1.GYAKORLAT (1. oktatási hét) ÁRAMLÁSTAN BSc

Téma: közegjellemzők, alapadatok, alapszámítások
ideális / valós közeg; reológiai görbék, viszkozitás hőmérséklet-függése
matematikai bevezető

Közegjellemzők, alapadatok, alapszámítások

PÉLDA (közegjellemzők)

Határozza meg a levegő ($R=287\ J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$) sűrűségét az alábbi közegjellemzők esetén! (lásd tankönyv 1.2.2. lecke, 30. oldal összefüggés)

$$\boxed{pv = \frac{p}{\rho} = RT}, \qquad (1.5)$$

ahol

$$R = R_u / M. \qquad (1.6)$$

az adott gáz vagy gázkeverék **gázállandója**, ami az **univerzális gázállandó** R_u = 8314,3 J/kmol/K és a moltömeg M kg/kmol hányadosa. Levegőre M = 29 kg/kmol, tehát R = 287 J/kg/K.

nyomás, p [Pa]	100000 Pa	1 bar	100hPa	10^5 Pa	1000 mbar	5 bar
hőmérséklet, T[K] vagy t[°C]	15 °C	323 K	0 °C	273 K	373 K	60 °C
sűrűség, ρ_{lev} [$kg \cdot m^{-3}$]	?	?	?	?	?	?

PÉLDA (közegjellemzők)

Határozza meg a levegő dinamikai ill. kinematikai viszkozitását az alábbi hőmérsékletek esetén! (lásd tankönyv 1.2.4. lecke, 34. oldal összefüggés, valamint $\nu_{lev} = \mu_{lev} / \rho_{lev}$

T [K] hőmérsékletű **gáz dinamikai viszkozitását** a

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \frac{T_0 + T_S}{T + T_S}\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{3}{2}}$$

összefüggéssel számolhatjuk [16], ahol 1 bar nyomású levegőre T_0 = 273,16 K, μ_0 = 17,1×10⁻⁶ kg/ms, T_S = 122 K.

hőmérséklet, t[°C]	-20 °C	0 °C	20 °C	50 °C	100 °C	200 °C
din. viszk, μ_{lev} [$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$]	?	?	?	?	?	?
kin. viszk, ν_{lev} [$m^2 \cdot s^{-1}$]	?	?	?	?	?	?

Ábrázolja μ=f(t) vagy ν=f(t) diagramban is a fenti adatokat!

PÉLDA (közegjellemzők)

Határozza meg a víz dinamikai ill. kinematikai viszkozitását az alábbi hőmérsékletek esetén! (lásd tankönyv 1.2.4. lecke, 35. oldal összefüggés)

T [K] hőmérsékletű **cseppfolyós közeg dinamikai viszkozitásának** meghatározására a

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \exp\left(\frac{T_A}{T + T_B} - \frac{T_A}{T_0 + T_B}\right)$$

összefüggés használható, ahol vízre T_A = 506 K, T_B = –150 K, 1 bar nyomás esetén T_0 = 273,16 K, és μ_0 = 1,793 ×10⁻³ kg/ms.

hőmérséklet, t[°C]	5 °C	10 °C	20 °C	30 °C	50 °C	80 °C
din. viszk, $\mu_{víz}$ [$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$]	?	?	?	?	?	?
kin. viszk, $\nu_{víz}$ [$m^2 \cdot s^{-1}$]	?	?	?	?	?	?

Ábrázolja μ=f(t) vagy ν=f(t) diagramban is a fenti adatokat!

PÉLDA (közegjellemzők)

Egy $V=1m^3$ belső térfogatú ipari fagyasztóládát nyitva hagyunk addig, hogy a teljes levegőtérfogat kicserélődjön a szoba környezeti nyomású és hőmérsékletű (p_0=101325Pa, t_0=25°C, R=287J/(kgK)) meleg levegőre.
Majd a fagyasztóláda (A=0,5mx1m=0,5m^2) felületű tetejét becsukjuk. A hermetikusan zárt fagyasztóládában t=-4C hőmérsékletre hűlt le a levegő.
Ha másnap megpróbáljuk kinyitni a fagyasztóláda tetejét, akkor mekkora erő szükséges a kinyitáshoz? (A levegőt tekintsük ideális gáznak. A láda teteje elhanyagolható tömegű.)

