

Áramlástan feladatgyűjtemény

Az energetikai mérnöki BSc és gépészmérnöki BSc képzések
Áramlástan című tárgyához

12. gyakorlat

Gázdinamika

Összeállította:

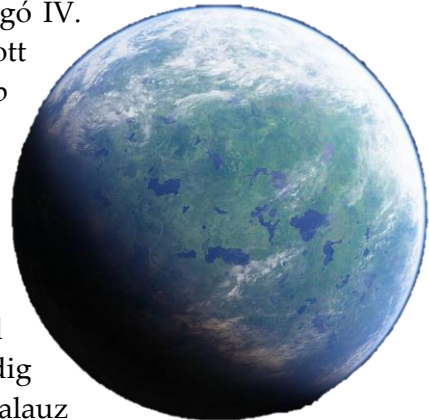
Lukács Eszter

Dr. Istók Balázs

Dr. Benedek Tamás

A YAVINI CSATA

Épp jól megérdemelt pihenésünket töltjük a Yavin bolygó IV. holdján, amikor délutáni szundikálásunkat a csukott szemhéjunkon átszűrődő, hirtelen felvillanó lézernyaláb fénye zavarja meg. Az épp ránk törni készülő pánikroham elkerülése végett hangosan számolni kezdünk, egyet másodpercenként. 15-nél már épp megnyugodnánk, amikor hatalmas robaj rázza meg körülöttünk a levegőt. Ösztöneink azt súgják, hogy nem messze tőlünk egy intergalaktikus csata készül kirobbanni. Pánikszerűen újra számolni kezdünk, mégpedig azt, hogy milyen messze van tőlünk a csata. Az útikalauz szerint a Yavin IV légkörét a földi levegőhöz nagymértékben hasonló gáz tölti ki, melynek specifikus gázállandója $287 \text{ J}/(\text{kgK})$, adiabatikus kitevője pedig $1,4$. Asztrometeorológia feljegyzéseink szerint a Yavin IV-en uralkodó hőmérséklet ebben a pillanatban 15°C .



Kérdés: Határozzuk meg, hogy milyen messze van tőlünk a csata!

Adatok: $R = 287 \text{ J}/(\text{kgK})$; $\kappa = 1,4$; $T = 15^\circ\text{C}$; $\Delta t = 15\text{s}$

MEGOLDÁS

A fény nagy terjedési sebessége (300.000 km/s) miatt feltételezhetjük, hogy a felvillanás $t \approx 0\text{s}$ alatt éri el a pihenésünk helyszínét, így a csata tőlünk való távolsága a hang terjedési sebessége (a -val jelölve) alapján számítható:

$$a = \sqrt{\kappa RT} = \sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot (273 + 15)} = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A hang által 15s alatt megtett út megadja a csata távolságát:

$$s = a \cdot t = 340 \cdot 15 = 5100\text{m}$$

Azaz:

$s \cong \frac{t}{3} \cdot 1000$; ha a villanás és a robbanás (vagy villámlás és mennydörgés) között eltelt időt elosztjuk 3-mal, megkapjuk a csata (vihár) körülbelüli távolságát kilométerben.

X-WING

Egy T-65B Xwing Starfighter repülőgép szeli csukott szárnyakkal, $u=200 \text{ m/s}$ sebességgel a $t=0^\circ\text{C}$ hőmérsékletű felhőket. A repülőgép szárnyának felső pontján a sebesség 20%-kal magasabb a haladási sebességnél.



- Kérdés:**
- Határozzuk meg a repülőgép Mach számát, a torlóponthi hőmérsékletet, valamint Mach-számot a felső pontban!
 - Becsüljük meg a repülőgép tömegét, ha vízszintes EVEM-et (egyenes vonalú egyenletes mozgást) végez, és a szárny felülete 18m^2 !

