Hullámegyenlet $$a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} = \sqrt{\kappa\, R\, T}$$

Szilárd testekben: $$dp = -E \boxed{\frac{dL}{L}} = E\,\frac{d\rho}{\rho}$$

negatív húzófeszültség

Rugalmassági modulus

relatív megnyúlás

Innen: $$\frac{dp}{d\rho} = \frac{E}{\rho} \rightarrow a = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Hullámegyenlet

Hullám, együttmozgó koordinátarendszer (ld. előző óra).

Impulzustétel: $2\rho a dv - a^2 d\rho = dp$ Kontinuitás: $\rho dv = a d\rho$ (ld. előző óra)

Ezúttal más átrendezés: $2\rho a dv - a\rho dv = dp$

$$a\rho dv = dp$$

dp: hangnyomás változás, *dv*: részecskesebesség (áramlási sebesség a hullám mögött)

Nyugvó levegőben terjedő síkhullám: p, ρ, T, v_x csak x és t függvénye.

(majdnem) mindegyik fizikai jellemző felbontható x_0 időbeli átlag és x' ingadozás összegére:

$p = p_0 + p', \rho = \rho_0 + \rho', T = T_0 + T'$.

De $v_x = v_x{}'$ mert nyugvó levegőben $v_0 = 0$.

Továbbiakban $v_x{}'$ jelölése: v .

Kontinuitás:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho\, \underline{v}) = 0 \rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + \underline{v} grad\, \rho + \rho\, div \underline{v} = 0$$

$$\rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + v\frac{\partial \rho}{\partial x} + (\rho_0 + \rho')\frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \cancel{v\frac{\partial \rho}{\partial x}} + \rho_0\frac{\partial v}{\partial x} + \cancel{\rho'\frac{\partial v}{\partial x}} = 0$$

v (részecskesebesség) kicsi, ρ' (sűrűségingadozás) kicsi

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0\frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

Első tag felbontva: $\frac{\partial \rho}{\partial t} = \boxed{\frac{\partial \rho}{\partial p}}\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{a^2}\frac{\partial p}{\partial t}$ $\qquad \frac{1}{a^2}$

$$\frac{1}{a^2}\frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0\frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad \Big/ \frac{\partial}{\partial t}$$

$$\frac{1}{a^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \rho_0\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t} = 0$$

Euler:

$$\frac{d\underline{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho}\underline{gradp} \rightarrow \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + \underline{v} \cdot \underline{grad}\underline{v} = -\frac{1}{\rho}\underline{gradp} \quad \Big/ \cdot \rho (= \rho_0 + \rho')$$

$$(\rho_0 + \rho')\frac{\partial v}{\partial t} + (\rho_0 + \rho')v\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\rho_0\frac{\partial v}{\partial t} + \cancel{\rho'\frac{\partial v}{\partial t}} + \cancel{\rho_0 v\frac{\partial v}{\partial x}} + \cancel{\rho' v\frac{\partial v}{\partial x}} = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

v (részecskesebesség) kicsi,
ρ' (sűrűségingadozás) kicsi

$$\rho_0\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad \Big/ \frac{\partial}{\partial x}$$

$$\rho_0\frac{\partial^2 v}{\partial t \partial x} + \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0$$

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{a^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \boxed{\rho_0 \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t}} = 0 \\ &\boxed{\rho_0 \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial x}} + \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0 \end{aligned}\right\} \ominus$$

$$\frac{1}{a^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0 \;\rightarrow\; \boxed{\frac{1}{a^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}}$$

Akusztikai hullámegyenlet

Hullámegyenlet általános megoldása: $p(x,t) = f(x - at) + g(x - at) + p_0$

ahol p_0 a statikus nyomás, f és g tetszőleges függvények, a a hullámterjedési sebesség.

Fizikai jelentése: 2 hullám halad egymással ellentétes irányban,
a hullámforma (= f és g függvények) nem változik, csak a pozíciójuk az idő függvényében.

A hullámforma leírható pl. harmonikus hullámmal: $p = \hat{p} \cdot cos\left(\frac{2\pi}{T}t \pm \frac{2\pi}{\lambda}x\right) + p_0$

ahol $\hat{p}$ a nyomásamplitúdó, T a periódusidő, λ a hullámhossz.

