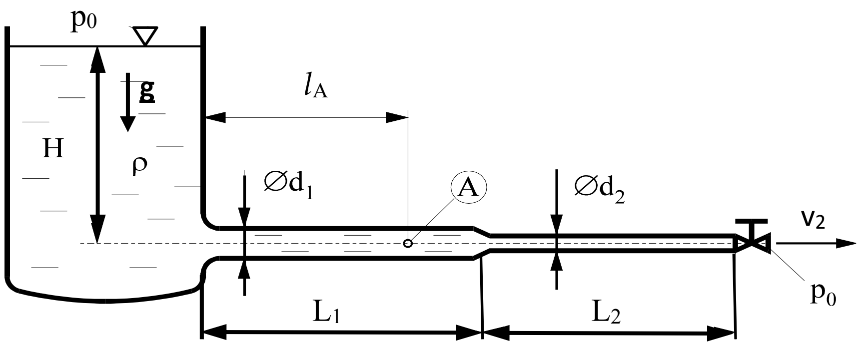
7.GYAKORLAT (7. oktatási hét) ÁRAMLÁSTAN BSc

Témakörök a 7. heti 7. gyakorlatra:

- Bernoulli-egyenlet alkalmazásai: stacioner és instacioner áramlás
- Euler-egyenlet természetes koordinátarendszerben
- Izotermikus atmoszféra

PÉLDA (Bernoulli-egyenlet alkalmazása stacioner áramlásra)

Egy felül nyitott, azaz p_0=1bar légköri nyomásra nyitott, H=20m szintig vízzel töltött tartályhoz alul kettő, különböző átmérőjű, azonos hosszúságú, vízszintes tengelyű csőszakasz csatlakozik. A csővégen lévő gömbcsap teljesen nyitott a p_0 nyomású szabadra.



két

FELTÉTELEK: <u>stacioner áramlási állapot</u>; ideális közeg; $A_{tartály}$>>$A_{cső}$; az átmeneti idomok és a gömbcsap hosszúsága elhanyagolható; A gömbcsap be- és kiáramlási keresztmetszete azonos a csatlakozó csőével. (Az ábra nem méretarányos.)

ADATOK: $p_0=10^5$Pa; ρ=1000kg/m^3; d_1=100mm; d_2=50mm; g=10N/kg; L_1=10m; L_2=10m; l_A=7,5m

KÉRDÉSEK:

A) Számítsa ki az „A” pontbeli áramlási sebességet, a statikus nyomást és a dinamikus nyomást!

MEGOLDÁS

A tartály folyadékfelszín egy pontja („1”) és a kiáramlási keresztmetszetben felvett („2”) pont közötti áramvonalon felírva a Bernoulli-egyenlet megadott feltételeknek megfelelő alakját:

$$p_1+\frac{\rho}{2}v_1^2+\rho g z_1=p_2+\frac{\rho}{2}v_2^2+\rho g z_2$$

Mivel p_1-p_2=0 és z_1-z_2=H, illetve $A_{tartály}$>>$A_{cső}$ miatt v_1=0, így a kiáramlási sebességre rendezve kapjuk:

$$v_2=\sqrt{2gH}=\sqrt{2\cdot 10\cdot 20}=\sqrt{400}=20m/s$$

A folytonosság tételét a csővég és az „A” pont között felírva kapjuk az „A” pontbeli áramlási sebességet:

$$v_A=v_2\frac{A_2}{A_A}=v_2\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2=v_2\left(\frac{50}{100}\right)^2=20\cdot\frac{1}{4}=5m/s$$

Az „A” pontbeli statikus nyomás pl. az „A” pont és a „2” pont között felírt Bernoulli-egyenletből kapható:

$$p_A+\frac{\rho}{2}v_A^2+\rho g z_A=p_2+\frac{\rho}{2}v_2^2+\rho g z_2$$

Fentit z_A=z_2 felhasználásával az „A” pontbeli keresett p_A statikus nyomásra rendezve kapjuk:

$$p_A=p_0+\frac{\rho}{2}v_2^2-\frac{\rho}{2}v_A^2=100000+\frac{1000}{2}20^2-\frac{1000}{2}5^2=287500Pa$$

De akár a tartály vízfelszín és az „A” pont között felírt Bernoulli-egyenletből is megkapható:

$$p_1+\frac{\rho}{2}v_1^2+\rho g z_1=p_A+\frac{\rho}{2}v_A^2+\rho g z_A$$

Fentit z_A-z_2=H és v_1=0 felhasználásával az „A” pontbeli keresett p_A statikus nyomásra ugyanazt kapjuk:

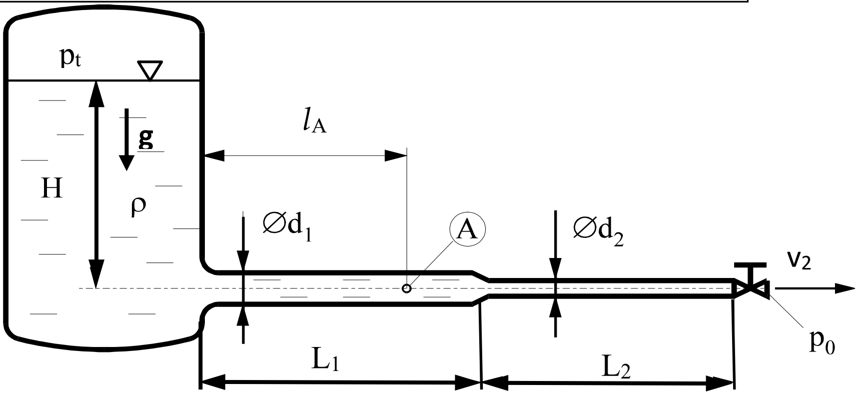
$$p_A=p_0+\rho g H-\frac{\rho}{2}v_A^2=100000+1000\cdot 10\cdot 20-\frac{1000}{2}5^2=287500Pa$$

Az „A” pontban a dinamikus nyomás pedig a definíció alapján:

$$p_{A,din}=\frac{\rho}{2}v_A^2=\frac{1000}{2}5^2=12500Pa$$

<u>Megjegyzés</u>: Látható, hogy nem játszik szerepet az „A” pontbeli statikus és dinamikus nyomás értékében, hogy az „A” pont a vízszintes L_1 csőszakaszon belül hol helyezkedik el. Mi ennek az oka? (μ=0!)

PÉLDA (Bernoulli-egyenlet alkalmazása stacioner áramlásra)



Egy felül zárt, a folyadékfelszín feletti légtérben p_t=5bar nyomású, H=5m szintig vízzel töltött tartályhoz alul két különböző átmérőjű és hosszúságú, vízszintes tengelyű csőszakasz csatlakozik. A csővégen lévő gömbcsap teljesen nyitott a p_0 nyomású szabadra.

FELTÉTELEK: stacioner áramlási állapot, μ=0, ρ=áll., $A_{tartály}$>>$A_{cső}$, azaz a tartályban a folyadékfelszín lesüllyedése elhanyagolható. Az átmeneti idomok és a gömbcsap hosszúsága elhanyagolható. A nyitott gömbcsap be- és kiáramlási keresztmetszete azonos a csatlakozó csőével.

ADATOK: $p_0=10^5$Pa; ρ=1000kg/m^3; d_1=200mm; d_2=100mm; g=10N/kg; L_1=20m; L_2=20m; l_A=15m

KÉRDÉSEK: **A)** Számítsa ki az „A" pontbeli áramlási sebességet!

B) Számítsa ki az „A" pontbeli statikus nyomás és dinamikus nyomás értékét!

+ KÉRDÉS: Az „A" pont statikus nyomása megnő vagy lecsökken, ha a második (L_2) csővezetékszakaszt függőlegesen lefelé fordítva szereljük fel? (minden egyéb adat azonos) Válaszát számítással indokolja!

