Turbulencia modellezése

Dr. Kristóf Gergely

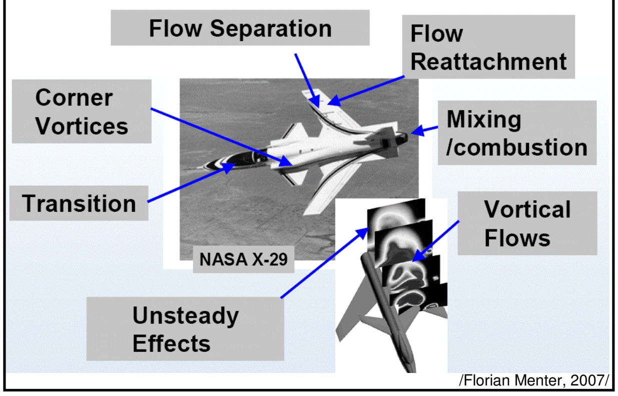
Turbulens áramlások főbb tulajdonságai

1. Időfüggő, kaotikus.
2. Háromdimenziós. (Elvileg 2D áramlás esetén is.)
3. Az ingadozást az elúszó örvények okozzák (kb. a főáramlás sebességével sodródnak). Nem helyi jellemzőktől függ, hanem a folyadékrész „történelmétől”.
4. A turbulencia a megmaradó mennyiségek keveredését okozza. Olyan, mint ha megnőnének a vezetési tényezők.
5. Látszólagos csúsztatófeszültség növekedés is fellép, ennek következtében a főáramlás mozgási energiája - irreverzibilis módon - a sztohasztikus mozgásban tárolt (turbulens) mozgási energiává, majd hővé alakul.
6. A legnagyobb örvények mérete közel van az áramlási tér l méretéhez (és arányos azzal).
7. Az örvények mérete: $l/\eta = (Re_l)^{3/4}$ - széles skálát (2..6 nagyságrendet) fog át.

A turbulencia eredete

1) Fali határéteg;
2) Szabad nyíróréteg;
3) Instabil sűrűség rétegződés.

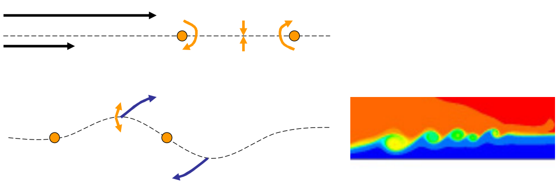
Kihívások



/Florian Menter, 2007/

Turbulencia keletkezése szabad nyírórétegben

A sebességprofil inflexiós pontjának létezése miatt a szabad nyíróréteg instabil. Ez kimutatható még 2D súrlódásmentes áramlás esetében is. (Kelvin-Helmholtz instability.)
Fogjuk fel a nyíróréteget egy potenciálos áramlásra szuperponált örvényrétegként :



A nagy örvények mellett kisebb örvények alakulnak ki, azok mellett még kisebbek.. Ez a turbulens energia kaszkád kinetikus energiát szállít a főáramlásból az η méretű legkisebb örvényekhez.

Ismertebb turbulencia modellek besorolása

Algebrai modellek – Lokális def. seb. + hosszlépték (pl. faltávolság alapján). *Nem vesz tudomást az áramlás „történelméről”. A faltávolság nem egyértelmű komplex geometria esetében.*

Transzport egyenletre épülő Reynolds átlagolt (RANS) modellek:

Spalart-Allmaras	1 eq.	- Szárnyak, 2D falközeli áramlás. *Sugarak szétterülését 100% hibával számolja.*
k-ε	2 eq.	- Izotróp 3D turbulencia esetében általánosan használt.
k-ω	2 eq.	- Viszkózus alapréteg, tranzíció.
RSM	7 eq.	- Anizotróp turbulencia esetén, pl. szekunder áramlás, ciklonok. *Akár 10–szer több iterációt is igényelhet.*

Egyik RANS modell sem garantálja, hogy stabilizálni képes az áramképet (nem biztos, hogy van stacionárius megoldás).

