk el. Az elszívóernyő után a levegő egy négyzetes ($A_2=A_3=A_4=315\text{mm}\times 315\text{mm}$) keresztmetszetű légcsatornába jut, melyben egy hőcserélő van. A hőcserélőn átáramolva levegőt $t_3=t_4=35^\circ\text{C}$ átlaghőmérsékletűre hűtjük le.

ADATOK: $R=287\text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$

FELTÉTELEK: $A_2=A_3=A_4$; $t_1=t_2=70^\circ\text{C}$; $t_3=t_4=35^\circ\text{C}$, stacioner áramlás. A közeg sűrűségének kiszámításánál mindenhol $p_0=10^5\text{Pa}$ vehető.

KÉRDÉSEK: Számítsa ki az A_4 keresztmetszetbeli átlagsebességet és térfogatáramot és a levegő tömegáramát!

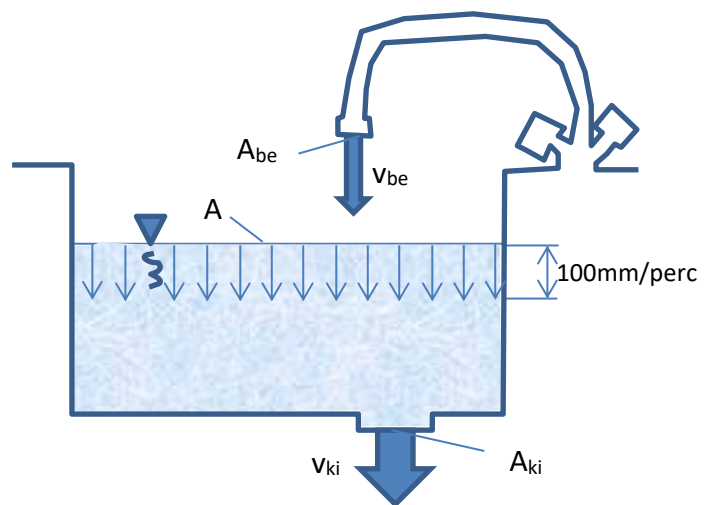


PÉLDA (folytonosság tétele)

Ennek a konyhai mosogatónak lefolyóját úgy tervezték, hogy a lefolyó A_{ki} keresztmetszetén több víz tudjon kifolyni, mint amennyi a csaptelepet teljesen kinyitva ($A_{be}=2\cdot 10^{-4}\text{ m}^2$) a mosogatóba befolyhat. Amikor egy adott szintig feltöltjük vízzel (ld. ábra), majd a lefolyó dugóját kihúzzuk és ezzel együtt a vízcsapot teljesen megnyitjuk ($v_{be,max}=5\text{m/s}$), akkor a mosogató $A=30\text{cm}\times 40\text{cm}$ vízfelszíne nem emelkedhet, hanem süllyednie kell. A vízfelszín süllyedését lemérve 100 mm/perc értéket kapunk.

Feltételek: stacioner állapot, ideális közeg

KÉRDÉS: Mekkora a lefolyó kiáramlási keresztmetszete ($A_{ki}=?[\text{m}^2]$), ha $v_{ki,max}=4\text{m/s}$ áramlási sebességet engedünk meg a lefolyóban?



PÉLDA(folytonosság tétele)

A kádban állva 20 perc hosszú időtartamig zuhanyozunk. A $V_{kád}=150$ liter térfogatú kád lefolyója dugóval teljesen zárt. A kezdetben üres kád a zuhanyozás alatt teljesen megtelik vízzel ($\rho_{víz}=1000\text{kg/m}^3$). Vizet csak a zuhanyrózsával eresztettünk a kádba, állandó csapbeállítással. A zuhanyrózsán 50db , $\varnothing d=1\text{mm}$ átmérőjű kör keresztmetszetű fúvóka található. A kád mellé nem folyt víz, valamint a párolgási veszteséget és a vízben lévő lábunk térfogatát is elhanyagolhatjuk.

Feltételek: stacioner állapot, ideális közeg

Kérdések: Mekkora a zuhanyozás alatt a víz térfogatárama és tömegárama? Mekkora a zuhanyrózsa fúvókáiból kiáramló víz sebessége, ha feltételezhetően mind az 50db fúvókán azonos a kiáramlási sebesség?



PÉLDA (folytonosság tétele)

Sajnos vasárnap este pontosan $20:00\text{h}$ -kor hazainduláskor a balatoni nyaralónk kerti locsolócsövén a csapot elfelejtettük elzárni, így egész héten állandóan folyt a víz ($\rho_{víz}=1000\text{kg/m}^3$). Következő péntek este $20:00\text{h}$ -kor érünk le ismét a nyaralóhoz, amikor is azonnal elzárjuk a csapot. Tudjuk, hogy $v=1,5\text{m/s}$ a víz átlagsebessége a locsolócső kilépő keresztmetszetében, melynek belső átmérője $\varnothing d=25\text{mm}$). **FELTÉTELEK:** stacioner állapot, ideális közeg. **KÉRDÉSEK:** Határozza meg a víz térfogat- és tömegáramát! Hány forint vízdíjat kell fizetnünk ezért a feledékenységért? (Legyen bruttó 600 Ft/m^3 a víz+csatornadíj egységára.)