MEGOLDÁS

A gáztörvény ideális gázokra, így a levegőre:
$\rho=p/(R\cdot T)$, ahol $\rho[kg/m^3]=m[kg]/V[m^3]$,
azaz adott V térfogatú levegő tömege adott p nyomáson és T hőmérsékleten:
$m = \rho\cdot V = p\cdot V/(R\cdot T)$

A ládában lévő meleg ill. hideg levegő tömege azonos, hiszen hermetikusan zárt.

$m_{MELEG} = m_{HIDEG}$

$(p_{meleg}\cdot V) / (R\cdot T_{meleg})= (p_{hideg}\cdot V) / (R\cdot T_{hideg})$

A ládában a levegő V térfogata és a R gázállandó is állandó, tehát a belső nyomás változik, ha a meleg levegő lehűl.

$p_{meleg} / T_{meleg}= p_{hideg}\cdot / T_{hideg}$

$p_{hideg}= p_{meleg} \cdot (T_{hideg} / T_{meleg}) = 1001325 \cdot(269/298)= 91464,513423$ Pa (≈91465Pa)

A fagyasztóládán belül tehát 91465Pa értékre csökken a nyomás. Így a külső nyomás nagyobb, mint a belső, tehát ezt a Δp nyomáskülönbséget kell legyőzni a nyitás pillanatában.

$\Delta p= p_{külső} - p_{belső} = p_{meleg} - p_{hideg} = p_{meleg} \cdot [1-(T_{hideg} / T_{meleg})]$=101325Pa - 91465Pa = 9860 Pa

A hűtőláda tetejére ható belső és külső oldala közötti nyomáskülönbségből származó erő igen nagy:

$F=\Delta p \cdot A = 9860Pa\cdot 0,5m^2 = 4930$ N (≈5kN) !!!

PÉLDA ()

A Föld 1,3 milliárd összes személyautójának mind a 4db gumiabroncsát újra cserélik. Tételezzük fel, hogy a környezeti nyomás p_0=101325Pa, a környezeti levegő hőmérséklete pedig t_0=15°C állandó értékű mindenhol (R=287J/kg/K). Legyen minden abroncs belső geometriai térfogata azonos: V_{geom}=40liter, és a töltés alatt állandó, nem deformálódó. Minden új, feltett abroncsban eredetileg V=40 liternyi p_0, t_0 állapotú levegő volt. Ezután minden gumiabroncsot kompresszorok segítségével azonos 2,2bar túlnyomásra töltenek fel. A kompresszorból a feltöltés során melegebb, 37°C állandó hőmérsékletű levegő áramlik az abroncsokba. Tekintsünk el attól, hogy a feltöltés során a hideg és meleg levegő keveredik és változik a hőmérséklete stb. Tekintsük a 2,2 bar túlnyomásra feltöltött abroncsban lévő levegőt 37°C állandó hőmérsékletűnek. **KÉRDÉSEK**:

a) Határozza meg a Föld összes autóabroncsának feltöltéséhez használt levegő tömegét! m=? [kg]

b) Hány autó abroncsainak feltöltéséhez elegendő levegő van a kb. 4000m^3 térfogatú KF51 (AudMax) előadótermünkben? (p_0, t_0 itt is alkalmazható környezeti adatnak)

MEGOLDÁS

A gáztörvény ideális gázokra, így a levegőre:

$\rho=p/(R\cdot T)$, ahol $\rho[kg/m^3]=m[kg]/V[m^3]$,

azaz adott V térfogatú levegő tömege adott p nyomáson és T hőmérsékleten:

$m = \rho\cdot V = p\cdot V/(R\cdot T)$

a)

Alapesetben 1db kerékben felrakás után a p_0, T_0 környezeti állapotú 40 liternyi levegő van, ennek tömege:

$$m_0= p_0\cdot V/(R\cdot T_0)=0{,}049034552 \text{ kg}$$

2,2 bar túlnyomásra (azaz $p=p_0$+2,2bar=101325+220000=321325Pa) nyomásra való feltöltés után 1db kerékben p_1, T_1 környezeti állapotú 40 liternyi levegő van, ennek tömege:

$$m_1= p_1\cdot V/(R\cdot T_1)=0{,}144464426 \text{ kg}$$

A felhasznált levegő tömege a kettő különbsége 1db kerékre:

$$\mathbf{m_{1db} = m_1 - m_0 = 0{,}095429874 \text{ kg} \ (\approx 95g)}$$

valamint az $N_ö$=1,3 milliárd db autó minden kerekére:

$m_{1,3Mrd}$ = 496 235 346 kg (≈ 496 ezer tonna) tömegű levegő kell.