De: nem szerepel benne a hangsebesség, hová lett?

$$p = \hat{p} \cdot cos\left(\frac{2\pi}{T} t \pm \frac{2\pi}{\lambda} x\right) + p_0$$

$f = \frac{1}{T}$ frekvencia $\quad\quad$ $\omega = 2\pi f$ körfrekvencia $\quad\quad$ $k := \frac{2\pi}{\lambda}$ hullámszám

Innen: $p = \hat{p} \cdot cos(\omega t \pm kx) + p_0$

Ez maximális *t* = 0-nál, ekkor *x* is 0, ezért cos(0): ekkor $p = \hat{p} + p_0$

$t_1 \neq 0$-nál hol lesz ismét maximális → ismét cos(0) kell:

(λ: hullámhossz, *T*: periódusidő)

$$\omega t_1 - kx_1 = 0 \rightarrow \omega t_1 = kx_1 \rightarrow \frac{x_1}{t_1} = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi f}{\frac{2\pi}{\lambda}} = f\lambda = \frac{\lambda}{T} = a$$

$$\omega t_1 + kx_1 = 0 \rightarrow \omega t_1 = -kx_1 \rightarrow \frac{x_1}{t_1} = -a$$

$\pm a$ fizikai jelentése: 2 hullám halad hangsebességgel, egymással ellentétes irányban.

A hullámegyenlet csak a hang terjedését írja le, a keletkezését és az elhalását nem.

Hangteljesítmény

Δp nyomás ellenében V térfogatú közeg kiszorítása: $W = \Delta p \cdot V$

Hullámegyenletnél volt: $dp = \rho\, a\, dv$

$$p' = \rho\, a\, v'$$

$$v' = \frac{p'}{\rho a}$$

Hangteljesítmény: $P = \dfrac{\Delta p V}{t} = p' v' A = \dfrac{p'^2}{\rho a} A$

$$\frac{V}{t} = v' A$$

Átlagos hangteljesítmény: $P_{\text{átl}} = \dfrac{\overline{p'^2}}{\rho a} A$

Hangnyomás leírása: $$p = \underbrace{\hat{p} \cdot cos(\omega t \pm kx)}_{p'} + p_0$$

A harmonikus részt négyzetre emelve, 0-tól *T*-ig integrálva és *T*-vel osztva képezhető a nyomás négyzetének időbeli átlaga:

$$\overline{p'^2} = \frac{\hat{p}^2}{2}$$

Ebből képezhető az effektív hangnyomás: $$p_{eff} = \frac{\hat{p}}{\sqrt{2}}$$

Effektív hangteljesítmény: $$P_{eff} = \frac{p_{eff}^2}{\rho a} A$$

1 m^2-re jutó hangteljesítmény: hangintenzitás: $$I = \frac{P}{A} = \frac{p_{eff}^2}{\rho a}$$

1. feladat

Síkhullám nyomásamplitúdója: $\hat{p} = 10^{-3}$ Pa

Egyéb adatok: T = 290 K, p = 10^5 Pa, R = 287 J/kgK

I = ?

$$I = \frac{p_{eff}^2}{\rho a}$$

$$p_{eff} = \frac{\hat{p}}{\sqrt{2}} = 7.07 \cdot 10^{-4}\ Pa$$

$$\rho = \frac{p}{RT} = 1.2\ \frac{kg}{m^3}$$

$$a = \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T} = 341.4\ \frac{m}{s}$$

Innen:

$$I = \frac{p_{eff}^2}{\rho a} = 1.22 \cdot 10^{-9}\ \frac{W}{m^2}$$

Hangteljesítmény tartománya:

	Hangteljesítmény [W]
Közepes rakétahajtómű	10^{6}
	10^{5}
Gázturbinás hajtómű	10^{4}
	10^{3}
.45-ös Colt	10^{2}
	10^{1}
Fájdalomküszöb	10^{0}
Metró	10^{-1}
	10^{-2}
Átlagos otthoni házimozi szett	10^{-3}
Átlagos üzemcsarnok	10^{-4}
	10^{-5}
Átlagos beszélgetés	10^{-6}
Átlagos iroda	10^{-7}
Csendes lakóövezet	10^{-8}
	10^{-9}
Csendes suttogás	10^{-10}
	10^{-11}
Hallásküszöb	10^{-12}

Hangteljesítmény tartománya igen széles: milyen skálát célszerű használni?