A turbulens mozgás felbontására épülő modellek (Scale Resolving Models):

DNS	- Teljesen felbontott turbulencia. *A számításigény $Re^{9/4}$-el arányosan nő. Rengeteg szükségtelen adatot produkál.*
LES,	- Szak a nagy örvényeket bontjuk fel. A kisebb örvények hatását Subgrid Scal Stress modellekkel vesszük figyelembe. *Falhoz közeledve egyre finomabb háló kell.*
DES, SAS	- Falközelben RANS modelt használ (pl. Spalart-Allmaras modellt), távolabb átmegy LES-be.

Turbulens kinetikus energia

A turbulenciát jellemző legfontosabb skaláris mennyiség a turbulens etikus energia:

$$k = \frac{\overline{u'^2 + v'^2 + w'^2}}{2}$$ [m²/s²] (Mérhető is.)

k gyöke **m/s** dimenziójú, ezért k alapján definiálhatjuk a turbulencia sebesség léptékét:

$$V' = \sqrt{k}$$

Az izotrópikus turbulenciát végső soron egy skaláris jellemzővel, a ν_t [**m²/s**]. turbulens viszkozitással írjuk le. A feladat, hogy ennek értékét meghatározzuk.

Tisztán dimenzió megfontolások alapján: szükségünk van még egy turbulens léptékre, amelynek a mértékegysége nem $(m/s)^n$.

k evolúciója

k transzportegyenletét analitikusan le lehet vezetni.
Csak a legalapvetőbb tagokat említve:

$$\frac{dk}{dt} = \underbrace{P}_{\text{produkció}} - \underbrace{\varepsilon}_{\text{disszipáció}}$$

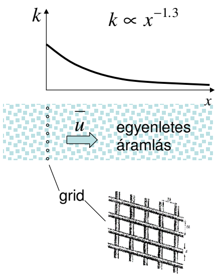
A P turbulens produkció értelmezése: $P = \nu_t S^2$,

amelyben S a főáramlás def. seb. tenzorának modulusa: $S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}}$ $\quad S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}\right)$

Sajnos ε alapegyenletét nem lehet levezetni.
Az egyenletrendszer lezárásához további közelítéseket kell tennünk.

k disszipációja: ε

Az alábbi alapvető kísérlet a turbulencia viselkedését mutatja egy „zárt rendszerben" (a főáramlásból betáplált k nélkül).



[Mérések:
Comte-Bellot and Corssin, 1966]

A turbulens kinetikus energia disszipációját az alábbi módon értelmezhetjük:

$$\varepsilon := \frac{dk}{dt}$$ [m²s⁻³]

ε evolúciója

A Launder és Spalding (1972) által kifejlesztett standard k-ε modell szerint ε egy k egyenletéhez teljesen hasonló transzportegyenlettel írható le, mivel ε szintén a turbulens örvénylés egy jellemzője.

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = C_{1\varepsilon}\frac{\varepsilon}{k}P - C_{2\varepsilon}\frac{\varepsilon^2}{k}$$

(A produkciós és a disszipációs tagok dimenzióját korrigáljuk egy ε / k szorzóval.)

A modell konstansokat mérési adatokhoz való illesztéssel határozzuk meg:

$$C_{1\varepsilon} = 1.44,\ C_{2\varepsilon} = 1.92$$

pl. $C_{2\varepsilon}$ értéke a tács-turbulencia mérések alapján illeszthető.

Turbulens viszkozitás

Feltételezve, hogy a turbulencia két skaláris jellemzővel, (k-val és ε-nal) leírható, meghatározhatjuk a turbulencia léptékeit:

$$T = \frac{k}{\varepsilon}$$ [s] ⟵ $\varepsilon = \frac{dk}{dt}$

$$V' = \sqrt{k}$$ [m/s] ⟵ $k = \frac{\overline{u'^2 + v'^2 + w'^2}}{2}$

$$L = \frac{k^{3/2}}{\varepsilon}$$ [m] ⟵ $L = V'T$

A léptékek alapján meghatározhatjuk a turbulens viszkozitást (Kolmogorov-Prandtl formula):