MEGOLDÁS (A lap túloldalán is folytathatja a megoldást)

A)A tartály folyadékfelszín egy pontja („1") és a kiáramlási keresztmetszetben felvett („2") pont közötti áramvonalon felírva a Bernoulli-egyenlet megadott feltételeknek megfelelő alakját:

$$p_1+\frac{\rho}{2}v_1^2+\rho g z_1=p_2+\frac{\rho}{2}v_2^2+\rho g z_2$$

Kapjuk a kiáramlási sebességre

$$v_2=\sqrt{\frac{2(p_t-p_0)}{\rho}+2gH}=\sqrt{\frac{2(500000-100000)}{1000}+2\cdot 10\cdot 5}=\sqrt{800+100}=30m/s$$

A folytonosság tételét a kilépési „2" és az „A" pont között felírva kapjuk az „A" pontbeli áramlási sebességet:

$$v_A=v_2\frac{A_2}{A_A}=v_2\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2=30\cdot\frac{1}{4}=7{,}5m/s$$

B) Az „A" pontbeli statikus nyomás pl. az „A" pont és a „2" pont közötti áramvonalra felírt Bernoulli-egyenletből kapható:

$$p_A+\frac{\rho}{2}v_A^2+\rho g z_A=p_2+\frac{\rho}{2}v_2^2+\rho g z_2$$

Fentit $z_A=z_2$ felhasználásával az „A" pontbeli keresett p_A statikus nyomásra rendezve kapjuk:

$$p_A=p_0+\frac{\rho}{2}v_2^2-\frac{\rho}{2}v_A^2=100000+\frac{1000}{2}30^2-\frac{1000}{2}7{,}5^2=521875Pa$$

Az „A" pontbeli statikus nyomást pl. a tartály folyadékfelszín és az „A" pont közötti áramvonalra felírt Bernoulli-egyenletből is megkaphatjuk:

$$p_t+\frac{\rho}{2}v_t^2+\rho g z_t=p_A+\frac{\rho}{2}v_A^2+\rho g z_A$$

Fentit $H=z_t-z_A$ és $v_t\approx 0$ felhasználásával az „A" pontbeli keresett p_A statikus nyomásra rendezve kapjuk:

$$p_A=p_t+\rho g H-\frac{\rho}{2}v_A^2=500000+1000\cdot 10\cdot 5-\frac{1000}{2}7{,}5^2=521875Pa$$

Az „A" pontban a dinamikus nyomás pedig:

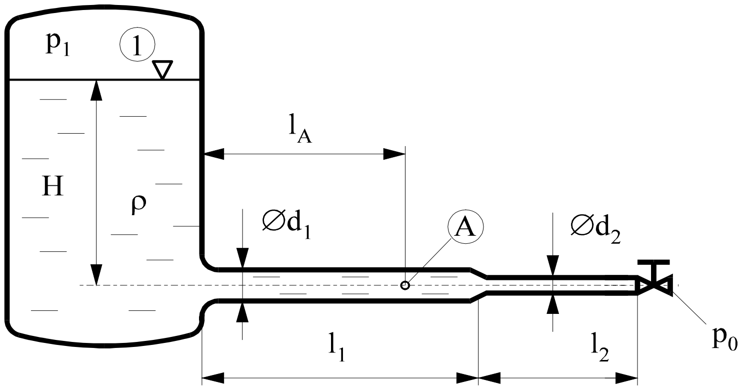
$$p_{A,din}=\frac{\rho}{2}v_A^2=\frac{1000}{2}7{,}5^2=28125Pa$$

Megjegyzés: Látható, hogy nem játszik szerepet az „A" pontbeli statikus és dinamikus nyomás értékében, hogy az „A" pont a vízszintes L_1 csőszakaszon belül hol helyezkedik el. Mi ennek az oka? (μ=0!)

Megjegyzés: Mekkora tartálynyomás esetén lenne az „A" pontbeli (vagy a csővégi) áramlási sebesség zérus?

PÉLDA (Bernoulli-egyenlet alkalmazása instacioner áramlásra)

Egy vízzel töltött (H=15m), zárt fedelű, p_1=2,5bar nyomású tartályhoz csatlakozó vízszintes tengelyű csővezeték végén egy alapállapotban teljesen zárt szelep található.



FELTÉTELEK: μ=0; ρ=áll.; $A_{tartály}$>>$A_{cső}$; *a* tartályt a csővel és a csőszakaszokat egymással összekötő csőidomok, és a csővégi szelep hossza elhanyagolható. A szelep be- és kilépő keresztmetszetei a d_2 átmérőjű csőével azonosak.

ADATOK: $p_0 = 10^5\,Pa$ $\quad \rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$

g=*10*N/kg $\quad$ H=15m

$d_1 = 50mm \quad d_2 = 25mm \quad \ell_1 = 10m \quad \ell_2 = 5m \quad \ell_A = 7m$

KÉRDÉSEK: **A)**Mekkora a víz kezdeti gyorsulása az „A" pontban a nyitás t_0=0s időpillanatában? a_A=?

B)Mekkora a víz gyorsulása az „A" pontban abban az időpillanatban, amikor a kiáramlási sebesség a stacioner kiáramlási sebességnek épp a háromnegyede?

MEGOLDÁS

A) Instacioner eset: Bernoulli-egyenlet az „1" (tartály vízfelszín) és a „2" pont (csővég) közötti áramvonalon:

$$p_1 + \frac{\rho}{2}\cdot v_1^2 + \rho\cdot g\cdot z_1 = p_2 + \frac{\rho}{2}\cdot v_2^2 + \rho\cdot g\cdot z_2 + \rho\cdot\int_1^2 \frac{\partial v}{\partial t} d\underline{s}$$

A z=0m referencia szintet bárhova felvehetjük, de célszerű a csőtengely magasságában.

	„1"=tartály vízfelszín	„2"=csővég
p [Pa]	250 000Pa	p_0=100 000Pa
v [m/s]	v_1=0 (tartály)	v_2=0 (nyitás pillanata!)
z [m]	15m	0m

A $\rho\cdot\int_1^2 \frac{\partial v}{\partial t} d\underline{s}$ tag értékének („instacioner tag"), azaz az „1" és „2" pontok közötti folyadék gyorsításához szükséges többletnyomás kiszámításakor:

- a feltételek szerint $A_{tartály}$>>$A_{cső}$, így a tartályban a gyorsulás elhanyagolhatóan kicsi (lásd folytonosság tétele).
- Az átmeneti idomok és a szelep hossza is elhanyagolható, azokban ezért zérus az integrál értéke.
- A csövek szakaszonként állandó keresztmetszetűek, melyekben a folytonosság tételéhez hasonlóan felírható a gyorsulásokra is az $a_1A_1=a_2A_2$ összefüggés, így azokban egyszerű alakú az integrál megoldása.

Fentiekkel az „1" és „2" pontok közötti teljes áramvonalon a folyadék gyorsításához szükséges többletnyomás a két csőszakaszra vonatkozó integrálokra korlátozódik

$$\rho\cdot\int_1^2 \frac{\partial v}{\partial t} d\underline{s} = \rho\cdot\int_{l1}^{\square} \frac{\partial v}{\partial t} d\underline{s} + \rho\cdot\int_{l2}^{\square} \frac{\partial v}{\partial t} d\underline{s} = \rho\cdot a_1\cdot l_1 + \rho\cdot a_2\cdot l_2$$

A fenti kifejezés jobboldalán az alsó indexek nem az áramvonal végpontjaira, hanem az „1"-es ill. „2"csőszakaszokra utalnak! Felhasználva $a_1A_1=a_2A_2$ összefüggést, a Bernoulli-egyenlet így már a nyitás időpillanatában érvényes (azaz a kezdeti maximális értékű) $a_A=a_1$ gyorsulásra rendezhető: a_A=✓.

$$a_1 = \frac{p_1 - p_2 + \rho\cdot g\cdot(z_1 - z_2)}{\rho\cdot\left(l_1 + l_2\cdot\frac{A_1}{A_2}\right)} = \frac{250000 - 100000 + 1000\cdot 10\cdot 15}{1000\cdot\left(10 + 5\cdot\left(\frac{50}{25}\right)^2\right)} = \frac{300}{30} = 10\,\frac{m}{s^2}$$

B) A t=∞ stacioner állapotban a kiáramlási sebesség a Bernoulli-egyenlet rendezésével adódik:

$$v_{2,stac} = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho} + 2g(z_1 - z_2)} = \sqrt{300 + 300} = \sqrt{600}\,\frac{m}{s}\ \left(= 24{,}495\,\frac{m}{s}\right)$$

A Bernoulli-egyenlet instacioner alakja abban a t_0<t<∞ időpillanatban felírva, amelyben v_2 a $v_{2,stac}$ háromnegyede (azaz $0{,}75\sqrt{600}\,m/s$), ismét csak az *a* gyorsulás ismeretlen:

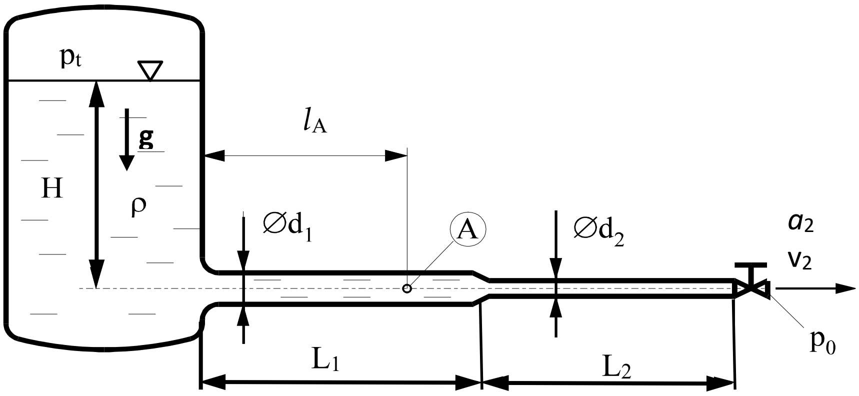
	„1"=tartály vízfelszín	„2"=csővég
p [Pa]	250 000Pa	p_0=100 000Pa
v [m/s]	v_1=0 (tartály)	$v_2=0{,}75\sqrt{600}\,m/s$
z [m]	15m	0m

Az instacioner Bernoulli-egyenlet fenti adatokkal rendezhető: a_1=✓

$$a_1 = \frac{p_1 - p_2 - \frac{\rho}{2}v_2^2 + \rho\cdot g\cdot z_1 - \rho\cdot g\cdot z_2}{\rho\cdot\left(l_1 + l_2\cdot\frac{A_1}{A_2}\right)} = \frac{150 - 168{,}75 + 150}{30} = 4{,}375\,\frac{m}{s^2}$$

PÉLDA (Bernoulli-egyenlet alkalmazása instacioner áramlásra)

Egy felül zárt, a folyadékfelszín feletti légtérben p_t=2,5bar nyomású, H=5m szintig vízzel töltött tartályhoz alul két különböző átmérőjű és hosszúságú, vízszintes tengelyű csőszakasz csatlakozik. A csővégen lévő gömbcsap alapállapotban teljesen zárt.