Emberi érzékelés: az érzékelt változás mértéke (Δé) az ingerváltozás (Δi) és az inger (i) hányadosával arányos: $\Delta é \sim \Delta i / i$

Innen az érzet és az inger kapcsolatára adódik: $é \sim ln \frac{i}{i_0}$ ahol i_0 egy vonatkoztatási inger.

Ezért akusztikában is szinteket használnak:

Hangteljesítményszint: $$L_w = 10 \cdot lg \frac{P}{P_0} \; [dB]$$

Hangintenzitásszint: $$L_I = 10 \cdot lg \frac{I}{I_0} \; [dB]$$

Hangnyomásszint: $$L = 10 \cdot lg \left(\frac{p}{p_0}\right)^2 = 20 \cdot lg \frac{p}{p_0} \; [dB]$$

Szintek:

p_0: vonatkoztatási hangnyomás

=hallásküszöb:

$p_0 = 2 \cdot 10^{-5}\ Pa$ (1 kHz-n)

Mivel $\rho_0 = 1.2\ \frac{kg}{m^3}$
és $a_0 = 333\ \frac{m}{s}$
és $A_0 = 1\ m^2$

$$I_0 = \frac{p_0^2}{\rho_0 a_0} = 10^{-12}\ \frac{W}{m^2}$$

$$P_0 = I_0 A_0 = 10^{-12}\ W$$

	Hangteljesítmény [W]	Hangteljesítményszint [dB]
Közepes rakétahajtómű	10^6	180
	10^5	170
Gázturbinás hajtómű	10^4	160
	10^3	150
.45-ös Colt	10^2	140
	10^1	130
Fájdalomküszöb	10^0	120
Metró	10^{-1}	110
	10^{-2}	100
Átlagos otthoni házimozi szett	10^{-3}	90
Átlagos üzemcsarnok	10^{-4}	80
	10^{-5}	70
Átlagos beszélgetés	10^{-6}	60
Átlagos iroda	10^{-7}	50
Csendes lakóövezet	10^{-8}	40
	10^{-9}	30
Csendes suttogás	10^{-10}	20
	10^{-11}	10
Hallásküszöb	10^{-12}	0

2. feladat: 1. feladat folytatása:

Síkhullám nyomásamplitúdója: $\hat{p} = 10^{-3}$ Pa

Egyéb adatok: T = 290 K, p = 10^5 Pa, R = 287 J/kgK

$L = ?, L_I = ?$

$$L_I = 10 \cdot lg\frac{I}{I_0} = 31\ dB$$

$$L = 20 \cdot lg\frac{p}{p_0} = 31\ dB$$

$$p_{eff} = \frac{\hat{p}}{\sqrt{2}} = 7.07 \cdot 10^{-4}\ Pa$$

$$\rho = \frac{p}{RT} = 1.2\ \frac{kg}{m^3}$$

$$a = \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T} = 341.4\ \frac{m}{s}$$

$$I = \frac{p_{eff}^2}{\rho a} = 1.22 \cdot 10^{-9}\ \frac{W}{m^2}$$

Műveletek szintekkel

2 egyenlő hangteljesítményszintű hangforrás (L_w) eredő hangteljesítményszintje:

$$L_{we} = 10 \cdot lg\left(\frac{P}{P_0} \cdot 2\right) = 10 \cdot lg\left(\frac{P}{P_0}\right) + 10 \cdot lg2 \cong L_w + 3\ dB$$

2 nem egyenlő hangteljesítményszintű hangforrás (L_{w1}, L_{w2}) eredő hangteljesítményszintje:

$$L_{we} = 10 \cdot lg\left(\frac{P_1 + P_2}{P_0}\right) = 10 \cdot lg\left(10^{\frac{L_{w1}}{10}} + 10^{\frac{L_{w2}}{10}}\right) = 10 \cdot lg\left(10^{\frac{L_{w1}}{10}} \cdot \left(1 + 10^{\frac{L_{w2}-L_{w1}}{10}}\right)\right)$$

$$= L_{w1} + \Delta L_w$$

ahol $\Delta L_w = 10 \cdot lg\left(1 + \frac{1}{10^{\frac{L_{w1}-L_{w2}}{10}}}\right)$

Ha $L_{w1} - L_{w2} > 10\ dB$, akkor a kisebb teljesítményű hangforrás hozzájárulása az eredő hangteljesítményszinthez jó közelítéssel elhanyagolható.