(Ez összesen V= 404 804 626,2 m^3 térfogatú és p_0, T_0 környezeti állapotú levegőt jelent, ami simán elfér kb. 740m oldalhosszúságú kockába, vagy egy 916m átmérőjű gömbbe, vagy egy 1km^2 alapterületű és kb. 405m magas négyzet alapú hasábba.)

b)

A 4000m^3 térfogatú KF51 (AudMAx) előadóteremben lévő levegő tömege:

$$m_{AudMax}= p_0\cdot V/(R\cdot T_0)= 4\,903{,}455285 \text{ kg} \ (\approx 4{,}9 \text{ tonna!})$$

Tehát az előadóteremben lévő levegőtömeg összesen

$N_{autó}$= 4 903,455285 / (4 · 0,095429874) ≈ 12 845 (≈13 ezer)

autó kerekeinek p_0 nyomásról adott p=2,2 bar túlnyomásra való feltöltésére elég!

(Ami azért elég sok autó, kb. ennyi, átlagosan 30 éves Wartburg futott még 2016-ban a magyar utakon, melyek mindegyikének összes kerekét fel tudnánk az AudMax előadóteremben lévő levegőből 2,2 bar túlnyomásra pumpálni.)

PÉLDA (közegjellemzők)

Épp egy focilabda gyárat vettünk meg és úgy döntünk, hogy igen jó reklám lesz az, ha április 1-én az összes (832 218 fő) magyarországi fiúnak 1-1 felfújt focilabdát ajándékozunk. (A lányok más ajándékot kapnak.) Magyarországon jelenleg az alábbi demográfiai létszámadatok állnak rendelkezésre:

	Összesen [fő]	ebből lány [fő]	ebből fiú [fő]
óvodások és iskolások	1 483 246	748 755	734 491
nappali felsőoktatásban tanulók	202 278	104 551	97 727
ÖSSZESEN	1 685 524	853 306	**832 218**

A focilabda gyárunkban N_T=10db egyenként $V_{Tartály}$=10m^3 térfogatú légtartály áll rendelkezésünkre: ezek egyenként 50 bar túlnyomásra (p_T=p_0+50bar=51bar abszolút nyomásra) vannak feltöltve t_{lev}=20°C levegővel. Ezekből tudjuk a focilabdákat adott nyomásra feltölteni.

A FIFA szabályzata szerint gyártott szabványos labda belső térfogata V_{Labda}=5,6 liter. A labda térfogatát és a levegő t_{lev}=20°C hőmérsékletét is tekintsük állandónak, azaz felfújás előtt és után azonosnak. Minden labdát pontosan 1 bar túlnyomásra kell felfújnunk. Felfújás előtti alapállapotban a labda belső nyomása megegyezik a p_0=10^{5}Pa környezeti nyomással.

<u>Adatok</u>: p_0=10^{5}Pa; R=287 J/(kg·K); t_{lev}=20°C; $V_{Tartály}$=10m^3; N_T=10db; V_{Labda}=5,6 l;

<u>KÉRDÉS</u>: Van-e elég levegő a 10db légtartályunkban ahhoz, hogy <u>minden</u> fiú 1-1 db azonos 1 bar túlnyomásra felfújt focilabdát kapjon? (A sűrített levegős tartályaink újratöltése nélkül.) Válaszát számítással indokolja!

MEGOLDÁS

m=ρ·V

ρ=p/(R·T) = m/V

<u>„Hosszú” megoldás:</u>

A V_L=állandó térfogatú labda feltöltéséhez szükséges levegőtömeg a 2bar nyomású végállapotú labdában lévő és az 1bar nyomású alapállapotban már benne lévő levegő tömegek különbsége:

$\Delta m_{L,1db}$= $m_{L,2bar}$ — $m_{L,1bar}$= $\rho_{L,2bar}V_{L,2bar}$ — $\rho_{L,1bar}V_{L,1bar}$ = $V_{L,2bar}$ ($\rho_{L,2bar}$ —$\rho_{L,1bar}$)= $V_{L,2bar}$ ($p_{L,2bar}$ — $p_{L,1bar}$)/(RT_0)