FELTÉTELEK: μ=0, ρ=áll., $A_{tartály}$>>$A_{cső}$, azaz a tartályban a folyadékfelszín lesüllyedése elhanyagolható. Az átmeneti idomok és a gömbcsap hosszúsága elhanyagolható. A nyitott gömbcsap be- és kiáramlási keresztmetszete azonos a csatlakozó csőével.

ADATOK: $p_0=10^5$Pa; ρ=1000kg/m^3; d_1=100mm; d_2=50mm; g=10N/kg; L_1=24m; L_2=10m; l_A=16m

KÉRDÉSEK:

A) Számítsa ki a kiáramlási keresztmetszetbeli gyorsulás értékét a gömbcsap hirtelen nyitásának t_0=0s időpillanatában! a_{ki}=?

B) Számítsa ki az „A" pontbeli gyorsulás értékét abban nyitás utáni t_0<**t**<∞ időpillanatban, amikor v_A=3m/s!

C) Számítsa ki a stacioner (t→∞) áramlási állapotban a csővégen kiáramló víz térfogatáramát! $q_{V,ki}$=?

MEGOLDÁS

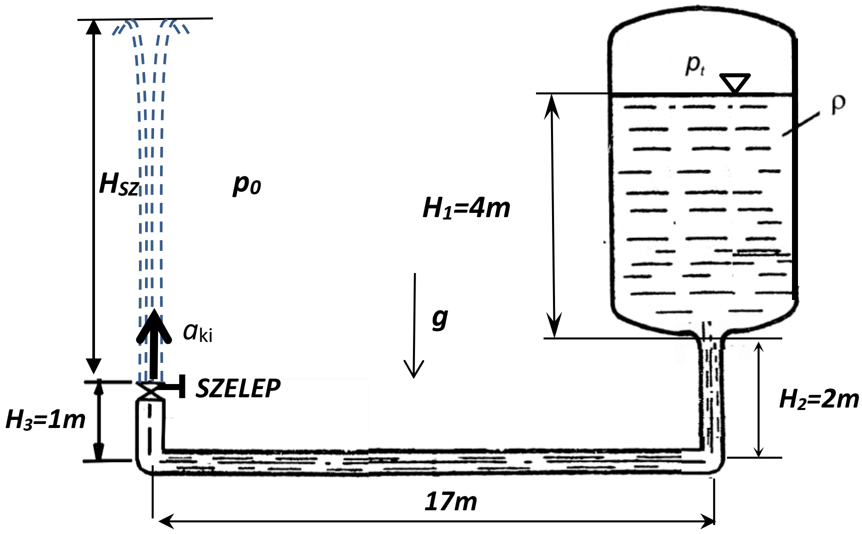
Lásd előző példa megoldást.

PÉLDA (Bernoulli-egyenlet alkalmazása instacioner áramlásra)

Adott egy H_1=4m szintig töltött zárt tartály, amelyben a vízfelszín feletti nyomás p_t=2,5bar. A tartály aljára csatlakozik egy állandó keresztmetszetű, összesen L=20m csővezeték, amely végén egy alapállapotban teljesen zárt szelep van.

FELTÉTELEK: μ=0; ρ=áll; $A_{tartály}$>>$A_{cső}$; A_{szelep}=$A_{cső}$; az átmeneti idom, a könyökidomok és a szelep hossza elhanyagolható.

ADATOK: p_0=10^5Pa; $\rho_{víz}$=10^3kg/m^3, g=10N/kg;



KÉRDÉSEK:

A) Mekkora a kilépő keresztmetszetben a gyorsulás a szelep hirtelen nyitásának t_0=0s időpillanatában? a_{ki}=?

B) Stacioner állapotban mekkora a szökőkút ábrán jelölt H_{SZ} magassága? H_{SZ}=?

+ KÉRDÉS: Mekkora a szökőkút magassága abban az esetben, ha a tartály nem zárt, hanem szabadfelszínű? (minden egyéb adat azonos) Válaszát számítással indokolja!

MEGOLDÁS

A)

A Bernoulli egyenletet instacioner áramlásra felírjuk a tartály vízfelszín és a szelep kilépő keresztmetszete között,

$$p_1 + \frac{\rho}{2}\cdot v_1^2 + \rho\cdot g\cdot z_1 = p_2 + \frac{\rho}{2}\cdot v_2^2 + \rho\cdot g\cdot z_2 + \rho\cdot\int_1^2 \frac{\partial v}{\partial t} d\underline{s}$$

A csőkeresztmetszet állandó, az egész csőszakasz hossz (L=2m+17m+1m=20m) mentén. Majd rendezve a kilépő keresztmetszetbeli a_{ki} gyorsulásra (H_1=4m, H_2=2m, H_3=1m jelöléssel) kapjuk:

$$a_{ki} = \frac{p_t - p_0 + \rho\cdot g\cdot(H_1 + H_2 - H_3)}{\rho\cdot L} = \frac{250000 - 100000 + 1000\cdot 10\cdot(4+2-1)}{1000\cdot(20)} = \frac{200}{20} = 10 m/s^2$$

B)

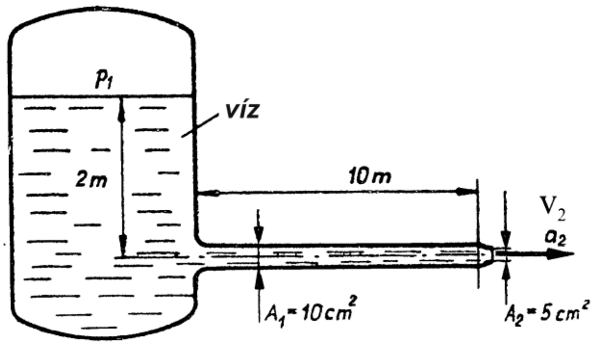
Stacioner állapotban Bernoulli egyenlet a tartály vízfelszíne és szökőkút legfelső pontja között, amely ott van, ahol az áramlási sebesség éppen már zérus:

$$p_t + \rho g(H_1 + H_2) = p_0 + \rho g(H_3 + H_{SZ})$$

Fenti a keresett H_{SZ} magasságra rendezhető. H_{SZ} = 20 m

PÉLDA (Bernoulli-egyenlet alkalmazása instacioner áramlásra)

A mellékelt ábrán látható zárt tartályban a vízfelszín fölötti tér nyomása $p_1 = 140000\,N/m^2$. A tartályhoz csatlakozó L=10m cső végén elhanyagolható hosszúságú konfúzor A_1-ről A_2-re szűkíti a kiömlő keresztmetszetet. A megfigyelt t>0s időpillanatban a kiáramlási sebesség v_2=3m/s.



FELTÉTELEK: $\mu=0$; ρ=áll; $A_{tartály} >> A_{cső}$; az átmeneti idomok (tartályból csőbe ill. a csővégi konfúzor) hossza elhanyagolható.

ADATOK: g=10N/kg, $\rho_{víz}$=1000kg/m^3, p_0=10^5Pa; L=10m; A=10cm^2; A_2=5cm^2; H=2m,

KÉRDÉS:

A) Mekkora a folyadék a_2 csővégi gyorsulása?

B) Mekkora ebben a pillanatban a csőbeli áramlási sebesség és gyorsulás?

