



# FORGÓSZÁRNYAS 07 REPÜLŐGÉPEK

Gausz Tamás  
Budapest, 2014



## Figyelem:

A következő képeken  
közölt ismeretek az  
előadásokon  
elhangzottakkal együtt  
képeznek  
érthető és tanulható  
egységet!



Helikopter, rakétahajtásos rotokkal

Az állásszög és a csúszási szög

A repülési sebesség a **TEST** kr.-ben:

$$\underline{V}_0^B = \underline{A}_{B,a} \underline{V}_0^a$$

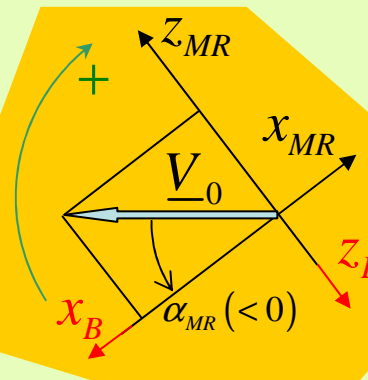
$$\underline{V}_0^B = \begin{bmatrix} c\alpha_{MR} c\beta & c\alpha_{MR} s\beta & -s\alpha_{MR} \\ -s\beta & c\beta & 0 \\ s\alpha_{MR} c\beta & s\alpha_{MR} s\beta & c\alpha_{MR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_0 c\alpha_{MR} c\beta \\ -V_0 s\beta \\ V_0 s\alpha_{MR} c\beta \end{bmatrix}$$

Az állásszög (jelenleg rögtön a rotor-állásszög):

$$\alpha_{MR} = \text{Arctg} \left( \frac{V_{0z}^B}{V_{0x}^B} \right) = \text{Arctg} \left( \frac{V_0 s\alpha_{MR} c\beta}{V_0 c\alpha_{MR} c\beta} \right)$$

$$\alpha_{MR} = \text{Arctg2} (V_{0z}^B, V_{0x}^B)$$

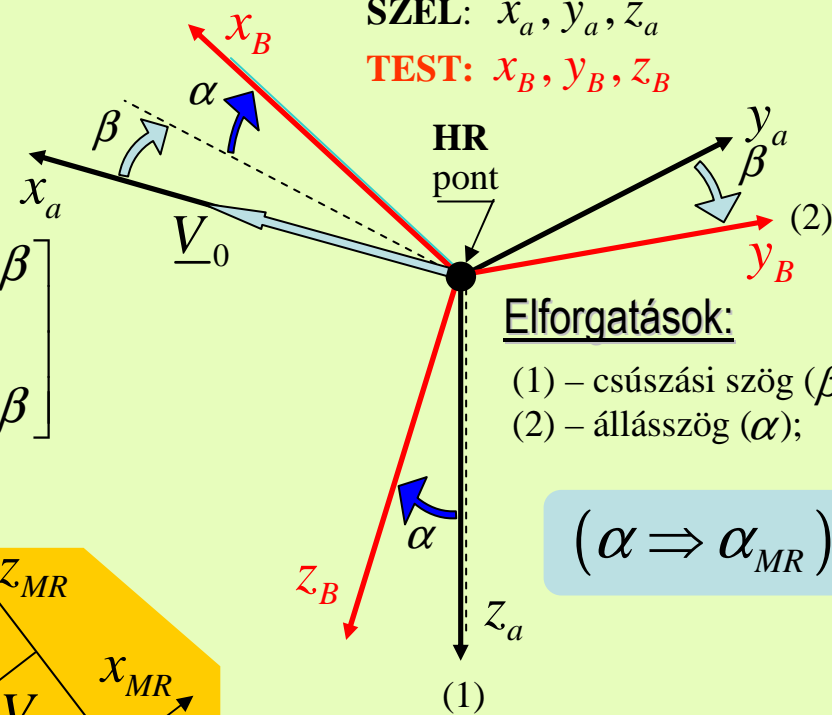
A pozitív forgásirány mindkét rendszerben az óramutató járásával megegyező irány:



Koordináta rendszerek:

SZÉL:  $x_a, y_a, z_a$

TEST:  $x_B, y_B, z_B$



Elforgatások:

- (1) – csúszási szög ( $\beta$ );
- (2) – állásszög ( $\alpha$ );

$$(\alpha \Rightarrow \alpha_{MR})$$

Csúszás nélkül:

$$\underline{V}_0^B = \begin{bmatrix} V_0 c\alpha_{MR} \\ 0 \\ V_0 s\alpha_{MR} \end{bmatrix}$$

A csúszási szög:

$$\beta = \begin{cases} \text{Arctg2} (-V_{0y}^B, V_{0x}^B / c\alpha_{MR}) \\ \text{Arctg2} (-V_{0y}^B, V_{0z}^B / s\alpha_{MR}) \end{cases}$$

← TEST { ELTOLT-FÖLD  
SZÉL (AÉRODINAMIKAI)

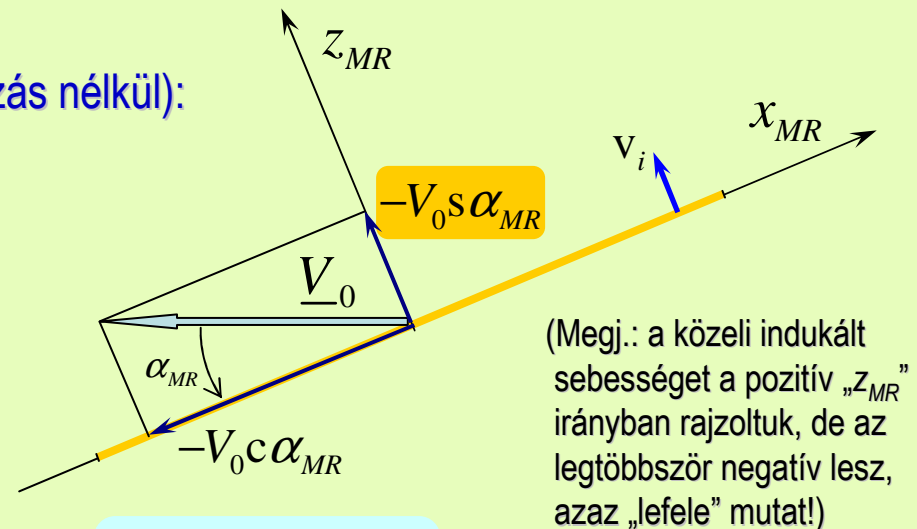
LAPÁT ← FORGÓ ← FŐROTOR ← TEST

## A repülési sebesség

A repülési sebesség a „ROTOR” rendszerben (csúszás nélkül):



$$\underline{V}_0^{MR} = \begin{bmatrix} -V_0 c \alpha_{MR} \\ 0 \\ -V_0 s \alpha_{MR} \end{bmatrix}$$



A repülési sebesség a „FORGÓ” rendszerben:

$$\underline{V}_0^F = \underline{A}_{F,MR} \underline{V}_0^{MR} = \begin{bmatrix} c \psi_{MR} & s \psi_{MR} & 0 \\ -s \psi_{MR} & c \psi_{MR} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -V_0 c \alpha_{MR} \\ 0 \\ -V_0 s \alpha_{MR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -V_0 c \alpha_{MR} c \psi_{MR} \\ V_0 c \alpha_{MR} s \psi_{MR} \\ -V_0 s \alpha_{MR} \end{bmatrix}$$