3. feladat $L_{w1} = 62\ dB$

$L_{w2} = 67\ dB$

$L_{we} = ?$

$$L_{we} = 10 \cdot lg\left(10^{\frac{L_{w1}}{10}} + 10^{\frac{L_{w2}}{10}}\right) = 68.2\ dB$$

$L_1 = 62\ dB$

$L_2 = 67\ dB$

$L_e = ?$

$$L_e = 10 \cdot lg\left(10^{\frac{L_1}{10}} + 10^{\frac{L_2}{10}}\right) = 68.2\ dB$$

Hangnyomásszintre is ugyanaz a képlet,
mert a teljesítménnyel arányos jellemzők összegezhetők.

Spektrális jellemzés

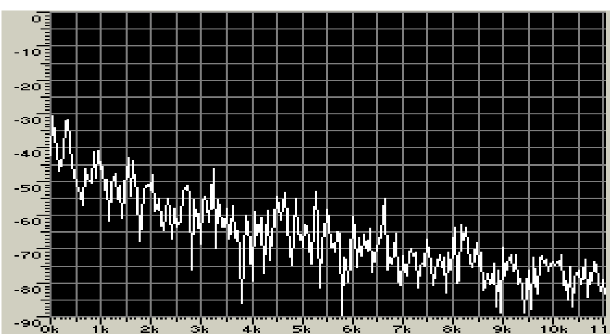
Hangspektrum: milyen frekvenciájú és amplitúdójú harmonikus jelekből áll a hang.

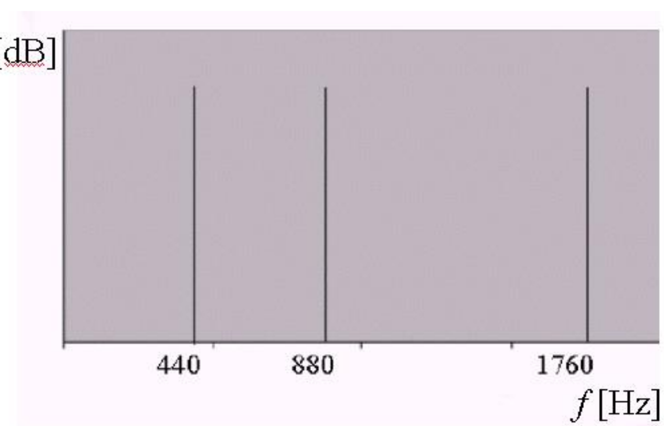
Tiszta zenei hang: 1 frekvencia, 1 harmonikus összetevő.

Oktávsávos spektrum: 1 oktáv = f_a … f_f frekvenciatartomány, ahol $f_f = 2 \cdot f_a$
Középfrekvencia: $f_k = \sqrt{f_f \cdot f_a} = \sqrt{2} \cdot f_a$

Színkép: zaj vagy hang hangnyomásszint értékeinek ábrázolása a frekvencia függvényében.

Folytonos színkép: nagyjából minden frekvencián van valamekkora hangnyomásszint.
Vonalas színkép: csak bizonyos frekvenciákon van hangnyomásszint.