Adatok: $u = 200 \text{ m/s}$; $u_{SZF} = 1,2 \cdot u$; $t = 0^\circ\text{C}$; $A_{SZ} = 18\text{m}^2$;
 $R = 287 \text{ J}/(\text{kgK})$; $\kappa = 1,4$; $p_0 = 1 \text{ bar}$; $c_p = 1004 \text{ J}/(\text{kgK})$;

MEGOLDÁS

Kezdeti (általános) megfontolások: amennyiben az áramló közeg összenyomható, - pl. ha a levegő sebessége nagyobb, mint $\sim 100\text{m/s}$ – a Bernoulli-egyenlet nem használható, helyette az energia-egyenletet alkalmazzuk. Az energia-egyenlet stacionárius, hőszigetelt és súrlódásmentes áramlást feltételezve, valamint a térerő és a helyzeti energia figyelmen kívül hagyásával a következő alakot ölti:

$$\frac{d}{dt} \int \left(\frac{v^2}{2} + c_v \right) \rho dV = - \int \underline{v} p d\underline{A}$$

, azaz a gáz mozgási és belső energiájának megváltozása a nyomásból származó erők munkájának következménye. Matematikai és hőtani ismereteket felhasználva a fenti egyenlet a következő, mérnöki számításokban egyszerűbben használható alakra hozható:

$$\int \text{grad} \left(\frac{v^2}{2} + c_p T \right) \rho \underline{v} dV = 0$$

Az egyenlet akkor teljesül, ha $\left(\frac{v^2}{2} + c_p T \right)$ vagy az egész vizsgált térrészben, vagy egy áramvonal mentén állandó. Az energia-egyenlet tehát azt fejezi ki, hogy a gáz mozgási energiájának és entalpiájának összege egy áramvonalon állandó, amennyiben az áramlás stacioner, súrlódásmentes és hőszigetelt (azaz izentrópikus). Tovább gondolva, ha az áramlás sebessége nő, akkor hőmérséklete csökken, és fordítva.

Amennyiben $\left(\frac{v^2}{2} + c_p T \right)$ -t osztjuk c_p -vel, definiálhatjuk az össz-, statikus és dinamikus hőmérsékleteket (**Kelvin fokban!**):

$$T_{\text{össz}} = T_{st} + T_{din} = T + \frac{v^2}{2c_p} = \text{áll.}$$

a) feladatrész

Kezdeti megfontolások:

- az áramlás a géphez rögzített koordinátarendszerekből tekintve stacionárius
- a levegő sebessége nagyobb, mint $\sim 100\text{m/s}$, az energia-egyenlet alkalmazandó

A repülőgép **Mach-száma** a hang terjedési sebességének ismeretében számolható:

$$Ma = \frac{v}{a} = \frac{200}{331} = \mathbf{0,6}$$

$$a = \sqrt{\kappa RT} = \sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot 273} = 331 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$- T = t + 273 = 273\text{K}$$

A **torlóponthőmérséklet** kiszámításához írjuk fel az energia-egyenletet egy messzi-messzi pont (M) és a torlópont (T) között.

$$T_M + \frac{v_M^2}{2c_p} = T_T + \frac{v_T^2}{2c_p}$$

$$- v_T = 0 \leftarrow \text{torlópont}$$

$$- T_T = t + 273 = 273\text{K}$$

A torlóponthőmérséklet kiszámítható:

$$T_T = T_M + \frac{v_M^2}{2c_p} = 273 + \frac{200^2}{2 \cdot 1004} = \mathbf{293\text{K}}$$

Figyeljük meg, hogy a torlópontban a hőmérséklet magasabb, mint a messzi-messzi pontban, melyet alátámaszt korábbi állításunk, miszerint a lassuló áramlás hőmérséklete nő.