MEGOLDÁS

A)

A Bernoulli egyenletet instacioner áramlásra felírjuk a tartály vízfelszín és a csővégi kilépő keresztmetszet között:

$$p_1 + \frac{\rho}{2}\cdot v_1^2 + \rho\cdot g\cdot z_1 = p_2 + \frac{\rho}{2}\cdot v_2^2 + \rho\cdot g\cdot z_2 + \rho\cdot\int_1^2 \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} d\underline{s}$$

A csőkeresztmetszet 10m hosszon állandó, de az elhanyagolható hosszúságú konfúzor végén van a kilépő keresztmetszet, ahol az a_{ki} gyorsulást keressük egy olyan időpillanatban, amikor a megfigyelt t>0s időpillanatban a kiáramlási sebesség v_2=3m/s.

$$a_{ki} = \frac{p_1 - p_0 + \rho\cdot g\cdot(H) - \frac{\rho}{2}\cdot v_2^2}{\rho\cdot L}$$

$$a_{ki} = \frac{140000 - 100000 + 1000\cdot 10\cdot 2 - \frac{1000}{2}\cdot 3^2}{1000\cdot 10}$$

$$a_{ki} = \frac{140 - 100 + 10\cdot 2 - \frac{1}{2}\cdot 3^2}{10} = \frac{55{,}5}{10} = 5{,}55 m/s^2$$

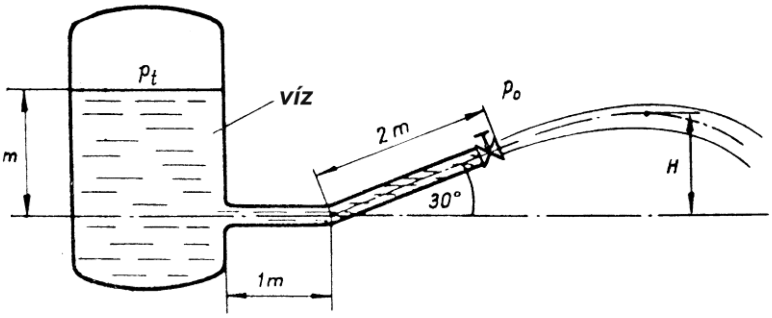
B) A folytonosság tétele a sebességekre és a gyorsulásokra is alkalmazható, így a csővégi kilépő keresztmetszetnél kétszer nagyobb keresztmetszetű csőben:

$v_1A_1=v_2A_2$ alapján v_1=3/2= 1,5 m/s

$a_1A_1=a_2A_2$ alapján a_1=5,55/2= 2,725 m/s^2

PÉLDA (Bernoulli-egyenlet alkalmazása instacioner áramlásra)

A p_t nyomású zárt tartályból víz áramlik ki az ábrán látható ferde csövön.



ADATOK:

$p_t=1{,}9\cdot10^5$Pa $p_0=10^5$Pa;

$\rho_{víz}=1000$kg/m^3 g=10N/kg;

FELTÉTELEK:

ρ=áll; $A_{tartály}$>>$A_{cső}$; A_{szelep}=$A_{cső}$;

az átmeneti idom, a könyökidom és a szelep hossza elhanyagolható. A súrlódási veszteség elhanyagolható (μ=0).

KÉRDÉSEK:

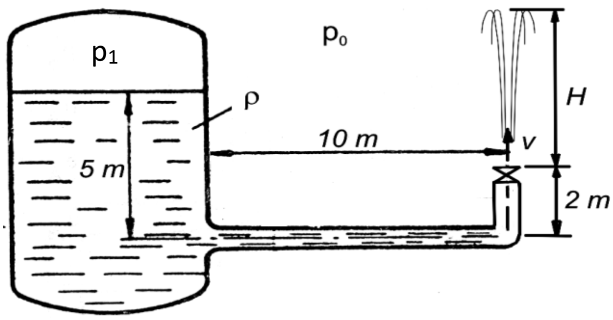
A) A csap megnyitásakor mekkora a vízsugár kezdeti csővégi gyorsulása?

B) Stacionárius állapotban határozza meg, milyen magasra jut fel a vízsugár! $H=?\ [m]$

MEGOLDÁS

PÉLDA (Bernoulli-egyenlet alkalmazása instacioner áramlásra)

Egy vízzel töltött, felül zárt tartályra egy állandó keresztmetszetű, összesen 12m hosszú cső csatlakozik. A tartálybeli vízfelszíne fölött a nyomás állandó p_1=6bar, az ábrán jelölt folyadékszint h=5m. A függőleges tengelyű csővégen egy alapállapotban teljesen zárt szelep található, mely keresztmetszete a csőével azonos.



FELTÉTEL: μ=0; ρ=állandó

ADATOK: $p_0=10^5$Pa; $\rho_{víz}=10^3$kg/m^3; g=10N/kg; $A_{tartály}$>>$A_{cső}$=A_{ki}

KÉRDÉSEK:

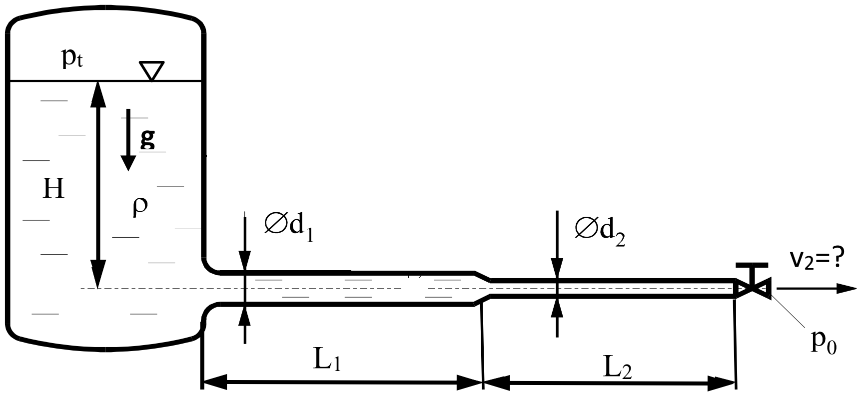
A) Mekkora az áramlási sebesség a kilépő keresztmetszetben abban a hirtelen szelepnyitás utáni időpillanatban, amikor a vízszintes csőszakaszban a gyorsulás pontosan $a_{cső,t}$=25m/s^2 értékű?

B) Mekkora stacioner kiáramlási állapotban a „szökőkút" ábrán jelölt H magassága?

Megoldás

PÉLDA (Bernoulli-egyenlet alkalmazása instacioner áramlásra)

Egy felül zárt, a folyadékfelszín feletti légtérben p_t=2bar nyomású, H=25m szintig vízzel töltött tartályhoz alul két különböző átmérőjű és hosszúságú, vízszintes tengelyű csőszakasz csatlakozik. Alapállapotban a csővégen lévő gömbcsap teljesen zárt.



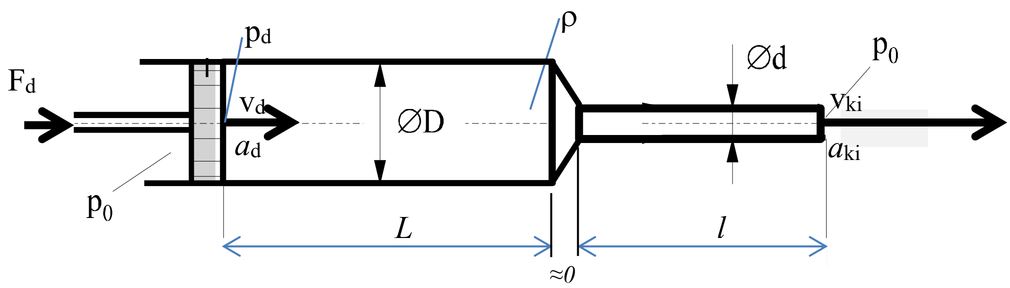
FELTÉTELEK: μ=0, ρ=áll., $A_{tartály}$>>$A_{cső}$, azaz a tartályban a folyadékfelszín lesüllyedése elhanyagolható. Az átmeneti idomok és a gömbcsap hosszúsága elhanyagolható. A nyitott gömbcsap be- és kiáramlási keresztmetszete azonos a csatlakozó csőével.

ADATOK: $p_0=10^5$Pa; ρ=1000kg/m^3; Ød$_1$=200mm; Ød$_2$=100mm; g=10N/kg; L_1=50m; L_2=25m

KÉRDÉS: Mekkora a folyadék csővégi v_2 kiáramlási sebessége a kilépő keresztmetszetben abban a hirtelen szelepnyitás utáni adott t_0<**t**<∞ időpillanatban, amikor a nagyobb keresztmetszetű (Ød$_1$=200mm) csőben a gyorsulás értéke már csak pontosan a_1=2m/s^2?

Megoldás

PÉLDA (Bernoulli-egyenlet alkalmazása instacioner áramlásra)



A vízszintes tengelyű óriásfecskendőben víz van. A megfigyelt **t** időpillanatban (t_0<**t**<∞) a dugattyú sebessége v_d=2m/s, és gyorsulása, a_d=2m/s^2. A külső tér nyomása a dugattyú külső (bal) oldalán és a fecskendő kiáramlási keresztmetszetében is p_0=10^{5}Pa értékű.

Feltételek: Ideális közeg. A øD ill. ød átmérőjű, és *L* ill. *l* hosszúságú csőszakaszok közötti átmeneti idom (konfúzor) hossza elhanyagolható.