*hacsak  $\delta_L$  elegendően kicsi:*

$$\underline{A}_{L,F} = \begin{bmatrix} c \beta_L & 0 & -s \beta_L \\ 0 & 1 & 0 \\ s \beta_L & 0 & c \beta_L \end{bmatrix}$$

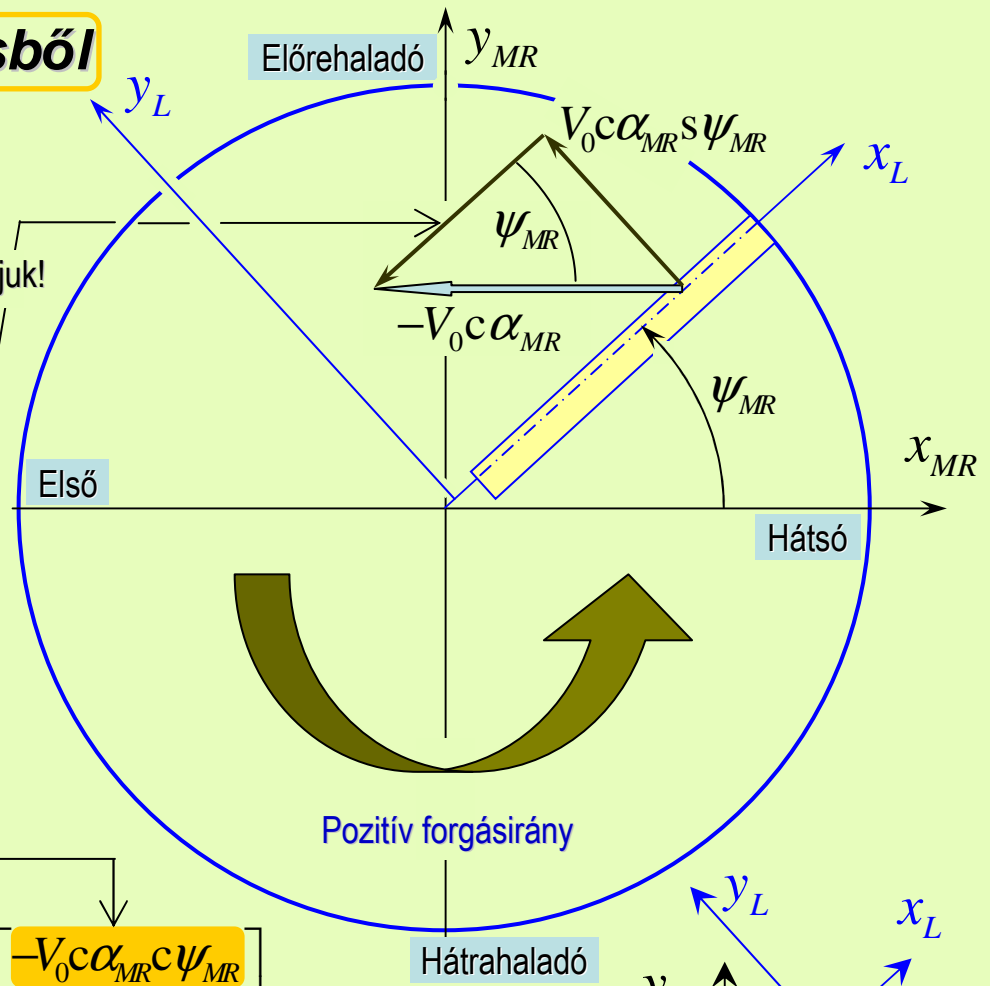
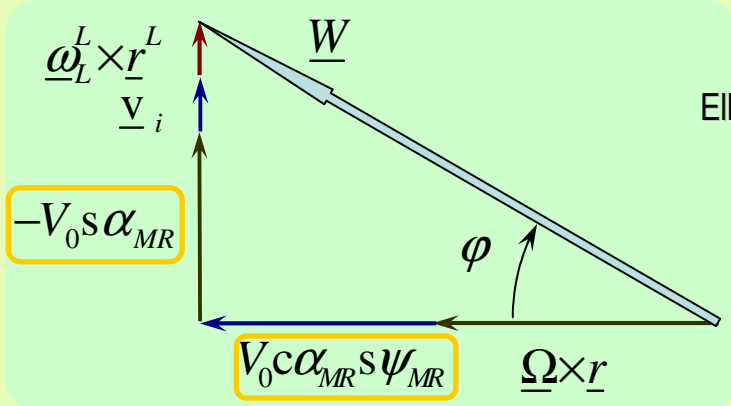
A repülési sebesség a „LAPÁT” rendszerben (többféle elhanyagolással):

$$\underline{V}_0^L = \underline{A}_{L,F} \underline{V}_0^F = \begin{bmatrix} -V_0 c \alpha_{MR} c \psi_{MR} c \beta_L + V_0 s \alpha_{MR} s \beta_L \\ V_0 c \alpha_{MR} s \psi_{MR} \\ -V_0 c \alpha_{MR} c \psi_{MR} s \beta_L - V_0 s \alpha_{MR} c \beta_L \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} -V_0 c \alpha_{MR} c \psi_{MR} \\ V_0 c \alpha_{MR} s \psi_{MR} \\ -V_0 s \alpha_{MR} \end{bmatrix}$$

~ kb. a rotorlapátra merőleges sebesség-összetevő

~ rotor-forgástengely irányú sebesség-összetevő

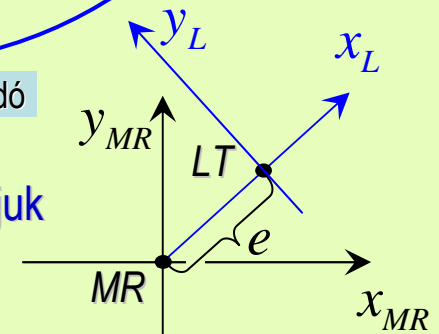
A rotorlapát sebességei - repülésből



- Csapkodó mozgásból adódó sebesség;
- Indukált sebesség;
- Repülési sebesség „merőleges” összetevője;
- Repülési sebesség lapátra merőleges összetevője;
- Forgásból származó sebesség.