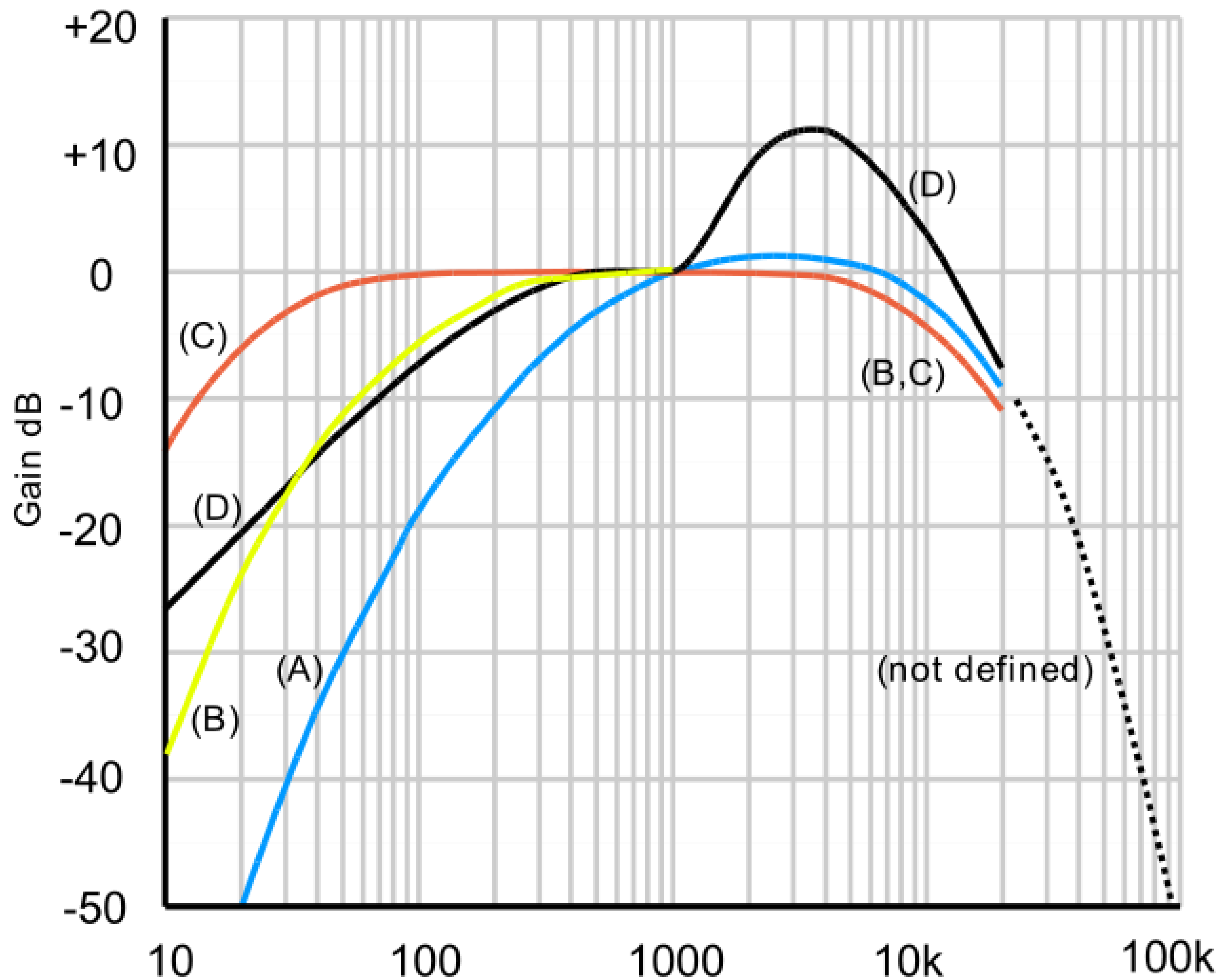


Súlyozó görbék

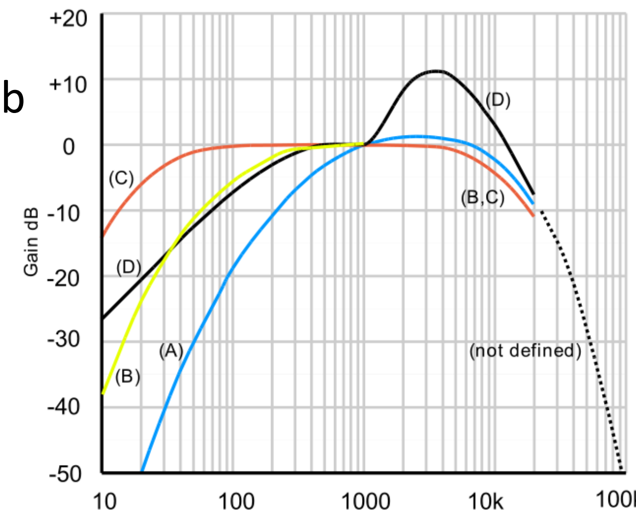
Emberi érzékelés különféleképpen reagál a frekvenciatartományokra:
Legérzékenyebb 3 kHz körül.

Ezért a hangnyomásszinteket súlyozzák: a súlyozott hangnyomásszint hasonló
a fül által érzékelt hangerőhöz.

