# Áramlások numerikus modellezése

## BME Áramlástan Tanszék

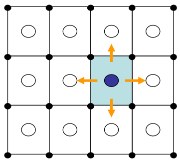

Tárgyfelelős: Dr. Kristóf Gergely

Gyakorlatvezetők: Lohász Máté, Dr. Régert Tamás


2008. ősze

# Véges térfogatok módszere

Mezőváltozók értékei



U: valamilyen megmaradó mennyiség térfogati sűrűsége

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V U\,dV + \oint_A \vec{F}\cdot d\vec{A} = \int_V S_V\,dV + \oint_A \vec{S}_A\cdot d\vec{A}$$

A megmaradó mennyiség egységnyi tömegre vonatkoztatva:

$$\Phi = U/\rho$$

Konvektív és konduktív fluxusok:

$$\vec{F}_C = \rho\,\Phi\,\vec{v} \qquad \vec{F}_D = -\Gamma\nabla\Phi$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho\,\Phi\,dV + \oint_A \rho\,\Phi\,\vec{v}\cdot d\vec{A} = \oint_A (\Gamma\nabla\Phi + \vec{S}_A)\cdot d\vec{A} + \int_V S_V\,dV$$

# Néhány szót a tantárgyról

- Oktatási célok:
  - Az áramlástani szimuláció **alkalmazás**ához szükséges elméleti háttér és szoftveres gyakorlati ismeretek elsajátítása;
  - Felkészülés mérnöki gyakorlatban előforduló, áramlástani szimulációval megoldható feladatok **felismerésére** és **önálló megoldására.**
- A gyakorlati kurzusok helyszíne: HSZK, a gyakorlati kurzusok tananyagát Interneten tesszük elérhetővé: http://www.ara.bme.hu/~cfd/FLUENTkurzus/Index.htm Kérem írják fel a címet! (Kisbetű-nagybetű fontos.)
- A gyakorlati órákon először az Internetes jegyzet **kidolgozott példái** alapján fognak haladni. Az ezt követő gyakorlat(ok)on **önálló feladato(ka)t** kell kidolgozni és dokumentálni.
- Az előadáson elhangzó elméleti ismereteket zárthelyi formájában kérjük számon.
- Tantárgyi követelményrendszer: http://www.ara.bme.hu/oktatas/tantargy/NEPTUN/

Az általános transzportegyenlet differenciál alakban:

$$\frac{\partial\rho\phi}{\partial t} + \underbrace{\nabla\cdot(\rho\,\phi\,\vec{v})}_{\text{konvektív transzport}} = \nabla\cdot\vec{S}_A + \overbrace{\nabla\cdot(\Gamma\nabla\phi)}^{\text{konduktív transzport}} + S_v$$

| Egyenlet: | $\phi$ |
|---|---|
| kontinuitás | 1 |
| x-impulzus | u |
| y-impulzus | v |
| z-impulzus | w |
| fajlagos energia | e |

Egykomponensű folyadék áramlását leíró transzportegyenletek konzervatív alakja:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho\,\vec{v}) = S_m$$

$$\frac{\partial\rho u}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho\,u\,\vec{v}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \nabla\cdot(\mu\,\nabla u) + \rho\,g_x + S_u$$

$$\frac{\partial\rho v}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho\,v\,\vec{v}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \nabla\cdot(\mu\,\nabla v) + \rho\,g_y + S_v$$

$$\frac{\partial\rho w}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho\,w\,\vec{v}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \nabla\cdot(\mu\,\nabla w) + \rho\,g_z + S_w$$

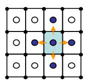
$$\boxed{\nabla\cdot(-p\,\underline{E} + \underline{\tau})}$$

$$\frac{\partial\rho e}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho\,e\,\vec{v}) = \nabla\cdot(-p\,\vec{v} + \underline{\tau}\cdot\vec{v}) + \nabla\cdot(\lambda\,\nabla T) + S_e$$

# Az áramlástani szimuláció módszerei

- A három legelterjedtebb módszercsalád:
  - Véges differenciák módszere;
  - Végeselem módszer;
  - **Véges térfogatok módszerek;**

  Néhány kevésbé elterjedt módszer:
  - Spektrál módszerek;
  - Rács nélküli módszerek;
  - Rács-gáz módszerek.
- A véges térfogat módszer (hasonlóan a végeselem módszerhez) a számítási tartomány kisebb térfogati elemekre bontja, amelyeken belül a keresett áramlástani mezőváltozók egyszerűbb (pl. lineáris) függvényekkel közelíthetők.
- A tartomány felbontását **hálógenerálás**nak, a térfogatelemeket pedig **cellák**nak hívjuk. Mezőváltozóink diszkrét értékeit a cellák középpontjában szeretnénk meghatározni.
- Célunk: az áramlást leíró megmaradási egyenletek megoldása közelítő módszerrel.



# Véges térfogatok módszere

- Az alapegyenletek előbbi alakjait **konzervatív** (megmaradási) **alaknak** hívjuk.
- A differencál-egyenleteinket **integrálva egy-egy cella térfogatára** minden divergenciás tag a cella összes részfelületére vonatkozó felületi integrállá alakul. Az integrálok értéke minden cellafelületre egy-egy skalár, ami az adott felületen egységnyi idő alatt átáramló megmaradó mennyiséget fejezi ki, ezek a felület két oldalán tárolt (ismeretlen) mezőváltozóktól függenek.
- **Minden transzportegyenlet, minden cellára egy-egy nemlineáris algebrai egyenletet eredményez**, ezt nevezzük a leíró egyenletek **diszkrét közelítésének**. Tipikus példaként: 5 transzportegyenlet és 1 000 000 cella esetén 5 000 000 db. algebrai egyenletből álló egyenletrendszert kapunk.
- Az algebrai egyenletrendszer érdekes tulajdonsága, hogy az egyenletekben **egy-egy cella mezőváltozói csak a szomszédos cella mezőváltozóival állnak kapcsolatban**.
- A sok ismeretlen és az egyenletek nemlinearitása miatt az algebrai egyenletrendszer pontos megoldása nem lehetséges, **iteratív közelítő eljárásokat** alkalmazunk. Azt szeretnénk, hogy a megoldás valamilyen **iniciális** (kezdeti) állapotból indulva lépésenként **konvergáljon** a diszkrét egyenletrendszer pontos megoldásához. (Legtöbbször meg is teszi.)
- A számítási tartomány határára eső cella-részfelületekre vonatkozó integrálok számításához az elhagyott térrész hatását leíró újabb összefüggések: **peremfeltételek** megadása szükséges.

# A CFD elemzés folyamata

1. Geometriai modell előállítása
2. Hálógenerálás
3. Peremfeltételi zónák kijelölése
4. Fizikai modell kiválasztása, anyagjellemzők megadása
5. Peremfeltételek számértékei
6. Numerikus paraméterek
7. Megoldás inicializálása
8. Iteráció
9. Eredmények értékelése

**előfeldolgozás** (1–3.)
GAMBIT-ben
*.dbs, →*.msh

**megoldás** (4–8.)
FLUENT-ben
*.cas, *.dat

**utófeldolgozás** (9.)
FLUENT-ben

Ezt a folyamatot fogjuk most végigkövetni a „mérőperem" számítási gyakorlaton keresztül