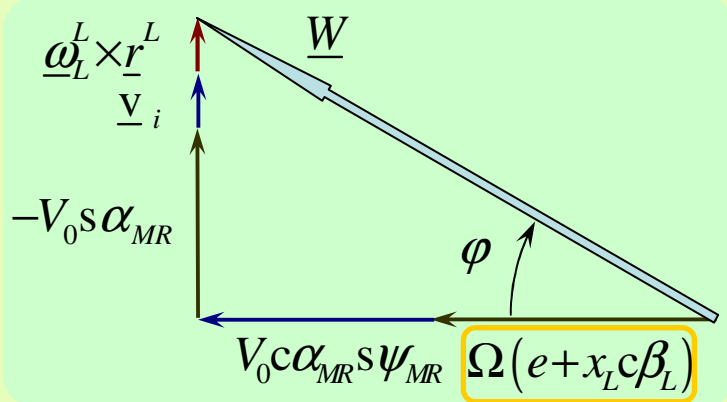
$$\underline{V}_{-0}^L = \underline{A}_{=L,F} \underline{V}_{-0}^F = \begin{bmatrix} -V_0 c \alpha_{MR} c \psi_{MR} c \beta_L + V_0 s \alpha_{MR} s \beta_L \\ V_0 c \alpha_{MR} s \psi_{MR} \\ -V_0 c \alpha_{MR} c \psi_{MR} s \beta_L - V_0 s \alpha_{MR} c \beta_L \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} -V_0 c \alpha_{MR} c \psi_{MR} \\ V_0 c \alpha_{MR} s \psi_{MR} \\ -V_0 s \alpha_{MR} \end{bmatrix} \quad \text{Ezeket használjuk}$$

Elhanyagolunk:  $|\beta_L|$  kicsi  $\Rightarrow s\beta_L \approx 0$  és  $c\beta_L \approx 1$



„e” – a csapkodó csukló széthelyezése

**A rotorlapát sebességei - forgásból**

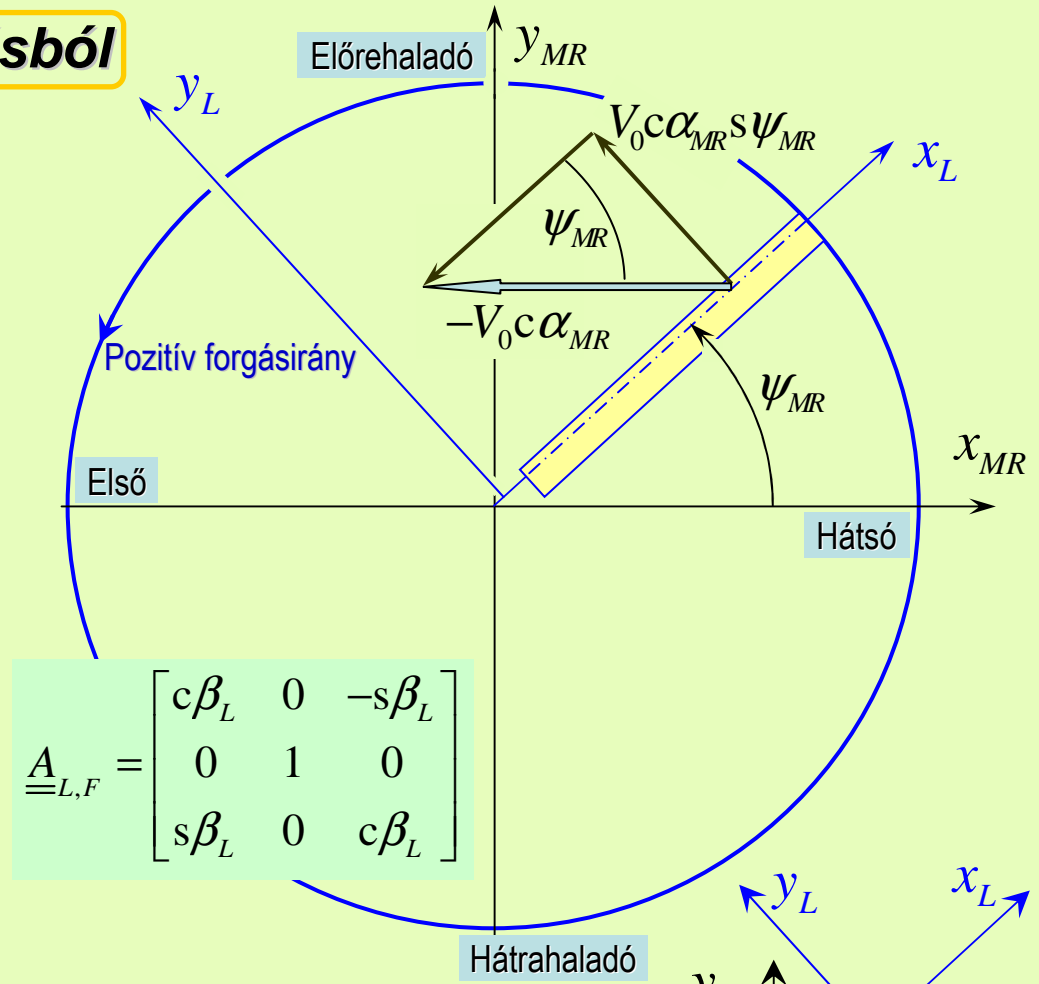


- Csapkodó mozgásból adódó sebesség;
- Indukált sebesség;
- Repülési sebesség „merőleges” összetevője;
- Repülési sebesség lapátra merőleges összetevője;
- Forgásból származó sebesség.

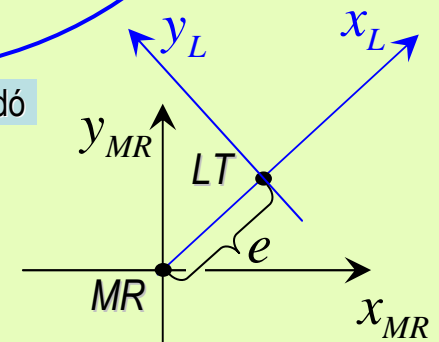
$$\underline{r}^F = \begin{bmatrix} e \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \underline{A}_{L,F}^T \begin{bmatrix} x_L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e + x_L c \beta_L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

→ **Forgásból származó sebesség:**  $\underline{\Omega}^F \times \underline{r}^F = \begin{bmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & 0 & \Omega \\ e + x_L c \beta_L & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \Omega(e + x_L c \beta_L) \\ 0 \end{bmatrix}$

$$\left( \underline{\Omega}^F \times \underline{r}^F \right)^L = \underline{A}_{L,F} \left( \underline{\Omega}^F \times \underline{r}^F \right) = \underline{\Omega}^F \times \underline{r}^F$$

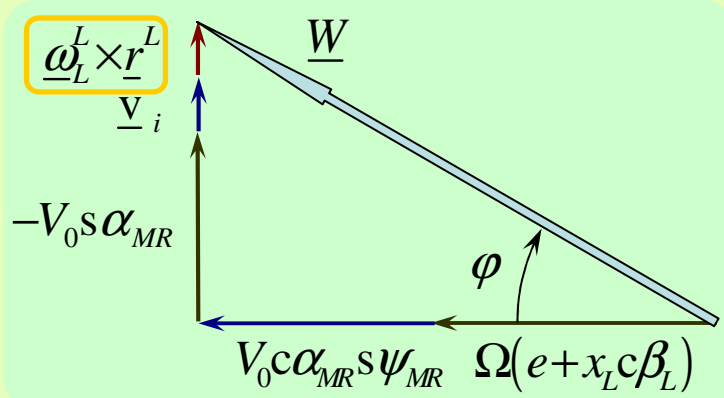


$$\underline{A}_{L,F} = \begin{bmatrix} c \beta_L & 0 & -s \beta_L \\ 0 & 1 & 0 \\ s \beta_L & 0 & c \beta_L \end{bmatrix}$$