ADATOK: *L*=500mm; *l*=500mm; øD=50mm; ød=25mm, $\rho_{víz}$=10^{3}kg/m^3; p_0=10^{5}Pa

KÉRDÉSEK:

A) Mekkora a szabadba kiáramló vízsugár sebessége és gyorsulása? v_{ki}=? a_{ki}=?

B) Mekkora a dugattyú belső felületén a nyomás? p_d =?

C) Mekkora F_d erővel kell hatni a dugattyúra ebben a pillanatban? F_d =?

MEGOLDÁS *(a lap túloldalán is folytathatja)*

A) A csőkeresztmetszet változik, de szakaszonként állandó. Az összenyomhatatlan közegben a $v_1A_1=v_2A_2$ (folytonosság-tétel) alapján a sebesség $v_1=v_d$=2m/s értéke és a keresztmetszetek ismeretében kapjuk $v_{ki}=v_2=4\cdot v_1$=8m/s értéket. A gyorsulásokra is alkalmazható a folytonosság-tételhez hasonló összefüggés ($a_1A_1=a_2A_2$), ezzel az $a_1=a_{dug}$=2m/s^2 ismeretében kapjuk meg $a_{ki}=a_2=4\cdot a_1$=8m/s^2 értéket.

B) A *t* időpillanatban az instacioner áramlási állapotra felírt Bernoulli-egyenlet az „1” (dugattyú belső felszíne) és „2” (csővég) pont közötti áramvonalon az alábbi:

$$p_1+\frac{\rho}{2}\cdot v_1^2+\rho\cdot g\cdot z_1=p_2+\frac{\rho}{2}\cdot v_2^2+\rho\cdot g\cdot z_2+\rho\cdot\int_1^2\frac{\partial v}{\partial t}d\underline{s}$$

A z=0m referencia szintet bárhova felvehetjük, de a példabeli vízszintes csőtengely esetén z=0m mindenhol, így nem befolyásolja eredményünket.

	„1”	„2”
p [Pa]	p_d=? (p_1=?)	p_0=100 000Pa
v [m/s]	$v_1=v_d$=2m/s	$v_2=4\cdot v_1$=8m/s
z [m]	0m	0m

Az „1” és „2” pontok közötti folyadék gyorsításához szükséges többletnyomás, azaz a $(\rho\cdot\int_1^2\frac{\partial v}{\partial t}d\underline{s})$ tag kiszámításához a következő megfontolások szükségesek. Mivel az átmeneti idom hossza elhanyagolható és a csőkeresztmetszet változik, de szakaszonként állandó, a csőhosszak pedig L_1=0,5m és L_2=0,5m, így:

$$\rho\cdot\int_1^2\frac{\partial v}{\partial t}d\underline{s}=\rho\cdot a_1\cdot L+\rho\cdot a_2\cdot l$$

Ezzel a keresett nyomás:

$$p_1=p_0+\frac{\rho}{2}\cdot v_2^2-\frac{\rho}{2}\cdot v_1^2+\rho\cdot a_1\cdot L+\rho\cdot a_2\cdot l$$

$$p_1=100000+32000-2000+1000+4000=135000Pa$$

C) A dugattyú külső (p_0) és belső (p_1) oldalán a nyomáskülönbség ismert:

$$\Delta p=p_1-p_0=135000Pa-10^5Pa=35000Pa$$

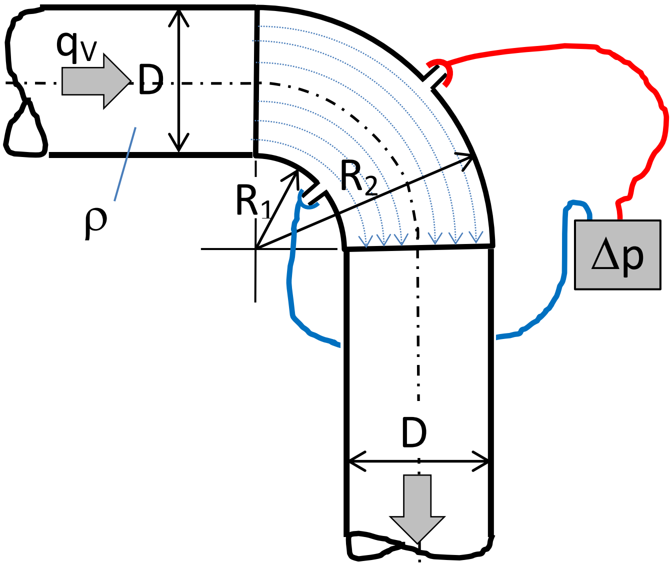
Ezzel az erő: $F_d=\Delta p\cdot A_{dug}=(p_1-p_0)\cdot A_{dug}$

ahol $A_{dug}=D^2\pi/4$

tehát: $F_d=35000\cdot(0{,}05\cdot 0{,}05\cdot\pi/4)=68{,}72$ N

PÉLDA (Euler-egyenlet természetes koordinátarendszerben)

Egy ØD átmérőjű csővezetékben víz áramlik. A csőtengely vízszintes. A víz térfogatáramának közelítő mérésére (becslésére) a csőével azonos, állandó keresztmetszetű, 90° könyökidom oldalfali nyomásmegcsapolásait használjuk. Az áramló közeg könyökidombeli áramvonalai az ábrán láthatók. A könyökidom oldalfali külső nyomásmegcsapolásában mért nyomást jelölje p_2, a belsőt p_1. A mért nyomáskülönbség értéke Δp=16000Pa.



Feltételek: stacioner állapot, ρ=áll., μ=0

ADATOK: D=200mm; ρ=1000kg/m³
R_1=100mm; R_2=300mm

KÉRDÉS: Az Euler-egyenlet természetes koordináta-rendszerben felírt normális irányú komponens-egyenlete segítségével

A) Indokolja, hogy melyik állítás helyes: $p_1<p_2$ vagy $p_1>p_2$?

B) Határozza meg a csőben áramló közeg átlagsebességét és térfogatáramát!

+KÉRDÉS: Mekkora nyomáskülönbséget mérnénk, ha levegő áramlana a fenti kérdésben kiszámolt sebességgel ugyanebben a csőben?

MEGOLDÁS

A könyökidomban görbült áramvonalakra felírható az Euler-egyenlet ún. természetes koordináta-rendszerben. Ennek a normális irányú komponens egyenlete:

$$-\frac{\mathrm{v}^2}{R} = g_n - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial n}$$

A súlyerőt (erőtér hatását) elhanyagolva kapjuk:

$$\frac{\mathrm{v}^2}{R} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial n}$$

A normális irányú nyomásváltozás rohamossága:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{\rho \mathrm{v}^2}{R}$$

A sugárirányú nyomásváltozás rohamossága az átlagos sugáron érvényes átlagsebességgel felírható:

$$\frac{p_2 - p_1}{R_2 - R_1} = \frac{\rho \bar{\mathrm{v}}^2}{\bar{R}}$$

Ebben az átlagos sugár: $\bar{R}=(R_1+R_2)/2=0{,}2$m

A csőátmérő a sugárirányú távolság: $R_2-R_1=D=0{,}2$m

A mért nyomáskülönbségre rendezve: $\Delta p = p_2 - p_1 = \rho \frac{\bar{\mathrm{v}}^2}{\bar{R}}(R_2 - R_1)$

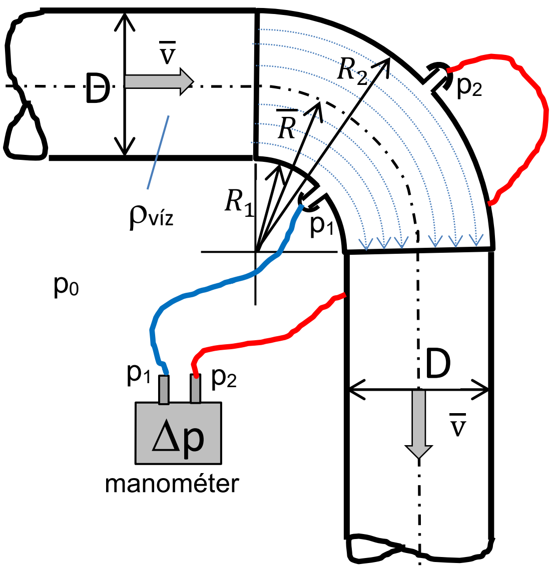
Az átlagsebességre rendezve: $\bar{\mathrm{v}} = \sqrt{\frac{\Delta p \cdot \bar{R}}{D \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{16000 \cdot 0{,}2}{0{,}2 \cdot 1000}} = \sqrt{16}$=4m/s

A térfogatáram az átlagsebesség és a csőkeresztmetszet szorzata: $q_V = \bar{\mathrm{v}} A$

Ezzel kapjuk: q_V=0,125663706 m³/s (≈ 7,54 m³/perc ≈ 39452 m³/h stb.)