$\Delta m_{L,1db}$=0,0056·(200 000 — 100 000) / (287·293) **= 0,00665945226 kg (≈6,66g≈7g)**

A 10db 50 bar túlnyomásos tartályban lévő levegő labda felfújásra addig használható, amíg a tartályban lévő túlnyomás 1bar –ra nem csökken, utána már nem tudja feltölteni a focilabdát. Az összes rendelkezésre álló levegőtömeg így az 51bar nyomású alap- és a 2bar nyomású végállapotban lévő levegő tömegek különbsége N_T=10db tartályra:

Δm_T= $m_{T,51bar}$ — $m_{T,2bar}$= N_T·[$\rho_{T,51bar}V_{T,51bar}$ — $\rho_{T,2bar}V_{T,2bar}$]= N_T·V_T · ($p_{L,51bar}$ —$p_{L,2bar}$)/(RT_0)

Δm_T=10·10·(4 900 000) / (287·293) = **5827,0207275452 kg (≈5827kg)**

N_L= Δm_T / $\Delta m_{L,1db}$ = <u>875 000 db</u> > 832 218 fő (Tehát minden fiú kaphat labdát.)

(Ha kerekítve 7g-mal és 5827kg-mal számolunk, akkor N_L= 5827kg / 0,007kg = 832 429 db az eredmény, még így is jut minden fiúnak focilabda bolondok napi ajándékként.)

<u>„Rövid” megoldás paraméteresen</u>

N_L=Δm_T / $\Delta m_{L,1db}$= [N_T·V_T ·Δp_T] / [V_L · Δp_L]

N_L= N_T·V_T/V_L ·Δp_T/Δp_L = 10· 10/0,0056·49/1 = <u>875 000 db</u> **> 832 218 fő (Tehát minden fiú kaphat labdát.)**

Cseppfolyós és légnemű közegek összehasonlítása

	Cseppfolyós	Légnemű
Molekulák közötti távolság	kicsi $\cong d_0$	nagy $\cong 10d_0$
Molekulák közötti erő szerepe	nagy $\Rightarrow$ szabad felszínt képez	kicsi $\Rightarrow$ kitölti a rendelkezésre álló teret
Nyomásnövekedés hatása a térfogatra	kicsi $\Rightarrow$ 1000 bar 5% térfogat csökkenést okoz	nagy $\Rightarrow$ T = áll. esetén v az 1/p-vel arányos (1.5)
A viszkozitás forrása	a molekulák közötti vonzóerő	molekulák hőmozgása miatti impulzuscsere
A viszkozitás a hőmérséklet növekedtével a nyomástól	 csökken nem függ	 nő nem függ