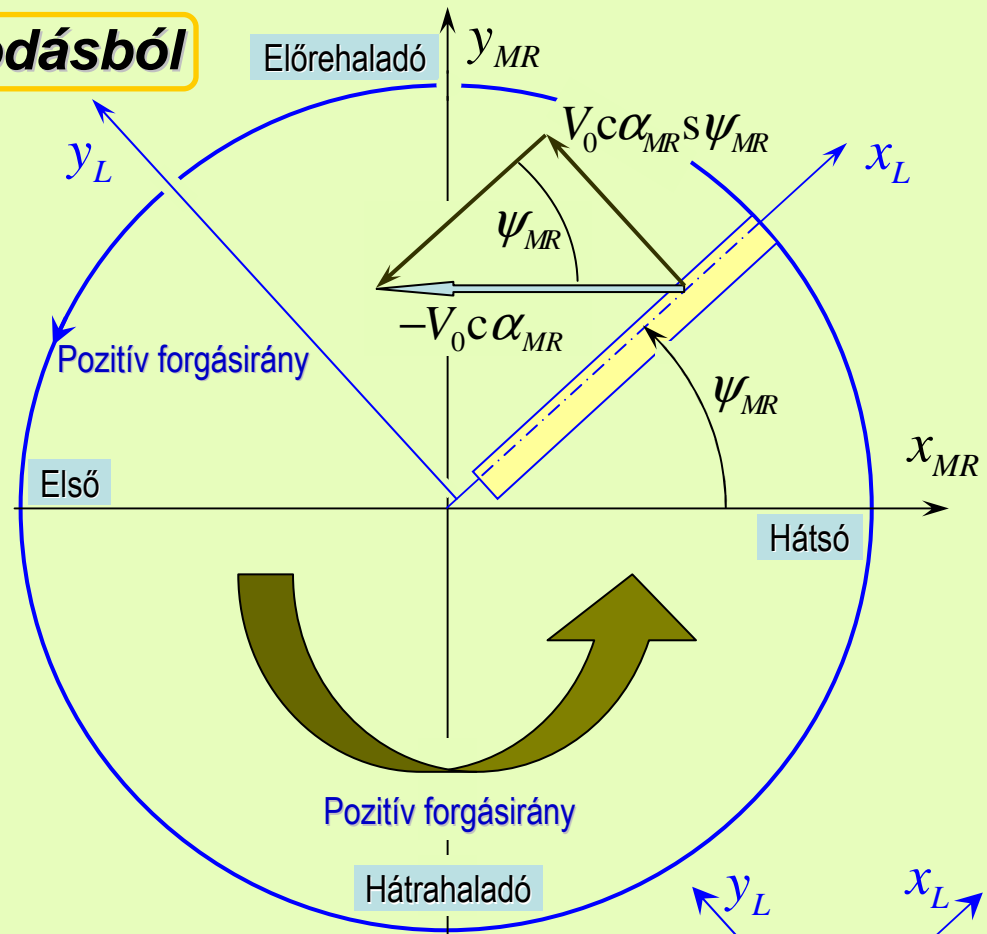
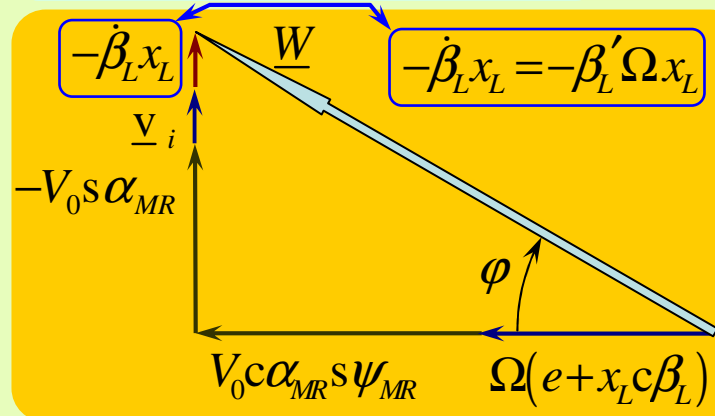
„e” – a csapkodó csukló széthelyezése

A rotorlapát sebességei - **csapkodásból**



→ Csapkodó mozgásból adódó sebesség:

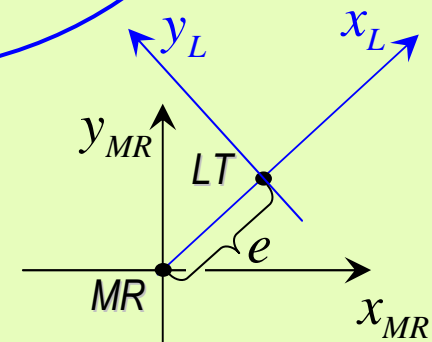
$$\underline{\omega}_L^L \times \underline{r}^L = \begin{bmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & \dot{\beta}_L & 0 \\ x_L & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\beta}_L x_L \end{bmatrix}$$



Az idő szerinti deriválás átírása:

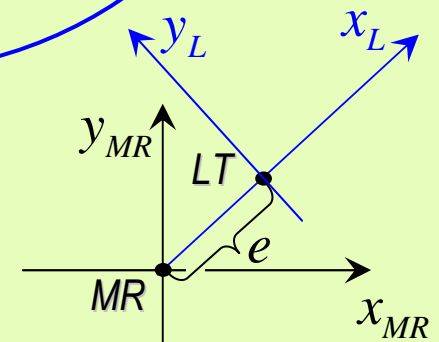
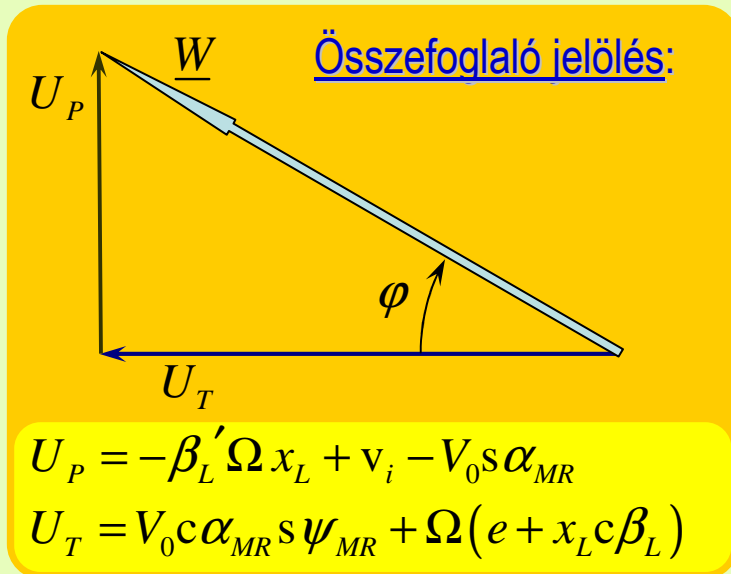
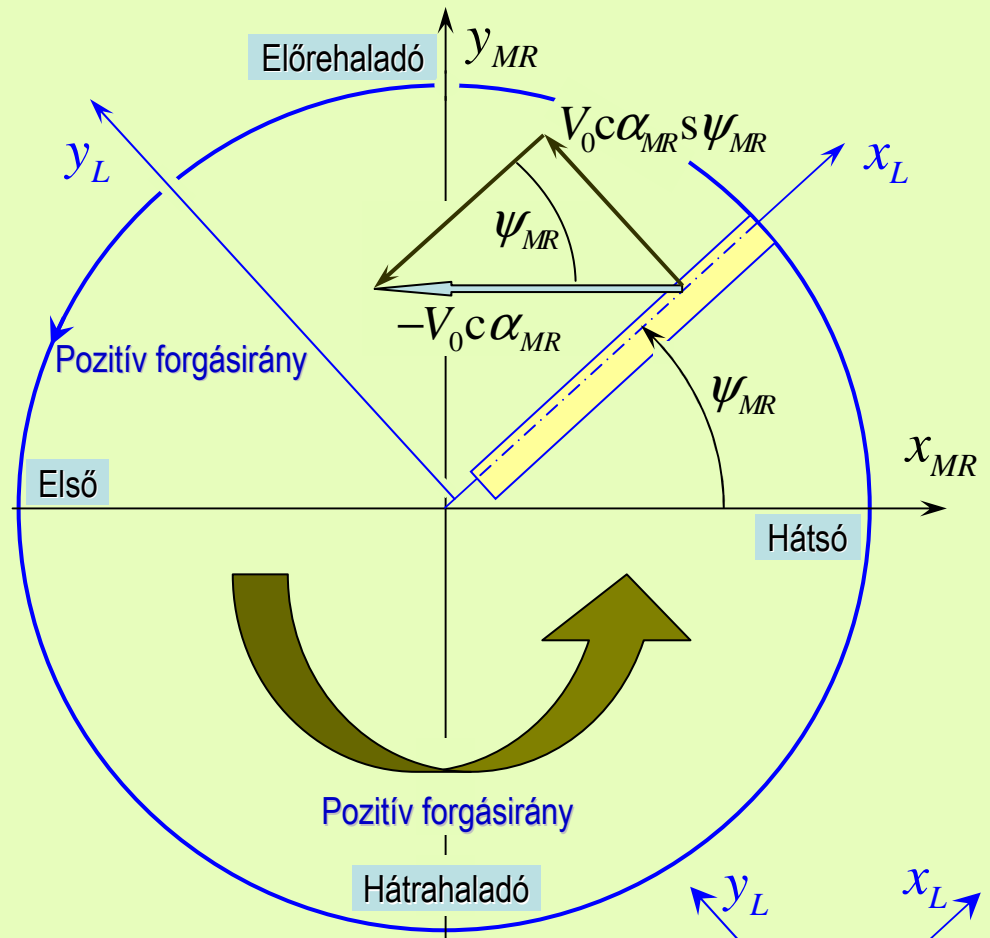
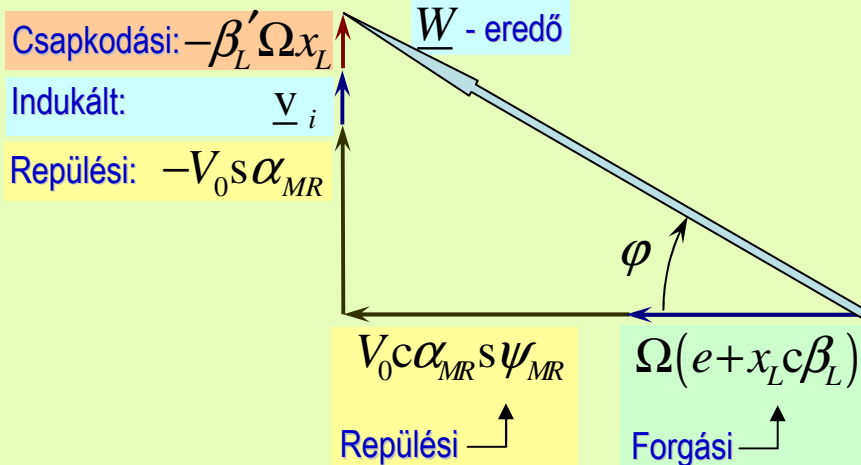
$$\frac{d\dot{\beta}_L}{dt} = \frac{d\dot{\beta}_L}{d\psi_{MR}} \frac{d\psi_{MR}}{dt} = \frac{d\dot{\beta}_L}{d\psi_{MR}} \Omega = \Omega \beta'_L$$

és:  $\ddot{\beta}_L = \Omega^2 \beta''_L$



„e” – a csapkodó csukló széthelyezése

A rotorlapát sebességei



„e” – a csapkodó csukló széthelyezése





### A rotorlapát-metszet sebességei – sebességi „háromszög”

$$W = \sqrt{U_P^2 + U_T^2} \quad \rightarrow \text{az eredő sebesség}$$

$$(U_P = -\beta'_L \Omega x_L + v_i - V_0 s \alpha_{MR})$$

$$\varphi = \text{Arctan2}\{U_P, U_T\} \quad \rightarrow \text{a sebességi háromszög-szög}$$

$$(U_T = V_0 c \alpha_{MR} s \psi_{MR} + \Omega(e + x_L c \beta_L))$$

$$\alpha_{PR} = \vartheta - \varphi \Rightarrow c_L = c_L(\alpha_{PR}, \text{Re}, \text{Ma} \dots) \Rightarrow c_D = c_D(\alpha_{PR}, \text{Re}, \text{Ma} \dots) \Rightarrow c_M = c_M(\alpha_{PR}, \text{Re}, \text{Ma} \dots)$$

$$dL = \left(\frac{\rho}{2} W^2\right) c_L h dx_L \quad \rightarrow \text{a felhajtóerő}$$