A **szárny feletti „SZF” pontban kialakuló Mach-szám** kiszámítása az „SZF” pontbeli hangsebesség ismeretében számítható. A hangsebesség számításához írjuk fel az energia-egyenletet M-SZF között:

$$T_M + \frac{v_M^2}{2c_p} = T_{SZF} + \frac{v_{SZF}^2}{2c_p} = T_{SZF} + \frac{(1,2v_M)^2}{2c_p}$$

$$T_{SZF} = T_M + \frac{v_M^2}{2c_p} - \frac{(1,2v_M)^2}{2c_p} = 273 + \frac{200^2}{2 \cdot 1004} - \frac{(1,2 \cdot 200)^2}{2 \cdot 1004} = 264\text{K}$$

Az „SZF” pontban kialakuló Mach-szám:

$$Ma_{SZF} = \frac{v_{SZF}}{a_{SZF}} = \frac{1,2 \cdot v_M}{\sqrt{\kappa RT_{SZF}}} = \frac{1,2 \cdot 200}{\sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot 264}} = \mathbf{0,74}$$

b) feladatrész

Kezdeti megfontolások:

- amennyiben a repülő EVEM-t végez, a rá ható erők eredője zérus \rightarrow a szárnyon keletkező felhajtóerő megegyezik a repülőgép súlyával
- a szárnyon keletkező felhajtóerő számításánál feltételezzük, hogy a szárny egésze felett kialakuló áramlási sebesség 20%-kal magasabb, mint a repülőgép haladási sebessége, a szárny alatt (SZA) viszont megegyezik azzal \rightarrow ezáltal a szárny alatti nyomás és hőmérséklet is megegyezik a messzi-messzi pontbeli értékekkel

$$p_{SZA} = p_M = p_0 = 1\text{bar}$$

$$T_{SZA} = t_M = t = 0^\circ\text{C}$$

Izentrópikus állapotváltozás esetén a szárny feletti nyomás a következőképpen számítható:

$$p_{SZF} = p_{SZA} \left(\frac{T_{SZF}}{T_{SZA}} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 10^5 \cdot \left(\frac{264}{273} \right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = 89165 Pa$$

A szárnyra ható felhajtóerő a szárny alsó és felső oldala között kialakuló nyomáskülönbség és a szárny felületének szorzataként számítható:

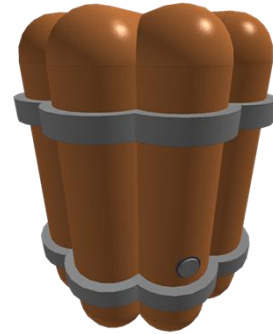
$$F_f = (p_{SZA} - p_{SZF}) \cdot A_{SZ} = (10^5 - 89165) \cdot 18 = 195 kN$$

A repülőgép súlya megegyezik a szárnyra ható felhajtóerővel:

$$G = F_f = \mathbf{195 kN}$$

TIBANNA SZIVÁRGÁS

TIE-vadászunkat hipehajtóművel szereljük fel. A hajtómű hűtőanyaga a Bepin bolygó légkörében bányászott, rendkívül robbanékony tibanna gáz, amelyet egy nagyméretű, túlnyomásos tartályban próbálunk a gázfinomítóból kicsempészni. Elővigyázatlanságunk következményeképp a tartályon egy 1cm^2 -es egyszerű, lekerekített kiömlőnyílás = lyuk keletkezik, melyen keresztül az értékes gáz a szabadba áramlik. A gáz tartálybéli hőmérséklete 30°C .



Kérdés: Határozzuk meg, hogy mekkora a kiáramló gáz tömegárama, ha az ellennyomás és a tartálynyomás hányadosa:

- a) $\frac{p_e}{p_t} = 0,99$
- b) $\frac{p_e}{p_t} = 0,6$
- c) $\frac{p_e}{p_t} = 0,4$

Adatok: $A = 1\text{cm}^2$; $p_e = p_0 = 10^5 \text{ Pa}$; $t_t = 30^\circ\text{C}$; $R_g = 287 \text{ J}(\text{kg}/\text{K})$; $\kappa = 1,4$

MEGOLDÁS

a) feladatrész

Amennyiben $\frac{p_e}{p_t} > 0,95$, a nyomásváltozásból adódó sűrűségváltozás kicsi, az áramlás inkompresszibilisnek tekinthető \rightarrow használható a **Bernoulli egyenlet**. A kiáramló gáz sűrűsége és hőmérséklete közelítőleg azonos a tartálybéli állapottal.