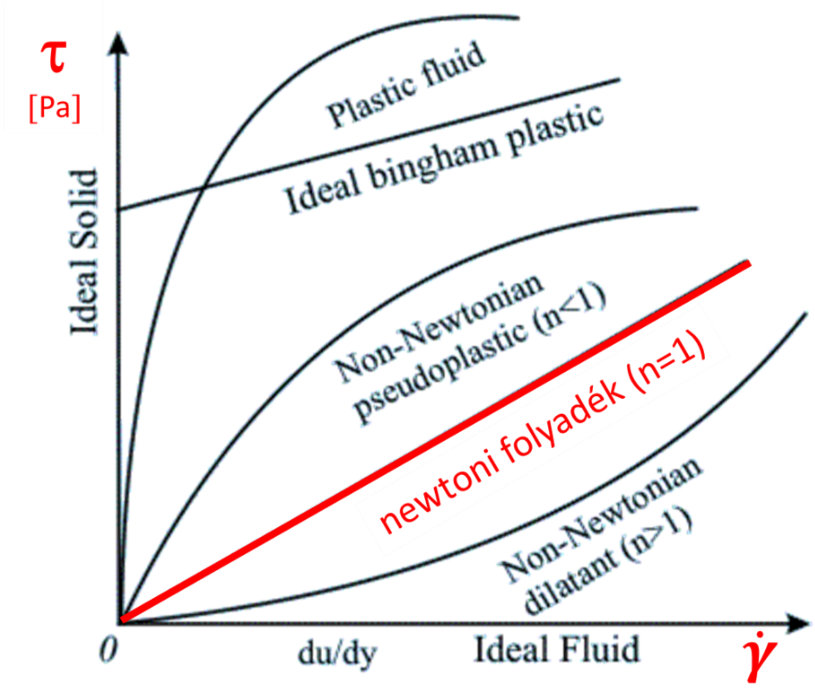
Ideális / valós folyadék

SZEMPONT	VALÓS FOLYADÉK	IDEÁLIS FOLYADÉK
1) anyagszerkezet	molekuláris és inhomogén	folytonos és homogén
2) súrlódás	súrlódásos (viszkózus) $\mu \neq 0$	súrlódásmentes $\mu = 0$
3) összenyomhatóság	összenyomható (kompresszibilis) $\rho \neq$ állandó	összenyomhatatlan (inkompresszibilis) $\rho =$ állandó

Folyadék reológiai görbék, viszkozitás hőmérséklet-függése

1-5.

Reológiai görbék



csúsztatófeszültség:

$$\tau = k \cdot \left(\frac{d\gamma}{dt}\right)^{n}$$

newtoni folyadék
(n=1, k=μ)

$$\boldsymbol{\tau} = \mu \cdot \frac{d\gamma}{dt}$$

deformációsebesség:

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}} = \frac{d\gamma}{dt}$$

dinamikai viszkozitás:

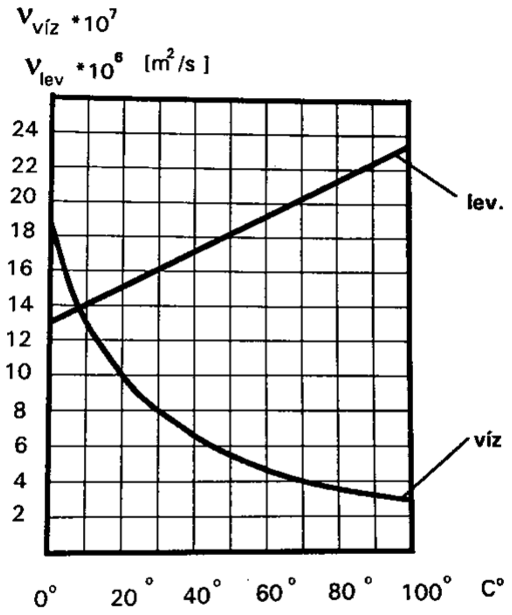
$$\boldsymbol{\mu}\ [\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{-1}]$$

„1D" közelítés:

$$\tau \cong \mu \cdot \frac{dv_x}{dy}$$

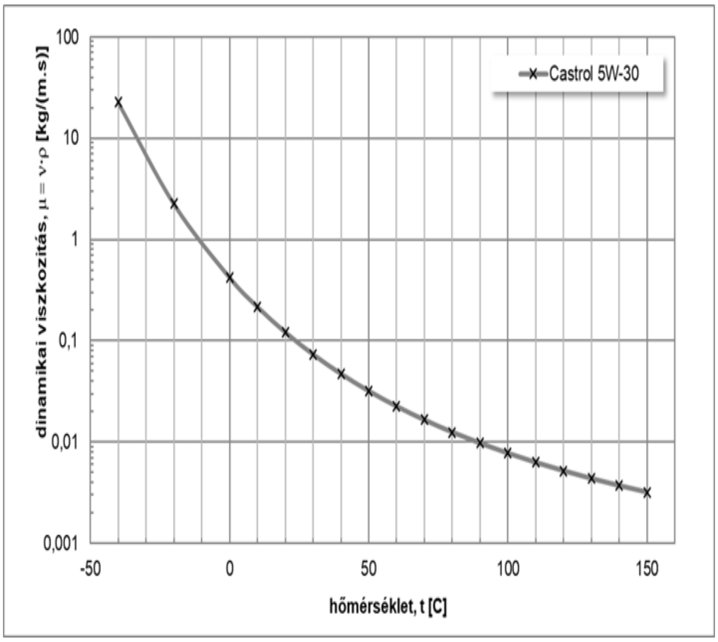
Dr. Suda Jenő Miklós 17

VÍZ, LEVEGŐ



$\mu = \rho\, \nu$; $\rho_{lev} = \frac{p}{R \cdot T}$ ahol $R = 288 \frac{J}{kg \cdot K}$

OLAJ (tipikus 5W-30 motorolaj)