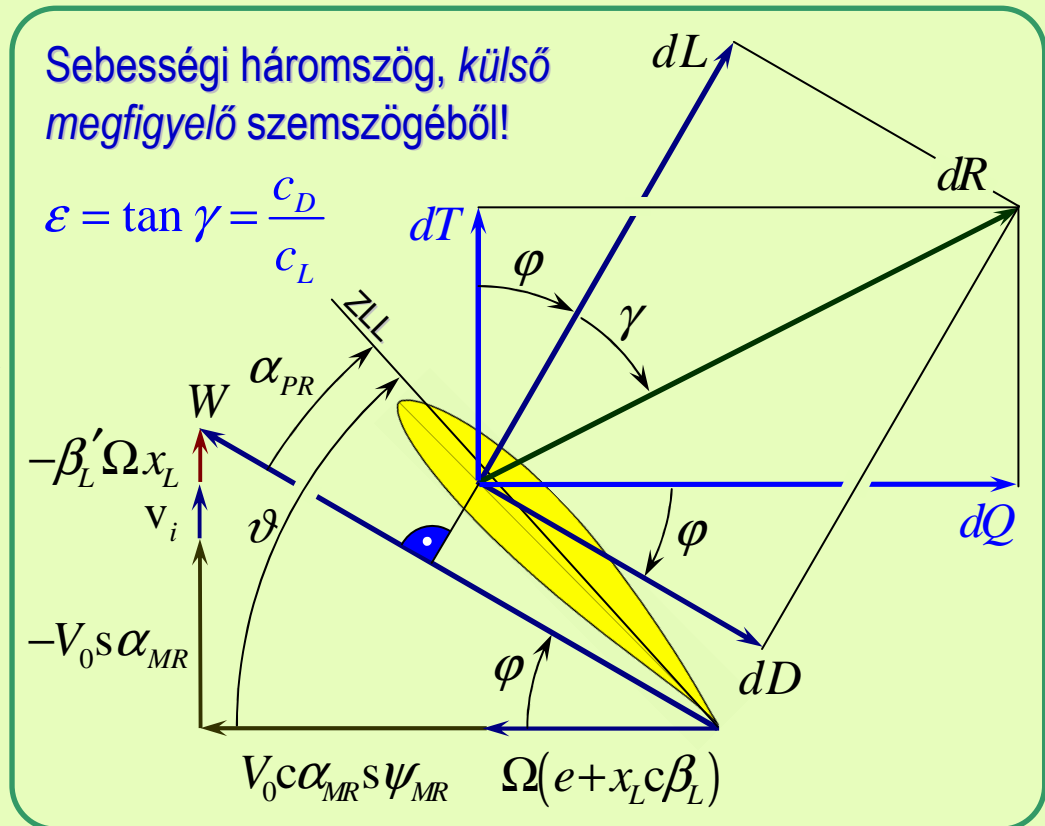
$$dD = \left(\frac{\rho}{2} W^2\right) c_D h dx_L \quad \rightarrow \text{a légellenállás}$$

$$dM = \left(\frac{\rho}{2} W^2\right) c_M h^2 dx_L \quad \rightarrow \text{a csavaró nyomaték}$$

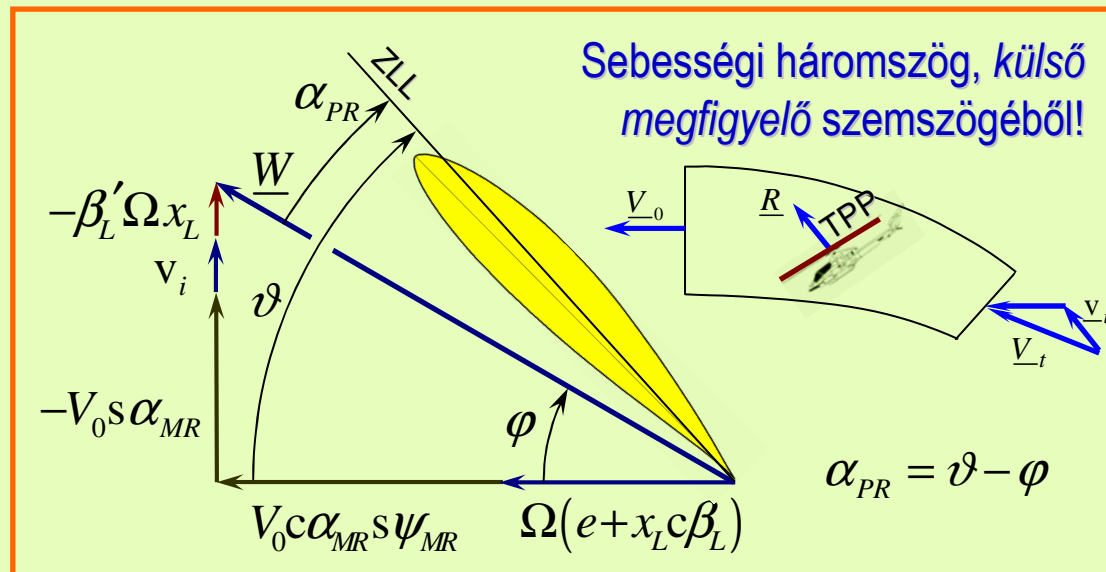
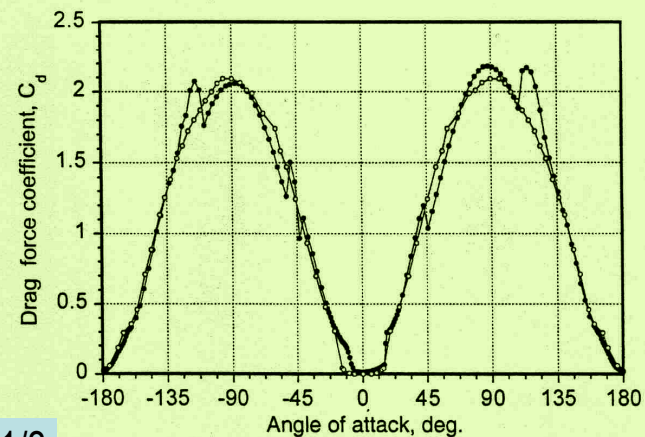
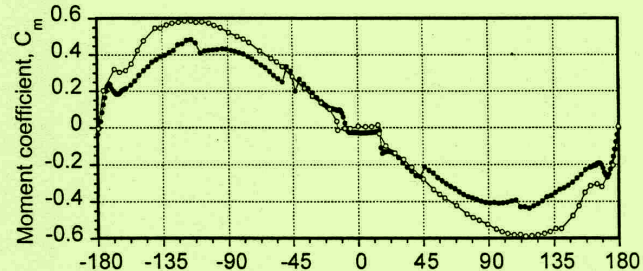
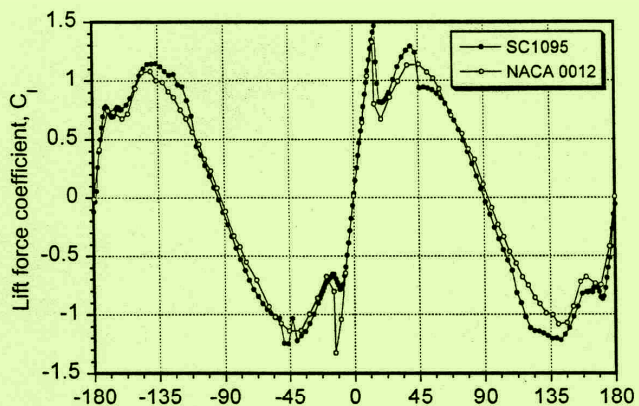
$$dT = dL \cos \varphi - dD \sin \varphi \quad \rightarrow \text{az emelőerő}$$

$$dQ = dL \sin \varphi + dD \cos \varphi \quad \rightarrow \text{a forgást akadályozó erő}$$