Írjuk fel a Bernoulli-egyenletet a tartály egy tetszőleges pontja és a kiáramlási pont közé:

$$p_t = p_e + \frac{\rho_t}{2} v_{ki}^2$$

A nyomásviszony és a tartálybéli hőmérséklet ismeretében számítható a kiáramlás sebessége:

$$\begin{aligned} v_{ki} &= \sqrt{\frac{2}{\rho_t} (p_t - p_e)} = \sqrt{\frac{2}{p_t} RT_t \cdot p_t \left(1 - \frac{p_e}{p_t}\right)} = \sqrt{2RT_t \left(1 - \frac{p_e}{p_t}\right)} = \sqrt{2 \cdot 287 \cdot 303 (1 - 0,99)} \\ &= 41,7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

A tartálybéli sűrűség számítása az ideális gáztörvényből:

$$\rho_t = \frac{p_t}{RT_t} = \frac{p_e}{0,99RT_t} = \frac{10^5}{0,99 \cdot 287 \cdot 303} = 1,16 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

A kiáramló térfogatáram:

$$q_m = \rho_t v_{ki} A = 1,16 \cdot 41,7 \cdot 10^{-4} = 4,8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

b) feladatrész

Amennyiben $0,95 > \frac{p_e}{p_t} > 0,53$, a kiáramlás **izentrópikus**. A kiáramlás sebessége hangsebesség alatti, a kiáramló közeg sűrűsége, és hőmérséklete az izentrópikus állapotváltozást leíró összefüggésekből számolható. A gáz a kilépésnél környezeti nyomásra expandál. A Bernoulli-egyenlet nem érvényes, helyette az **energia-egyenletet** használjuk:

Írjuk fel az energia-egyenletet a tartály egy tetszőleges pontja és a kiáramlási pont közé:

$$T_t = T_{ki} + \frac{v_{ki}^2}{2c_p}$$

A nyomásviszony és a tartálybéli hőmérséklet ismeretében számítható a kiáramlás sebessége:

$$\begin{aligned} v_{ki} &= \sqrt{2c_p(T_t - T_{ki})} = \sqrt{2 \frac{\kappa R}{\kappa - 1} T_t \left(1 - \frac{T_{ki}}{T_t}\right)} = \sqrt{2 \frac{\kappa R}{\kappa - 1} T_t \left(1 - \left(\frac{p_e}{p_t}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right)} \\ &= \sqrt{2 \frac{1,4 \cdot 287}{1,4 - 1} 303 \left(1 - 0,6^{\frac{1,4-1}{1,4}}\right)} = 287 \frac{m}{s} \\ - \quad c_p &= \frac{\kappa R}{\kappa - 1} \\ - \quad \frac{T_{ki}}{T_t} &= \left(\frac{p_e}{p_t}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \end{aligned}$$

A kiáramló gáz sűrűsége az izentrópikus állapotváltozásból számítható:

$$\rho_{ki} = \rho_t \left(\frac{p_e}{p_t}\right)^{\frac{1}{\kappa}} = \frac{p_t}{RT_t} \left(\frac{p_e}{p_t}\right)^{\frac{1}{\kappa}} = \frac{p_e}{0,6RT_t} \left(\frac{p_e}{p_t}\right)^{\frac{1}{\kappa}} = \frac{10^5}{0,6 \cdot 287 \cdot 303} 0,6^{\frac{1}{1,4}} = 1,33 \frac{kg}{m^3}$$

A kiáramló térfogatáram:

$$q_m = \rho_{ki} v_{ki} A = 1,33 \cdot 287 \cdot 10^{-4} = \mathbf{38 \cdot 10^{-3} \frac{kg}{s}}$$