(Természetesen kerekíteni szükséges az eredményt! pl. q_V=0,126 m³/s)

PÉLDA (Euler-egyenlet természetes koordinátarendszerben)



Egy ØD=500mm állandó átmérőjű csővezetékben víz áramlik. A víz térfogatáramának közelítő mérésére a csővel azonos, állandó keresztmetszetű (R_1=250mm; R_2=750mm, $\overline{R}$=500mm) 90°-os könyökidomnak az ábrán látható kialakítású belső „1” és külső „2” nyomásmegcsapolásait használjuk. A könyökidomban áramló közeg áramvonalai az ábrán láthatók. A könyökidom nyomásmegcsapolásain mért nyomáskülönbség értéke Δp=4000Pa.

FELTÉTELEK: stacioner állapot; ρ=állandó; a csőtengely a vízszintes síkban fekszik.

ADATOK: ρ=1000kg/m^3; p_0=10^{5}Pa; g=10N/kg;
D=500mm; R_1=250mm; R_2=750mm

KÉRDÉSEK:

A könyökidombeli áramlásra alkalmazva az Euler-egyenlet természetes koordináta-rendszerben felírt normális irányú komponens-egyenletét

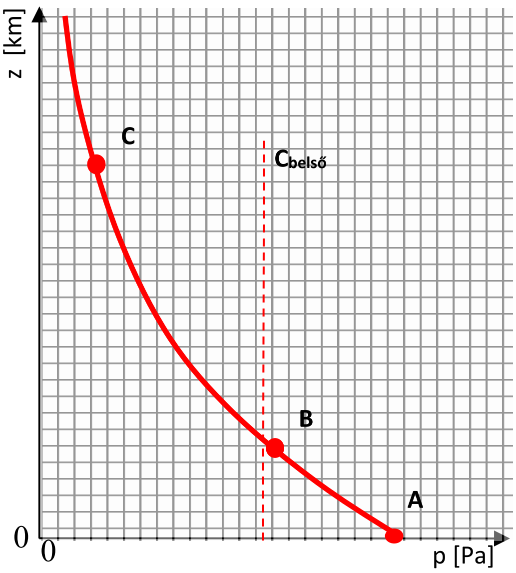
A) indokolja, hogy a ($p_1 > p_2$) és a ($p_1 < p_2$) relációk közül melyik helyes, illetve

B) határozza meg a csőben áramló közeg átlagsebességét és térfogatáramát!

Megjegyzés: Megoldásában jelölje egyértelműen, hogy melyik részkérdésre válaszol!

MEGOLDÁS *(a lap túloldalán is folytathatja)*

PÉLDA(izoterm atmoszféra)



Mexico City repülőterének z=2250m tengerszint feletti magasságban fekvő kifutópályáján az indulásra váró repülőgép utasterében a nyomás a helyi környezeti nyomás, a hőmérséklet pedig 15ºC. Az utastér hermetikus lezárása és felszállás után a repülőgép rövid idő alatt eléri a z=10500m-es utazómagasságot. Az utazómagasságon az utastér nyomását 0,75bar értéken tartják, miközben az utastér hőmérséklete 15ºC marad, mert nem működik tökéletesen a klímaberendezés.

ADATOK: I.S.A. adatok: z_0=0m, p_0=101325*Pa*, T_0=288*K.* Ebben a példában g=9,81N/kg értékkel számoljon! levegőre R=287 J/(kgK)

KÉRDÉSEK:

1.1)Izoterm atmoszféra feltétellel határozza meg, hogy utazómagasságon mekkora és milyen irányú az utastér 25cm×40cm téglalap alakúnak tekinthető ablakára ható erő! (Katasztrófafilmekben „kitörik” az ablak, vagy „betörik”?)

1.2)Rajzolja fel a diagramba a környezeti nyomás magasság szerinti változását izoterm atmoszféra feltétel esetén! Jelölje a diagramban a következő pontokat a (*z*,*p*) koordinátákkal: A) tengerszinten, B) repülőtéren és C) utazómagasságon (repülőgépen kívül és belül)!

+KÉRDÉS)Hány kg levegőnek kell távoznia a 850m^3 térfogatú utastérből, mire a repülőgép eléri az utazómagasságot?

MEGOLDÁS *(a lap túloldalán is folytathatja)*

1.1) A z_0 =0m tengerszinten a nyomás p_0 =101325Pa és T_0=288K=áll. adatok ismertek, így bármely z_i magasságon a p_i nyomás az izoterm atmoszféra feltétellel számítható:

$$p_i = p_0 \cdot e^{-\frac{g\cdot(z_i - z_0)}{R\cdot T_0}}$$

Esetünkben az z_i = 10500m utazómagasságon a $p_{külső}$ külső nyomás kiszámítható, behelyettesítés után kapjuk:

$p_{külső}$=p_0·0,287598742=29141 Pa

Ezzel a nyomáskülönbség: Δp=$p_{belső}$-$p_{külső}$=75000-29141=45859Pa

Az ablakra ható erő: F_{ablak}=Δp·A_{ablak}=48859Pa·(0,25·0,4)=4585,9N (iránya?)

1.2) Lásd ábra.

tengerszinten	(z_A=0m)	p=p_0=101325Pa
repülőtéren	(z_B=2250m)	p=77579Pa
utazómagasságon	(z_C=10500m)	p=29141Pa

1.3) <u>A „lassú” megoldás</u>: A repülőtéren (z_B=2250m) az utastér 850m^3 térfogatát a helyi nyomású és hőmérsékletű levegő tölti ki, melynek sűrűsége:

ρ_B=p_B/(R·T_B)=77579/(287·288)=0,938576751 kg/m^3

ezzel az utastérben a levegő össztömege:

m_B=ρ_B·V=797,79 kg

Az utazómagasságon (z_C=10500m) viszont az utastér 850m^3 térfogatát a belső nyomású (75000Pa) és 15°C hőmérsékletű levegő tölti ki, melynek sűrűsége:

ρ_C=p_C/(R·T_C)=75000/(287·288)=0,907375145 kg/m^3

ezzel a tömege:

m_C=ρ_C·V=771,27 kg

Tehát Δm= m_B - m_C =26,52kg tömegű levegőt kellett kiengedni.

<u>Mi a „gyors” megoldás?</u>

PÉLDA (izoterm atmoszféra)

Ön a Magas-Tátra hegység 2632m magas Lomnici-csúcsáról utazik **lefelé** lanovkával a 910m tengerszint-feletti magasságban fekvő Tátralomnicra. A csúcson még elindulás előtt teljesen kiitta a teát a pont 1 literes termoszából, aztán a kupakkal hermetikusan lezárta és nem is nyitotta ki az utazás alatt.

KÉRDÉSEK:

A) Tátralomnicra leérve mekkora a nyomáskülönbség a termosz belső tere és a külső környezeti nyomás között? Ha kinyitja a termoszkupak szelepét, akkor azon keresztül kifelé vagy befelé kezd el áramlani a levegő? Az A) kérdés során a p=*f*(z) számítása során **izoterm atmoszférát** tételezzen fel, melyhez az adatok: z_0=0m, p_0=101325Pa; T_0=288K; R=287 J/(kgK), g=9,81 N/kg.

B) Mekkora lenne a termosz belső tere és a külső környezeti nyomás között ez a nyomáskülönbség Tátralomnicra érkezéskor, ha nem izoterm atmoszféra, hanem a z_0=0m tengerszinti **ρ_0=állandó** feltétellel számolná a p=*f*(z) környezeti nyomást a megoldása során?

MEGOLDÁS

A)

Izoterm atmoszféra feltételt használva bármely z_i magasságon a p_i nyomás az alábbi p=*f*(z) kifejezéssel számítható:

$$p_i = p_0 \cdot e^{-\frac{g\cdot(z_i - z_0)}{R\cdot T_0}}$$

Esetünkben z_i = 2632m (fent) és 910m(lent) ismeretében a nyomások:

fent: $p_{CSÚCS}$=74140 Pa

lent: $p_{TÁTRALOMNIC}$=90952 Pa

A nyomáskülönbség Δp= $p_{TÁTRALOMNIC}$ — $p_{CSÚCS}$,= 90952Pa — 74140Pa = 16812 Pa

Mivel $p_{TÁTRALOMNIC}$ > $p_{CSÚCS}$, így ha kinyitjuk a kupakszelepet, ezért kintről befelé áramlik a levegő.