Tipikus súlyozó görbe az "A" jelű. Ekkor jelölés: L_{wa} ill. L_a , mértékegysége dB(A) v. dBA



Súlyozó görbék



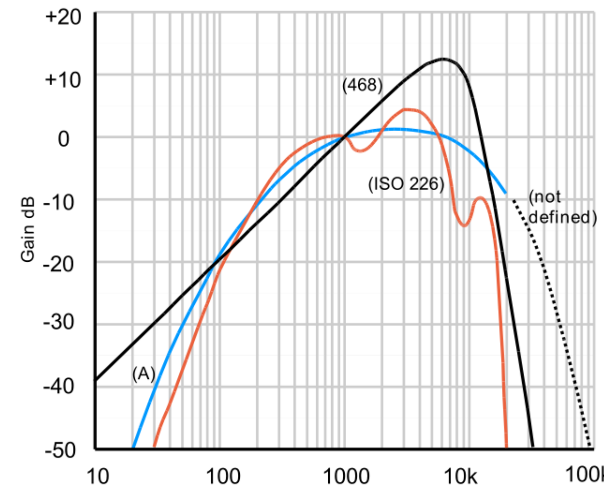
A leggyakrabban használt "A" súlyozó görbe a mélyebb frekvenciák felé közelítve egyre kisebb súllyal veszi figyelembe a komponenseket. Csendes hangokra ad jó eredményt.
IEC 61672:2003 nemzetközi szabvány.

"B": közepes hangnyomásszintekre.

"C": nagy hangnyomásszintekre (munkahelyi zajok).

"D": kifejezetten nagy hangnyomásszintekre, pl. gázturbinákhoz, ma már csak harci repülőgépeknél használatos.
Polgári repülőgépeknél "A" van előírva.

Súlyozó görbék



Az "A" görbe tiszta hangok felhasználásával készült.

Kevésbé releváns az emberi halláshoz.

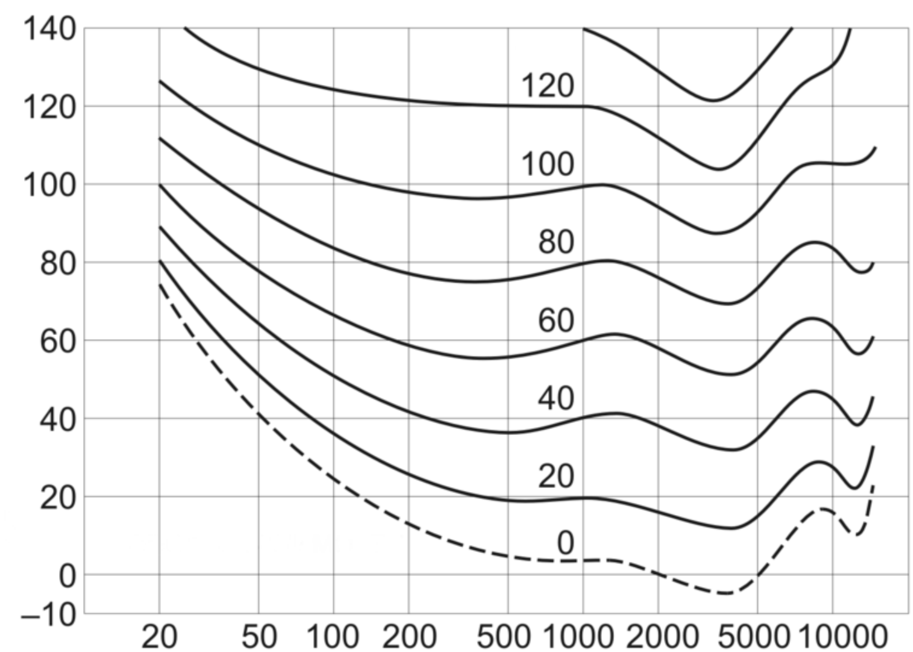
"ITU-R 468" pontosabban adja vissza a fül különféle zajforrásokra való érzékenységét. Ezt alkalmazza pl. a Dolby is.

"ISO 226:2003" az egyenlő hangosságú tiszta hangok alapján.

Hangosság: a hang fül által érzékelt erősségének mértéke.