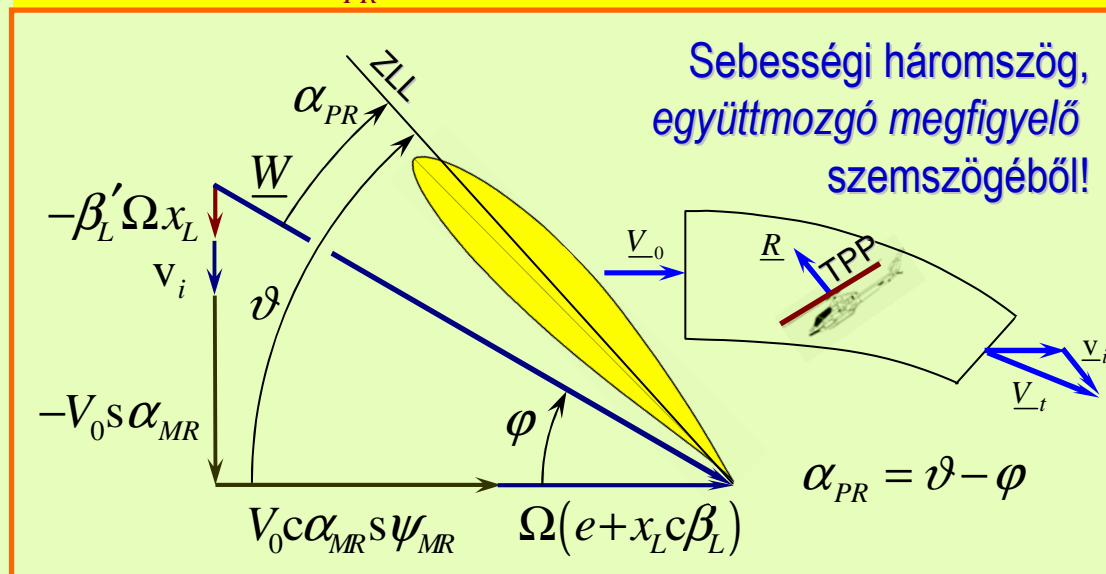
$$dM_{FORG} = (e + x_L c \beta_L) dQ \quad \rightarrow \text{a forgást akadályozó nyomaték}$$



## A légerő-tényezők és a sebességi „háromszög” értelmezése



$-180^0 \leq \alpha_{PR} \leq 180^0$  és az instacioneritás...



Az eredő légerő és az átszámítása a „ROTOR” rendszerbe

$$d\underline{R}^L = \begin{bmatrix} 0 \\ -dQ \\ dT \end{bmatrix} \quad d\underline{R}^F = \underline{\underline{A}}_{L,F}^T d\underline{R}^L = \begin{bmatrix} c\beta_L & 0 & s\beta_L \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\beta_L & 0 & c\beta_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -dQ \\ dT \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dTs\beta_L \\ -dQ \\ dTc\beta_L \end{bmatrix}$$

$$d\underline{R}^{MR} = \underline{\underline{A}}_{F,MR}^T d\underline{R}^F = \begin{bmatrix} c\psi_{MR} & s\psi_{MR} & 0 \\ -s\psi_{MR} & c\psi_{MR} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dTs\beta_L \\ -dQ \\ dTc\beta_L \end{bmatrix}$$

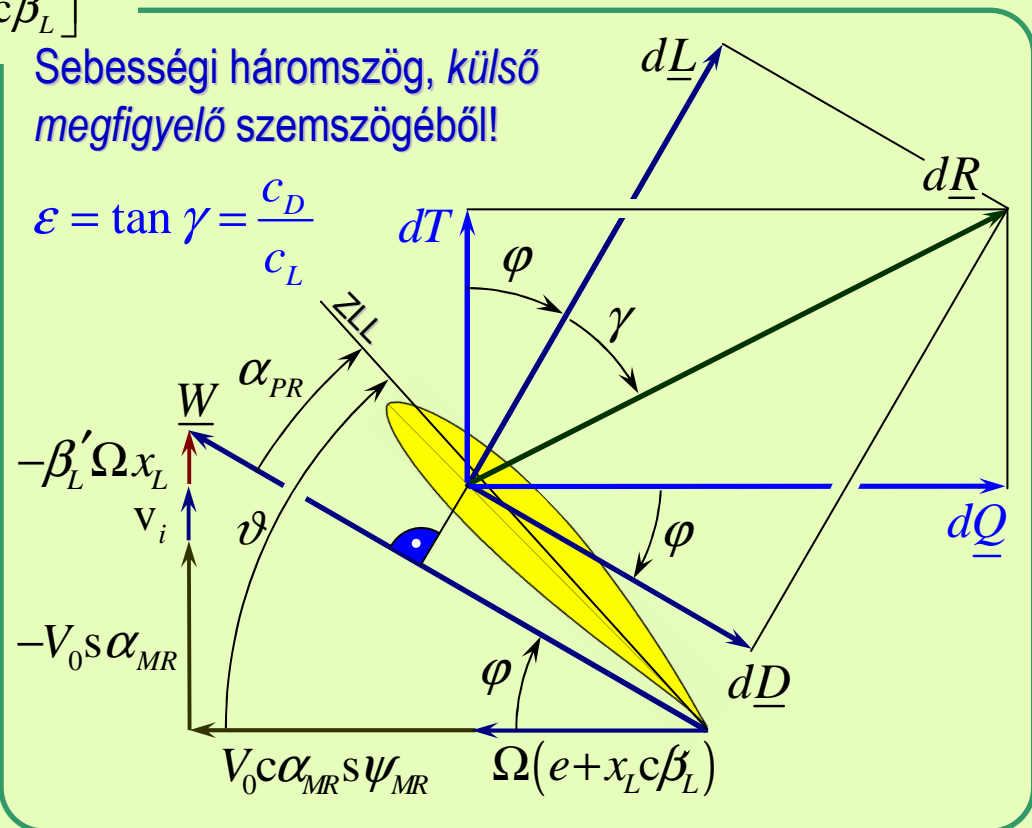
$$d\underline{R}^{MR} = \begin{bmatrix} dTs\beta_L c\psi_{MR} - dQs\psi_{MR} \\ -dTs\beta_L s\psi_{MR} - dQc\psi_{MR} \\ dTc\beta_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dH_{MR} \\ dS_{MR} \\ dT_{MR} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{A}}_{L,F} = \begin{bmatrix} c\beta_L & 0 & -s\beta_L \\ 0 & 1 & 0 \\ s\beta_L & 0 & c\beta_L \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{A}}_{F,MR} = \begin{bmatrix} c\psi_{MR} & s\psi_{MR} & 0 \\ -s\psi_{MR} & c\psi_{MR} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sebességi háromszög, külső megfigyelő szemszögéből!

$$\varepsilon = \tan \gamma = \frac{c_D}{c_L}$$



Az eredő légerő a „ROTOR” rendszerben

$$T_{MR,1}(\psi_{MR}) = \int_0^L dT_{MR}(x_L, \psi_{MR})$$

$$\tilde{T}_{MR} = (T_{MR}) = \frac{N_B}{2\pi} \int_0^L T_{MR,1}(\psi_{MR}) d\psi_{MR}$$