B)

A ρ_0=áll. feltételt használva: Mivel z_0 =0m tengerszinten a nyomás p_0 =101325Pa és T_0=288K=áll. adatok ismertek, így a ρ_0=1,225863821kg/m^3 (≈1,226kg/m^3) álladó sűrűség ismeretében bármely z_i magasságon a p_i nyomás felírható:

$$p_i = p_0 - \rho_0 \cdot g \cdot (z_i - z_0) = p_0 - \rho_0 \cdot g \cdot z_i$$

fent: $p_{CSÚCS}$=69673 Pa

lent: $p_{TÁTRALOMNIC}$=90382 Pa

A nyomáskülönbség Δp= $p_{TÁTRALOMNIC}$ — $p_{CSÚCS}$,= 90382Pa — 69673Pa = 20709Pa

Mivel $p_{TÁTRALOMNIC}$ > $p_{CSÚCS}$, így ha kinyitjuk a kupakszelepet, akkor ρ_0=áll. feltételt használva is kintről befelé áramlik a levegő, de jóval nagyobb a nyomáskülönbség, mint izoterm atmoszféra feltétel esetén.

PÉLDA (izoterm atmoszféra)

Budapest repülőterének z=151m tengerszint feletti magasságban fekvő kifutópályáján egy indulásra váró repülőgép utasterében a nyomás a helyi környezeti nyomás, a hőmérséklet pedig 15°C. Felszállás után a repülő gyorsan eléri az utazómagasságot, ahol a külső nyomás ismert 30 923 Pa értékű. Ezen magasságban az utastér nyomását $p_{belső}$= 75 000 Pa értéken, az utastér hőmérsékletét pedig állandó 15°C értéken tartják (elromlott a klíma…).

ADATOK: Az I.S.A.(*International Standard Atmosphere*) adatok: z_0=0m, p_0 = 101 325 *Pa*, T_0=288, valamint levegőre: R=287 J/(kgK). Ebben a példában g=9,81N/kg értékkel számoljon!

KÉRDÉSEK:

A) Izoterm atmoszféra feltétellel határozza meg, hogy mekkora az utazómagasság! z=?

B) Izoterm atmoszféra feltétellel határozza meg, hogy mekkora repülőtéri kifutópályán a külső nyomás! p=?

C) Számítsa ki, hogy utazómagasságon mekkora a belső / külső tér közötti nyomáskülönbség (Δp=?), valamint az ebből adódó, az utastér egy 300mm×400mm téglalap alakúnak tekinthető ablakára ható erő! F=? (nagyság és irány)

MEGOLDÁS

A)

Izoterm atmoszféra esetén a p=*f*(z):

$$p = p_0 \cdot e^{-\frac{g(z-z_0)}{RT_0}}$$

Utazómagasságon ismert a külső nyomás a meghatározandó z magasságban : p = 30 923 Pa.

Rendezve z-re kapjuk:

$$\ln\frac{p}{p_0} = -\frac{g(z-z_0)}{RT_0}$$

azaz:

$$z = -\frac{RT_0}{g}\cdot\ln\frac{p}{p_0}$$

behelyettesítve:

$$z = -\frac{287\cdot 288}{9{,}81}\cdot\ln\frac{30923}{101325} = 10000m$$

Az utazómagasság tehát **z = 10 000 m** (10km).

B)

$$p = p_0 \cdot e^{-\frac{g(z-z_0)}{RT_0}} = 101325\cdot e^{-\frac{9{,}81(151-0)}{287\cdot 288}} = 99525{,}3Pa$$

A z=151m tengerszint feletti magasságon lévő repülőtéren a nyomás **p = 99 525 Pa**.

C)

Utazómagasságon az ablak belső és külső oldala közötti nyomáskülönbség fentiek alapján:

$\Delta p_{ablak}=p_{belső}$ - $p_{külső}$ = 75 000Pa – 30 923Pa = 44 077 Pa

Az ablak keresztmetszete: A_{ablak}=a·b=0,3·0,4=0,12 m²

Az erő: $F_{ablak}=\Delta p\cdot A_{ablak}$ = 5289,24 N = 5,29kN

Mivel $p_{belső} > p_{külső}$, ezért belülről kifelé mutat az erővektor.

MEGJEGYZÉS: A megoldókulcsban lévő eredmények számértékének fenti, akár sok tizedesre való kijelzését csak a megoldásuk (részeredmények, elszámolások, kerekítési hibák) ellenőrzése miatt használom, ezt így kijelezni mérnöki szempontból nem helyes, csak nekem segítség a ZH javítás során. A megoldásukat természetesen, mérnöki szempontból „értelmesen”, a kerekítési szabályok szerint helyesen kerekített részeredményekkel kapott végeredménnyel is elfogadom.

PÉLDA (izoterm atmoszféra)

Öt barátja elutazott ötfelé (lásd alábbi helyek). Ön nem tudja, ki hova utazott, csak az öt helyet adták meg. Azt tudja, hogy mind az öten a hotelekben pont egy-egy 10. emeleti szobát vesznek ki. A hotelek földszintjének z_0=0m tengerszint feletti z_i[m] magasságai ismertek:

		z_i
Nepál	**Hotel Kathmandu**	**1298 m**
Zimbabwe	**Hotel Harare**	**1480 m**
USA	**Hotel Denver**	**1625 m**
Svájc	**Hotel Alpine**	**1700 m**
Mexikó	**Hotel Tequila**	**2216 m**

Tudjuk, hogy a hotelek emeletei mindenhol 3m magasak. A legjobb barátja a mellékelt képet, a saját 10. emeleti hotelszoba ablakából készített fotót küldi Önnek a mai fak-zh-ra bíztatásul. Tudja, hogy az okostelefonjára mindenkinek fel van telepítve az „izoterm atmoszféra" nevű ingyenes app, amely a GPS és I.S.A. adatok alapján a helyi p[Pa] légnyomást kiszámítja és öt tizedesjegy-pontossággal ráteszi a fotó bal alsó sarkára.

ADATOK: Az I.S.A. (Int.Stand.Atm.) adatok: p_0 = 101325 Pa; T_0 = 288 K; R = 287 J/(kgK); g = 9,81 N/kg

KÉRDÉS: A fotó ismeretében, izoterm atmoszférát feltételezve számítással indokolja, hova utazott a legjobb barátja!

MEGOLDÁS (A lap túloldalán is folytathatja a megoldást)

Izotermikus atmoszféra feltétel esetén a p=*f*(z) függvény ismert:

$$p(z) = p_0 \cdot e^{-\frac{g(z-z_0)}{RT_0}}$$

A fénykép alapján ismert a p(z)=83240,33436 Pa nyomás értéke, ehhez keressük a z magasságot.

Fenti alakot rendezve z-re kapjuk:

$$\ln\frac{p}{p_0} = -\frac{g(z-z_0)}{RT_0}$$

azaz:

$$z = -\frac{RT_0}{g} \cdot \ln\frac{p}{p_0}$$

behelyettesítve:

$$z = -\frac{287 \cdot 288}{9{,}81} \cdot \ln\frac{83240{,}33436}{101325} = 1656{,}5m$$

Tehát a fotó z = 1656,5 m tengerszint-feletti magasságban készült valamelyik hotelben.

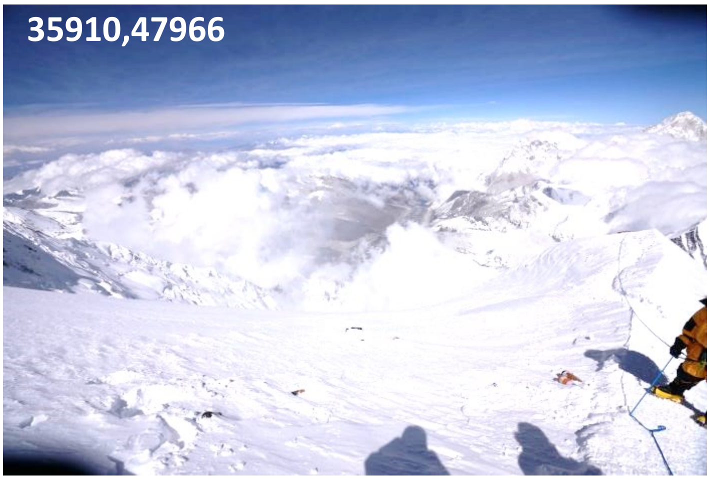
Bármelyik hotel 10. emeletén állva és a fényképezőgépet kb. 1,5m magasságban tartva a fotókészítés tengerszint-feletti magassága $z = z_i + 10 \cdot 3m + 1{,}5m = z_i + 31{,}5$ m.

Ebből $z_i = z - 31{,}5m$, vagyis $z_i = 1656{,}5 - 31{,}5 = 1625$ m, azaz legjobb barátja az USA-ban van.

MEGJEGYZÉS: A megoldókulcsban lévő eredmények számértékének fenti, akár sok tizedesre való kijelzését csak a megoldásuk (részeredmények, elszámolások, kerekítési hibák) ellenőrzése miatt használom, ezt így kijelezni mérnöki szempontból nem helyes, csak nekem segítség a ZH javítás során. A megoldásukat természetesen, mérnöki szempontból „értelmesen", a kerekítési szabályok szerint helyesen kerekített részeredményekkel kapott végeredménnyel is elfogadom.