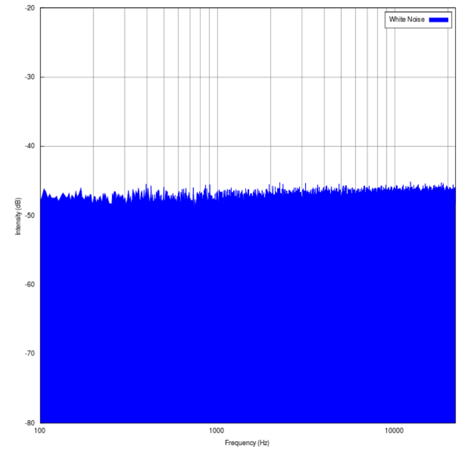
Szubjektív, frekvencia és spektrumfüggő.

A hangnyomásszint [dB] és a hangosság-szint [phon] 1 kHz-n egyenlő.

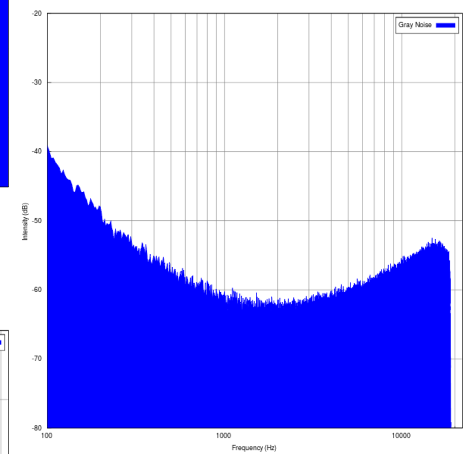


„Színes” zajok (optikai analógia)

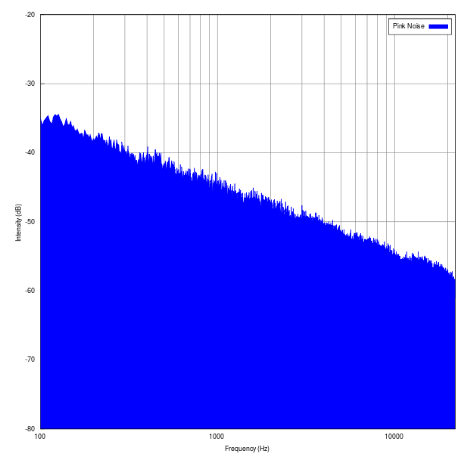
Fehérzaj: véletlenszerű zaj: a teljes vizsgált frekvencia-tartományban (20 Hz – 20 kHz) állandó hangteljesítményszint.



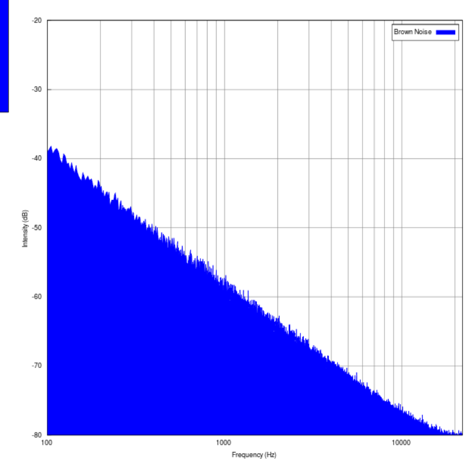
Szürke zaj: a teljes vizsgált frekvencia-tartományban (20 Hz – 20 kHz) állandó hangosságérzet (inverz A súlyozás).



Rózsaszín zaj: oktávonként 3 dB-el csökkenő hangteljesítményszint. Logaritmikus frekvenciaábrázolás esetén lineárisan csökken.



Vörös (Brownian) zaj: véletlenszerű mozgás produkál hasonlót (pl. eső). Oktávonként 6 dB-el csökkenő hangteljesítményszint.



Zaj emberi szervezetre gyakorolt hatása

30 dB: pszichés
65 dB: vegetatív problémák
90 dB: hallószervi károsodás
120 dB: fájdalomküszöb
130 dB: maradandó halláskárosodás
140 dB: agyi- és idegrendszeri károsodás
160 dB: dobhártyarepedés
175 dB: halálos

Tartós halláscsökkenés: rendszerint a magasabb frekvenciatartományon kezdődik.