c) feladatrész

Amennyiben $\frac{p_e}{p_t} < 0,53$, tehát a nyomásviszony az ún. kritikus nyomásviszonynál kisebb, a kiáramló gáz sebessége eléri a hangsebességet. A kiáramlási keresztmetszetben expanziós hullámon keresztül csökken a nyomás a környezeti nyomásra. Az expanziós hullám veszteséget okoz, emiatt az energiaegyenlet és az adiabatikus közelítés nem használható! Amennyiben a nyomás viszony kisebb, mint a kritikus nyomásviszony, akkor a legszűkebb keresztmetszetben az áramlási sebesség meg fog egyezni a lokális hangsebességgel (és így egyszerű lekerekített kiömlőnyílás esetén nem is tudjuk tovább gyorsítani az áramlást a nyomásviszony csökkenésével) kiáramló gáz hőmérséklete és sűrűsége a kritikus állapotra vonatkozó egyenletekből számítható. A legszűkebb keresztmetszetre érvényes dolgokat * kivevővel jelöljük:

$$\frac{p^*}{p_t} = \left(\frac{p}{p_t}\right)_{krit} = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \approx 0,53$$

$$\frac{T^*}{T_t} = \left(\frac{T}{T_t}\right)_{krit} = \frac{2}{\kappa+1} \approx 0,83$$

$$\frac{\rho^*}{\rho_t} = \left(\frac{\rho}{\rho_t}\right)_{krit} = \left(\frac{2}{\kappa + 1}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \approx 0,63$$

A kiáramlás sebessége a helyi hangsebességgel megegyező, a kritikus hőmérséklet ismeretében számítható:

$$v_{ki} = a^* = \sqrt{\kappa RT^*} = \sqrt{\kappa RT_t \frac{2}{\kappa + 1}} = \sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot 303 \cdot \frac{2}{1,4 + 1}} = 319 \frac{m}{s}$$

A kiáramlás sűrűsége a kritikus állapotra vonatkozóan:

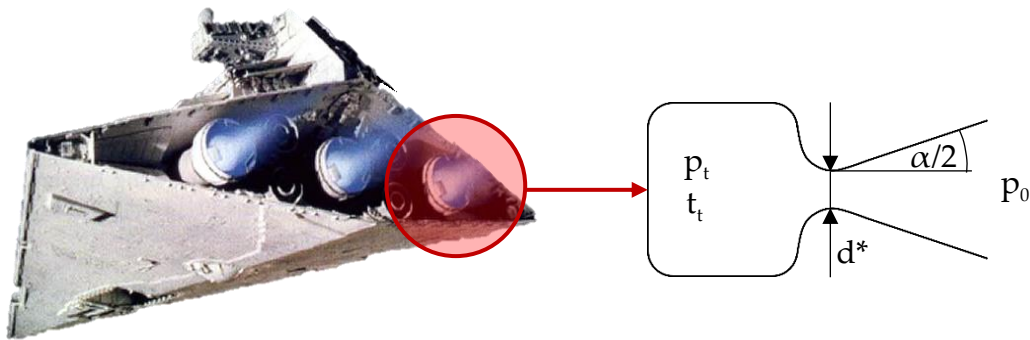
$$\rho_{ki} = \rho^* = \rho_t \left(\frac{2}{\kappa + 1}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} = \frac{p_e}{0,4 RT_t} \left(\frac{2}{\kappa + 1}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} = \frac{10^5}{0,4 \cdot 287 \cdot 303} \left(\frac{2}{1,4 + 1}\right)^{\frac{1}{1,4-1}} = 1,82 \frac{kg}{m^3}$$

A kiáramló térfogatáram:

$$q_m = \rho_{ki} v_{ki} A = 1,82 \cdot 319 \cdot 10^{-4} = \mathbf{58 \cdot 10^{-3} \frac{kg}{s}}$$

BIRODALMI CSILLAGROMBOLÓ

A Galaktikus Birodalom megbízta a mérnökirodánkat a 2-es osztályú birodalmi csillagromboló hajtóművének kifejlesztésével. A Vader Nagy Úr által kudarc esetén alkalmazott fegyelmezési eszközöktől tartunk, ezért nagyon gondosan járunk el és kisminta kísérletet is végzünk. A kísérlet során egy tartályból gázt expandáltunk izentrópiusan egy Laval-csőn keresztül a szabadba. A Laval-cső legkisebb keresztmetszete 5cm átmérőjű, a nyílásszöge 5° .