PÉLDA (izoterm atmoszféra)

A Mount Everesten eltűnt hegymászó keresésében egy „A” és egy „B” jelű mentőcsapat vesz részt. Először rekonstruálni szeretnék, hogy mi, mikor és milyen magasságban történhetett, ezért bekérnek minden használható információt a többi hegymászótól, akik találkoztak vele mászás közben. A mellékelt fotót a csúcsról már lefelé tartó kanadai Elia Saikaly hegymászó és dokumentumfilmes készítette, elmondása szerint valahol 8400m és 8800m között és akkor, amikor épp elhaladt az akkor még felfelé tartó keresett hegymászó mellett.



Tudjuk, hogy minden képfelvevő berendezésre fel van telepítve az „izoterm atmoszféra” nevű ingyenes program, ami a magasságkoordináta alapján T_0=áll. feltétellel a helyi légnyomást kiszámítja és öt tizedesjegy-pontossággal ráteszi a fotók bal felső sarkára.

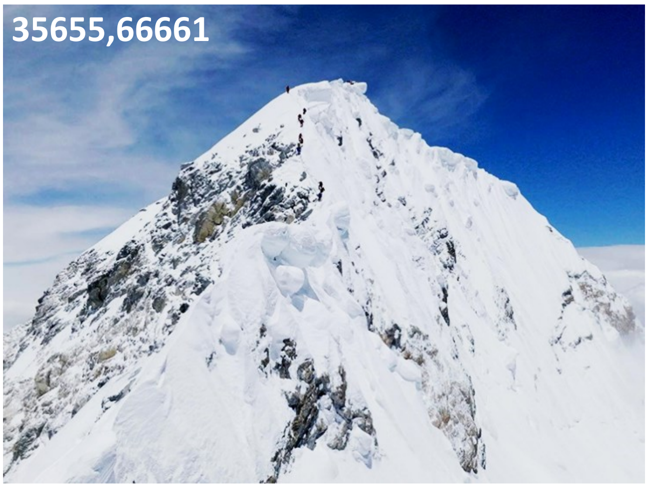
ADATOK: $z_0 = 0$ m; $p_0 = 101325$ Pa; $T_0 = 288$ K; $R = 287$ J/(kgK); $g = 9{,}81$ N/kg; a=6,5·10^{-3} K/m

KÉRDÉS: A fotón lévő számadat alapján az „A” jelű mentőcsapat ρ_0=állandó sűrűség feltételezéssel, a „B” jelű mentőcsapat az ún. „izoterm atmoszféra” feltételezéssel számítja ki, hogy milyen magasságban készülhetett a fotó. Önnek kell döntenie az eredményekről: így kérem, számítsa ki Ön is, és véleményezze a mentőcsapatok számításait és indokolja számítással, hogy milyen magasságban készülhetett ez a fotó!

MEGOLDÁS (A lap túloldalán is folytathatja a megoldást)

PÉLDA (izoterm atmoszféra)

A Mount Everesten eltűnt hegymászó keresésében egy „A” és egy „B” jelű mentőcsapat vesz részt. Először rekonstruálni szeretnék, hogy mi, mikor és milyen magasságban történhetett, ezért bekérnek minden használható információt a többi hegymászótól, akik találkoztak vele mászás közben. A mellékelt fotót a csúcsra felfelé tartó kanadai Elia Saikaly hegymászó és dokumentumfilmes készítette drónjával, elmondása szerint valahol 8720m és 8820m között, és ekkor a még felfelé tartó keresett hegymászót már elhagyta.



Tudjuk, hogy minden képfelvevő berendezésre fel van telepítve az „izoterm atmoszféra” nevű ingyenes program, ami a magasságkoordináta alapján T_0=áll. feltétellel a helyi légnyomást kiszámítja és öt tizedesjegy-pontossággal ráteszi a fotók bal felső sarkára.

ADATOK: $z_0 = 0$ m; $p_0 = 101325$ Pa; $T_0 = 288$ K; $R = 287$ J/(kgK); $g = 9{,}81$ N/kg; a=6,5·10^{-3} K/m

KÉRDÉS: A fotón lévő számadat alapján az „A” jelű mentőcsapat az ún. „izoterm atmoszféra” feltétellel, a „B” jelű mentőcsapat ρ_0=állandó sűrűség feltétellel számítja ki, hogy milyen magasságban készült a fotó. Önnek kell döntenie az eredményekről: így kérem, számítsa ki Ön is, és véleményezze a mentőcsapatok számításait és indokolja számítással, hogy milyen magasságban készülhetett ez a fotó!

MEGOLDÁS (A lap túloldalán is folytathatja a megoldást)

PÉLDA (izoterm atmoszféra)

Az alábbi táblázatban három toronyház földszintjeinek z_i[m] magasság-koordinátái a z_0=0m tengerszinthez képest, illetve a toronyház földszintje és a toronyház csúcsa közötti H_i[m] toronyház-magasságok vannak felsorolva:

Jel	*toronyház neve, város, ország*	z_i	H_i
„A”	**Petronas-ikertorony, Kuala-Lumpur, Malajzia**	**22**	**452**
„B”	**Burj-Al-Kalif, Dubaj, Egyesült Arab Emírségek**	**11**	**828**
„C”	**Azerbaijan Tower, Baku, Azerbajdzsán**	**-28**	**1050**

Az „A” jelű toronyház feltűnik a *Briliáns csapda* című filmben, amiben a Sean Connery és a Catherine Zeta-Jones által alakított betörőpáros a toronyban lévő vállalati szerverről akar több milliárd dollárt leemelni, majd utána izgalmas menekülést hajtanak végre: kimásznak az „A” torony **$h_{heli,”A”}$=170m** magasságában lévő helikopter-leszállóhelyéhez és az odaérkező helikopterrel elmenekülnek az üldözőik elől. Innen változik a mi történetünk: egészen Bakuig repülnek és az út annyi ideig tart, hogy addigra ott felépült a „C” jelű Azerbaijan Tower is, melynek **$h_{heli,”C”}$=900m** magasságban lévő helikopter leszállóján landolnak.

Az alábbi táblázatban pedig az A, B és C tornyokon lévő helikopter leszállóhelyekhez az adott torony **helyi földszint feletti** magasságait adtuk meg, piros színnel jelölve a betörőpáros indulását és érkezését:

torony	h_{heli} [m] : a helikopter-leszállók magasságai a torony földszintjétől mérve:
A	0m, 30m, **170m**,
B	0m, 90m, 120m, 190m, 220m, 310m,
C	0m, 100m, 200m, 300m, 400m, 500m, 600m, 700m, 800m, **900m**

KÉRDÉS:

A) Számítsa ki izoterm atmoszféra feltétellel, hogy mekkora a nyomáskülönbség az indulás és érkezés helyszínei között!

B) Ha tökéletesen hermetikusan zárható lenne a helikopter, akkor érkezés után az ajtót kinyitva kifelé vagy befelé áramolna a levegő? Indokolja válaszát!

ADATOK: Az I.S.A. (Int.Stand.Atm.) adatok: p_0=101325Pa; T_0=288K; R=287J/(kgK), g=9,81N/kg

A példa megoldáshoz láthatóan nincs szükség a „B” toronyra, de nem volt időm törölni!

MEGOLDÁS (A lap túloldalán is folytathatja a megoldást)

PÉLDA (izoterm atmoszféra)

Egy repülőtér z=938m tengerszint feletti magasságban fekvő kifutópályáján egy indulásra váró repülőgép utasterében a nyomás a helyi környezeti nyomás, a hőmérséklet pedig 21°C. Felszállás után a repülő gyorsan eléri az utazómagasságot, ahol a környezeti nyomás 31000Pa. Ezen magasságban az utastéri belső nyomást $p_{belső}$=75000Pa értéken, az utastér belső hőmérsékletét pedig állandó 21°C értéken tartják.

ADATOK: Az I.S.A.(*International Standard Atmosphere*) adatok: z_0=0m, p_0=101325*Pa*, T_0=288K, valamint levegőre: R=287 J/(kgK). **Ebben a példában g=9,81N/kg értékkel számoljon!**

KÉRDÉSEK:

D) Állandó sűrűség feltétellel (ρ_0=áll.) és izoterm atmoszféra feltétellel is számolja ki a z=938m magasságban fekvő repülőtér környezeti nyomását!

E) Izoterm atmoszféra feltétellel határozza meg az utazómagasságot! z=?

F) Számítsa ki, hogy utazómagasságon mekkora az utastér A=250mm×450mm téglalap alakúnak tekinthető ablakára ható, az eltérő külső és belső nyomás különbségéből származó erő!

G) A célállomás repülőtere z=151m tengerszint feletti magasságon van, ott a hőmérséklet t=18°C. A repülőgép utasterének össztérfogata állandó V=1000m^3. Összesen hány kg levegőt kell beengedni az utastérbe vagy éppenséggel kiengedni az utastérből, hogy leszállás után az ajtónyitáskor ne legyen nyomáskülönbség az utastér és a környezet között?

MEGOLDÁS