Rendeletben megadott zajexpozíciós értékek:

	Egyszeri	Tartós	
Határérték:	140 dB(C)	87 dB(A)	azonnali beavatkozás
Felső beavatkozás:	137 dB(C)	85 dB(A)	hallásvédő kötelező
Alsó beavatkozás:	135 dB(C)	80 dB(A)	hallásvédő opcionális

Zaj emberi szervezetre gyakorolt hatása

Fülhallgató vs. hangszóró

Hangszóró: a kibocsátott hangok pár m távolságról: (főleg) magas frekvenciák csillapodnak.
Fülhallgató: minden közvetlenül a fülbe jut: a magas frekvenciák is csillapítás nélkül.

Probléma 1: a fülek alkalmazkodnak: a hangerő könnyen veszélyes értékre emelkedhet.

Probléma 2: utcán hallgatva emelt hangerő a környezeti zajok kiszorítása érdekében: jelentős halláskárosodási kockázat.

Probléma 3: edzés közben a vér a végtagokba áramlik, a belsőfül vérellátása csökken: ugyanakkora hangosságérzethez nagyobb hangteljesítmény szükséges: jelentős halláskárosodási kockázat.

	Egyszeri	Tartós	
Határérték:	140 dB(C)	87 dB(A)	azonnali beavatkozás
Felső beavatkozás:	137 dB(C)	85 dB(A)	hallásvédő kötelező
Alsó beavatkozás:	135 dB(C)	80 dB(A)	hallásvédő opcionális

Irányítottság

Pontszerű hangforrás végtelen nagy térben: minden irányban egyformán sugároz.

Ekkor R sugarú gömb felszínén az intenzitás: $I_g = \frac{P}{4R^2\pi} = \frac{p_g^2}{\rho a}$

Ha részben határolt tér ami tökéletesen visszaveri a hangot: irányítási tényező $D = \frac{I}{I_g}$

$$D = \frac{I}{I_g} = \frac{\frac{p^2}{\rho a}}{\frac{p_g^2}{\rho a}} = \frac{p^2}{\rho a} \cdot \frac{4R^2\pi}{P} = \frac{A_t}{A_{sz}}$$ ahol

A_t: a teljes keresztmetszet melyen át határoló nélkül sugározna. *R* távolságban $A_t = 4R^2\pi$

A_{sz} : a szabad keresztmetszet *R* távolságban, amelyen keresztül sugároz.

Pontszerű hangforrás	végtelen térben:	*D*=1
	síkfelületen:	*D*=2
	két sík metszésvonalában:	*D*=4
	három sík metszéspontjában: (sarok)	*D*=8

Irányítottság

Mivel $\quad I_g = \dfrac{P}{4R^2\pi} \quad$ és $\quad D = \dfrac{p^2}{\rho a} \cdot \dfrac{4R^2\pi}{P}$

Ezért $\quad I = D \cdot I_g = D \dfrac{P}{4R^2\pi} = \dfrac{p^2}{\rho a}$

$I_0 = \dfrac{p_0^2}{(\rho a)_0} = \dfrac{P_0}{R_0^2} \quad$ ahol $\boxed{R_0 = 1\ m}$

$$\frac{I}{I_0} = D \frac{P}{4R^2\pi} \frac{R_0^2}{P_0} = \frac{p^2}{\rho a} \frac{(\rho a)_0}{p_0^2}$$

$$\frac{P}{P_0} = \frac{p^2}{p_0^2} \frac{(\rho a)_0}{\rho a} \frac{4R^2\pi}{R_0^2} \frac{1}{D} \qquad / \ 10 \cdot lg()$$

$$L_w = 10 \cdot lg \frac{P}{P_0} = \underbrace{\boxed{10 \cdot lg \frac{p^2}{p_0^2}}}_{L} + 10 \cdot lg \frac{(\rho a)_0}{\rho a} + 10 \cdot lg(4\pi) + 10 \cdot lg \frac{R^2}{R_0^2} - 10 \cdot lgD$$

Levegőben $(\rho a)_0 \cong \rho a$

$$L_w = L + 20 \cdot lgR - 10 \cdot lgD + 11$$

4. feladat

Nagyméretű üres terem közepén padlóra helyezett rádió.

R = 1.2 m távolságban a hangnyomásszint *L* = 50 dB.

a) L_w = ?
b) *L* = ? ha a sarokba helyezzük és R továbbra is 1.2 m?

$$L_w = L + 20 \cdot lgR - 10 \cdot lgD + 11 = 59.6\ dB$$

$$L = L_w - 20 \cdot lgR + 10 \cdot lgD - 11 = 56\ dB$$