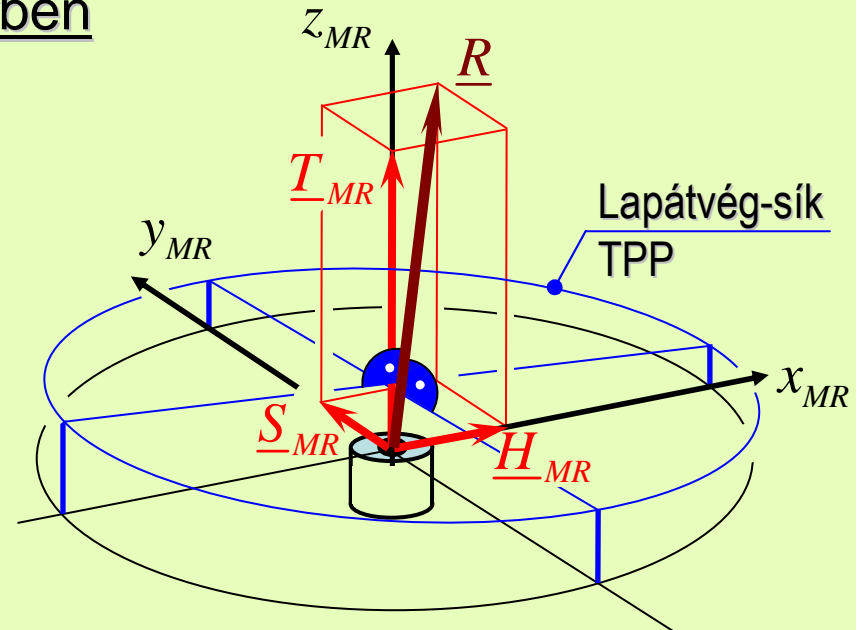
$$H_{MR,1}(\psi_{MR}) = \int_0^L dH_{MR}(x_L, \psi_{MR})$$

$$\tilde{H}_{MR} = (H_{MR}) = \frac{N_B}{2\pi} \int_0^L H_{MR,1}(\psi_{MR}) d\psi_{MR}$$

$$S_{MR,1}(\psi_{MR}) = \int_0^L dS_{MR}(x_L, \psi_{MR})$$

$$\tilde{S}_{MR} = (S_{MR}) = \frac{N_B}{2\pi} \int_0^L S_{MR,1}(\psi_{MR}) d\psi_{MR}$$

$N_B$  - a lapátszám



Az  $\underline{R}$  kb. merőleges a lapátvég-síkra!

Az átlagos és az ingadozás kérdése:

- az átlagos erők mozgatják a helikoptert;
- az ekörüli periodikus erő-rész pedig ráz.

A légerőkből származó, csapkodó nyomaték

Definíció:  $\underline{M} = \underline{r} \times \underline{F}$

$$\underline{r}^L = \begin{bmatrix} x_L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad d\underline{R}^L = \begin{bmatrix} 0 \\ -dQ \\ dT \end{bmatrix}$$

$d\underline{M}_{AE}^L = \underline{r}^L \times d\underline{R}^L$

$$d\underline{M}_{AE}^L = \begin{bmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ x_L & 0 & 0 \\ 0 & -dQ & dT \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -x_L dT \\ -x_L dQ \end{bmatrix}$$

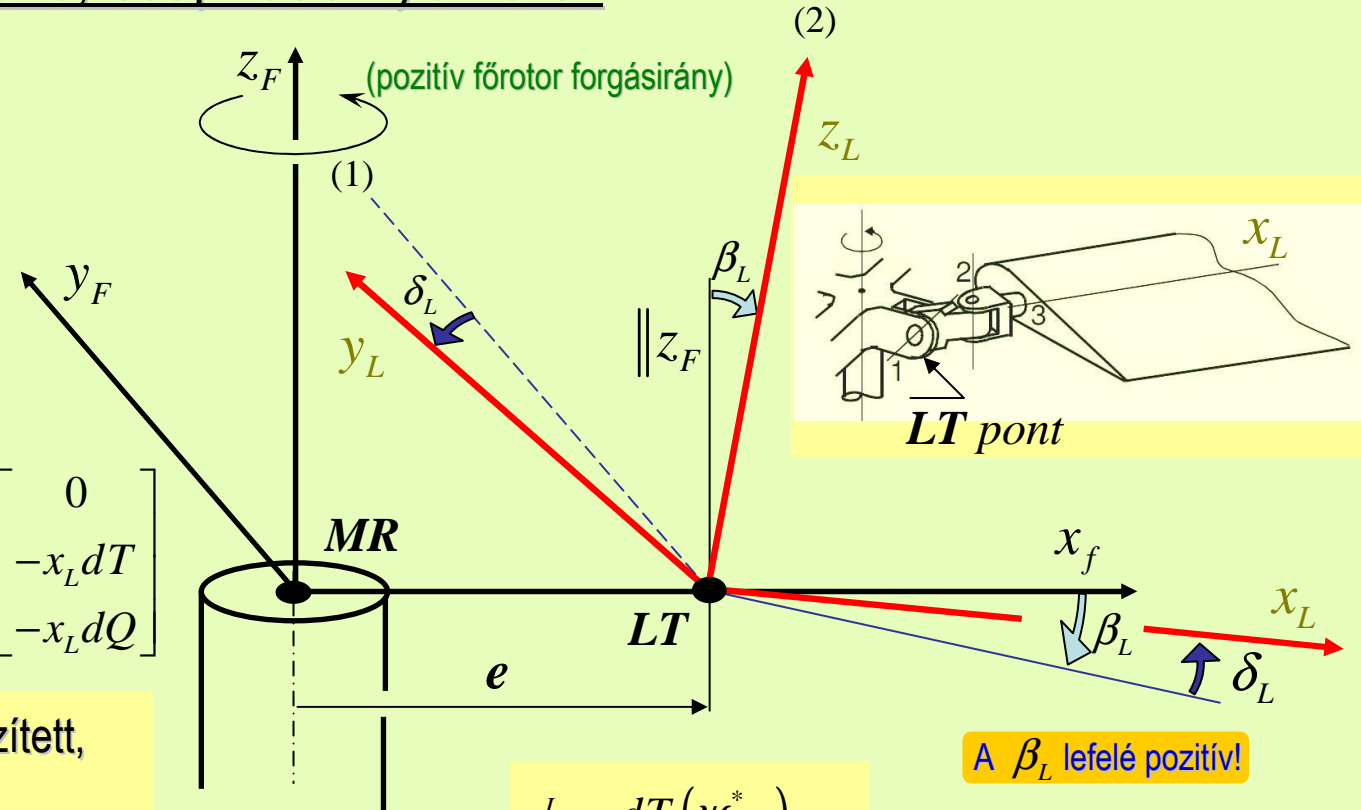
Legyen  $\psi_{MR} := \psi_{MR}^*$  rögzített,

A csapkodás aërodinamikai nyomatéka:  $\underline{M}_{AE}^L \Big|_{y_L} (\psi_{MR}^*) = - \int_0^L x_L \frac{dT(\psi_{MR}^*)}{dx_L} dx_L$

A matatás aërodinamikai nyomatéka:  $\underline{M}_{AE}^L \Big|_{z_L} (\psi_{MR}^*) = - \int_0^L x_L \frac{dQ(\psi_{MR}^*)}{dx_L} dx_L$

$dT = dL \cos \varphi - dD \sin \varphi$

$dQ = dL \sin \varphi + dD \cos \varphi$





**Köszönöm a figyelmet!**