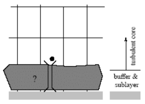
$$\nu_t = C_\mu L V' = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

Mérések alapján: $C_\mu = 0.09$

k-omega modell

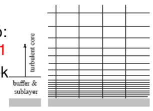
- ε helyett ω-ra old meg egyenletet. (Ez a turbulencia második paramétere.)
- ω arányos ε/k-val (örvényfrekvencia)
- A fal közelében kedvezőbben viselkedik a k-ε modellnél, viszont a szabad áramlásban rosszabb.
- Az SST modell változat valójában a határrétegen kívül k-ε modellt old meg.
- Már számolható a határréteg tranzíciója (lamináris-turbulens átmenet) is.
- A további fejlesztések várhatóan ebben lesznek.

Falkezelés, fali háló

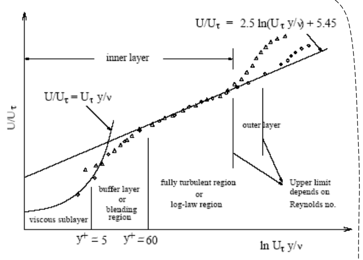


Ritka fali háló:
30<y⁺<500
Nagy Re modellek

Sűrű fali háló:
y⁺=1
Kis Re modellek



Empirikus kiegészítés a fal mentén:



A falközeli alacsony Re és anizotróp turbulencia miatt magát a modellt is módosítani kell.

Bekapcsolni:

k-ε modell esetében:
Enhanced Wall Treatment

k-ω modell esetében:
transitional flow

LES

- A turbulens energia kb. 80%-át fel kell bontani.
- Szabad turbulenciához kb. 32^3 cella elég, de a fal közelében az örvények mérete csökken, ezért minden irányban sűríteni kell.
- Csak hexa hálójavasolt.
- Speciális (nem disszipatív) numerikus séma kell: Bounded Central Differencing Scheme
- Csak időfüggő 3D modell lehet.
- SGS modellek, pl. Smagorinskij: $\boxed{\mu_t = \rho L^2 S}$
  (ahol L kb. a cellaméret vagy fal közelében 0.4y)
- Periodikus pf, vagy időfüggő belépő peremfeltétel és non-reflektív kilépő pf. kell. (Erre van megoldás FLUENT-ben)

Belépő peremfeltételek

Elő kell írni k és ε (ω) értékét.

Turbulens intenzitás: $I = \frac{u'}{\bar{u}}$

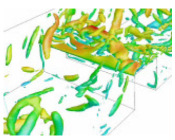
Nagyon csendes áramlás: $I < 1\%$
Nagyon zajos áramlás: $I > 10\ \%$
Csatornaáramlás magjában: $I \cong \frac{0.16}{\sqrt[8]{Re}}$

L hosszlépték becslése:
Perforált lemez mögött: a lyukméret
Kis akadály mögött: az akadály mérete
Csatornaáramlás magjában: 0.07 D

Turbulens jellemzők becslése:

$$\mu_t \cong 1.22\, \rho\, \bar{u}\, I\, L$$
$$k \cong 1.5\, \bar{u}^2 I^2$$
$$\varepsilon \cong C_\mu^{0.75} k^{1.5} L^{-1}$$
$$\omega \cong C_\mu^{-0.25} k^{0.5} L^{-1}$$

Scale Resolving Models



[Dr. Máté Lohász LES eredményeiből]

- Ingadozó sebességet eredményező, időfüggő szimulációk.
- Kevesebb (vagy semennyi) turbulens viszkozitást kell használni, mértéke a modell felbontásától függ.
- Kevésbé függ a turbulens viszkozitás modell pontosságától.
- Általában pontosabb eredményeket ad az átlagokra is.
- A belépő peremfeltételeknél szintetikus turbulenciát kell megadni.
- Speciális numerikus módszereket kell alkalmazni, amelyek nem nyomják el a turbulens ingadozást (kevéssé csillapítanak).
- A stacionárius jellemzőkhöz hosszú időtartamú átlagolással tudunk eljutni.