Kérdés: Határozzuk meg a Laval-cső kilépő átmérőjét és a hosszát!

Adatok: $p_t=4\text{bar}$; $t_t = 27^\circ\text{C}$; $R = 287 \text{ J}(\text{kg}/\text{K})$; $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$; $\kappa=1,4$; $d^* = 5 \text{ cm}$, $\alpha = 5^\circ$

MEGOLDÁS

Kezdeti megfontolások: Egy jól megtervezett Laval-fúvókában az állapotváltozás végig izentrópiikus és a kiáramlási sebesség kritikusnál kisebb nyomásviszony esetén meghaladja a lokális hangsebességet, a legszűkebb keresztmetszetben pedig meg fog egyezni a lokális hangsebességgel.

Számoljuk ki a tartály és az ellenyomás viszonyát:

$$\frac{p_e}{p_t} = \frac{1}{4} = 0,25$$

További megfontolások:

- mivel a nyomásviszony a kritikus $\sim 0,53$ érték alatt van, azért az áramlás a Laval-fúvóka legkisebb keresztmetszetében eléri a hangsebességet, majd pedig a növekvő keresztmetszetű csótoldalban tovább gyorsul
- amennyiben a Laval-csövet megfelelően méreteztük, az állapotváltozás izentrópiikusnak tekinthető, valamint az áramlás a kilépő keresztmetszetben környezeti nyomásra expandál
- a megoldásnál felhasználjuk, hogy a kontinuitás továbbra is érvényben van: a Laval-cső legkisebb keresztmetszetének geometriája ismert, az ott jellemző állapotjelzők számíthatók \rightarrow a tömegáram számítható

A tömegáram számítása a legkisebb keresztmetszetben:

$$q_m^* = \rho^* \cdot v^* \cdot A^*$$

$$\rho^* = \rho_t \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} = \frac{p_t}{R \cdot T_t} \cdot \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} = \frac{4 \cdot 10^5}{287 \cdot 300} \cdot \left(\frac{2}{1,4+1} \right)^{\frac{1}{1,4-1}} = 2,95 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\begin{aligned}
- v^* &= a^* = \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T^*} = \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T_t \frac{2}{\kappa+1}} = \sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot 300 \cdot \frac{2}{1,4+1}} = 317 \frac{m}{s} \\
- A^* &= \frac{d^{*2} \cdot \pi}{4} = \frac{0,05^2 \cdot \pi}{4} = 1,96 \cdot 10^{-3} m^2
\end{aligned}$$

A legkisebb keresztmetszenen átáramló tömegáram tehát:

$$q_m^* = \rho^* \cdot v^* \cdot A^* = 2,95 \cdot 317 \cdot 1,96 \cdot 10^{-3} = 1,83 \frac{kg}{s}$$

Írjuk fel a Laval-fúvókából kiáramló tömegáramot, mely a kontinuitás miatt megegyezik q_m^* -gal:

$$q_{m,ki} = \rho_{ki} \cdot v_{ki} \cdot A_{ki} = q_m^*$$

$$- \rho_{ki} = \rho_t \left(\frac{p_e}{p_t} \right)^{\frac{1}{\kappa}} = \frac{p_t}{RT_t} \cdot \left(\frac{p_e}{p_t} \right)^{\frac{1}{\kappa}} = \frac{4 \cdot 10^5}{287 \cdot 300} \cdot 0,25^{\frac{1}{1,4}} = 1,73 \frac{kg}{m^3} \leftarrow \text{izentrópiikus}$$

$$\begin{aligned}
- v_{ki} &= \sqrt{2c_p(T_t - T_{ki})} = \sqrt{2 \frac{\kappa R}{\kappa-1} T_t \left(1 - \frac{T_{ki}}{T_t} \right)} = \sqrt{2 \frac{\kappa R}{\kappa-1} T_t \left(1 - \left(\frac{p_e}{p_t} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right)} = \\
&\sqrt{2 \cdot \frac{1,4 \cdot 287}{1,4-1} \cdot 300 \cdot \left(1 - 0,25^{\frac{1,4-1}{1,4}} \right)} = 444 \frac{m}{s} \leftarrow \text{tartály egy tetszőleges pontja és kiáramlás} \\
&\text{közé felírt energia-egyenletből}
\end{aligned}$$

$$- A_{ki} = \frac{d_{ki}^2 \pi}{4}$$

Az egyenlet átrendezésével a kilépő keresztmetszet átmérője számítható:

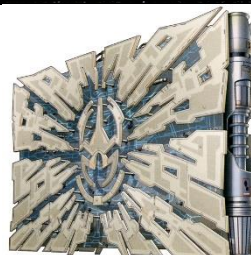
$$d_{ki} = \sqrt{\frac{q_m^*}{\rho_{ki} \cdot v_{ki}} \cdot \frac{4}{\pi}} = \sqrt{\frac{1,83}{1,73 \cdot 444} \cdot \frac{4}{\pi}} = 55 mm$$

Ismerve a kritikus és a kilépő keresztmetszet átmérőjét valamint a Laval-fúvóka nyílásszögét, a keresett hossz a következőképpen számítható:

$$L_{Laval} = \frac{d_{ki} - d^*}{2 \cdot \tan \frac{\alpha}{2}} = \frac{55 - 50}{2 \cdot \tan \frac{5^\circ}{2}} = 57 mm$$

HIPERHAJTÓMŰ SZIVÁRGÁS

Egy T14-es hiperhajtómű $V=10\text{m}^3$ térfogatú hűtőtartályban 40 kg oxigéngáz van. A tartály hőmérséklete $t=22^\circ\text{C}$. A Naboo bolygóról való menekülés közben a tartály falán kis nyílás ($A=1\text{cm}^2$) keletkezett, amin keresztül a gáz áramlik a környezetbe.



- Kérdés:**
- Határozza meg a tartálynnyomást!
 - Határozza meg a kiáramlási sebességet!
 - Határozza meg a kiáramlás tömegáramát!

Adatok: $V=10\text{m}^3$; $m = 40\text{ kg}$; $A = 1\text{cm}^2$; $p_0 = 10^5\text{ Pa}$; $t_t = 22^\circ\text{C}$; $R = 260\text{ J}(\text{kg}/\text{K})$; $\kappa=1,4$

MEGOLDÁS

Kezdeti megfontolások:

- mivel a tartály térfogata állandó és a benne lévő gáz tömegváltozását elhanyagoljuk, isochor állapotváltozással számolunk ($q=\text{áll}$)

a) feladatrészt

A tartálynnyomás kiszámítása az ideális gáztörvény segítségével:

$$p_t = \rho_t R T_t = \frac{m}{V} R T_t = \frac{40}{10} \cdot 260 \cdot 295 = \mathbf{307000\text{ Pa}}$$

$$- \rho_t = \frac{m}{V} = \frac{40}{10} = 4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

b) feladatrészt

A kiáramlás meghatározásához ismernünk kell a nyomásviszonyt:

$$\frac{p_0}{p_t} = \frac{100000}{307000} = 0,326 < 0,53$$

A nyomásviszony a kritikus nyomásviszony alatt van, tehát a kiáramlás eléri a hangsebességet, de tovább már nem gyorsítható:

$$v_{ki} = a = \sqrt{\kappa R T^*} = \sqrt{\kappa R \cdot \frac{2}{\kappa + 1} T_t} = \sqrt{1,4 \cdot 260 \cdot 0,83 \cdot 295} = \mathbf{299 \frac{m}{s}}$$

$$- T^* = \frac{2}{\kappa + 1} T_t$$

c) feladatrészt

A kiáramlás tömegárama a kiáramlási sebesség és sűrűség ismeretében számítható:

$$q_m = \rho_{ki} v_{ki} A_{ki} = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \cdot \rho_t v_{ki} A_{ki} = 0,63 \cdot 4 \cdot 299 \cdot 10^{-4} = \mathbf{0,076 \frac{kg}{s}}$$

$$- \rho_{ki} = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \cdot \rho_t$$