Skalár mennyiségek: pl. p[Pa], ρ[kg/m³], c[kg/m³], T[K])

Skalárterek hely szerinti megváltozása $f(\underline{r})$

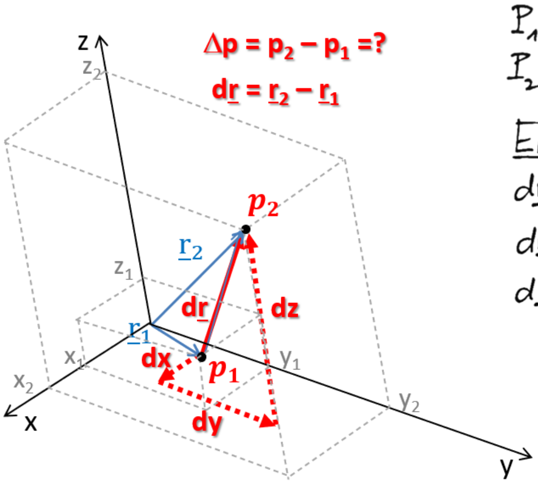
1.

1.4.1. Skalárterek megváltozása

A nyomás $p(\underline{r},t)$ skalár teljes megváltozása:

$$\underbrace{\frac{dp}{dt}}_{\text{teljes}} = \underbrace{\frac{\partial p}{\partial t}}_{\text{lokális}} + \underbrace{\frac{\partial p}{\partial r}\cdot\frac{\partial r}{\partial t}}_{\text{konvektív}}$$

Tekintsük csak a hely szerinti megváltozást!



$$\left.\begin{array}{l} P_1 \text{ pontban } p_1(x_1;y_1;z_1) = \checkmark \\ P_2 \text{ pontban } p_2(x_2;y_2;z_2) = \checkmark \end{array}\right\} \Delta p = p_2 - p_1 = ?$$

Elmozdulásvektor $d\underline{r} = \underline{r}_2 - \underline{r}_1$

$$d\underline{r} = (x_2\underline{i} + y_2\underline{j} + z_2\underline{k}) - (x_1\underline{i} + y_1\underline{j} + z_1\underline{k})$$

$$d\underline{r} = (x_2 - x_1)\underline{i} + (y_2 - y_1)\underline{j} + (z_2 - z_1)\underline{k}$$

$$d\underline{r} = dx\cdot\underline{i} + dy\cdot\underline{j} + dz\cdot\underline{k}$$

Irányonkénti nyomásváltozás:

$$x:\quad dp|_x = \frac{\partial p}{\partial x}\cdot dx$$

$$y:\quad dp|_y = \frac{\partial p}{\partial y}\cdot dy$$

$$z:\quad dp|_z = \frac{\partial p}{\partial z}\, dz$$

1.

összegezve: skalár mennyiség hely szerinti megváltozásai (koord. irányonként) összegezhetők!

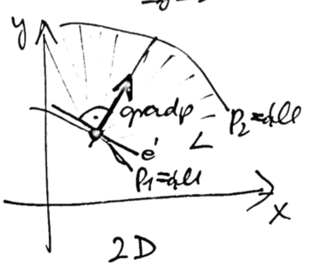
$$dp = dp|_x + dp|_y + dp|_z = \frac{\partial p}{\partial x}\cdot dx + \frac{\partial p}{\partial y}dy + \frac{\partial p}{\partial z}dz$$

$$\boxed{dp = \underbrace{\text{grad}\, p}_{\text{nyomásgradiens vektor}} \cdot d\underline{r}}$$

$$\boxed{\text{grad}\, p = \frac{\partial p}{\partial x}\cdot\underline{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\cdot\underline{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\cdot\underline{k}} = \underline{\nabla} p$$

$$\boxed{\underline{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\underline{i} + \frac{\partial}{\partial y}\underline{j} + \frac{\partial}{\partial z}\underline{k}} \longleftarrow \text{nábla operátor}$$

Gradiens vektor tulajdonságai:



a, A skalár menny. legrohamosabb változásának irányával párhuzamos

b, " + változásának /növekedésének/ irányába mutat

c, Hossza a változás rohamosságával arányos

d, Merőleges szintvonalra, ~felületre.

1-5. p[Pa], ρ[kg/m³], c[kg/m³], T[K] skalártér hely szerinti megváltozása

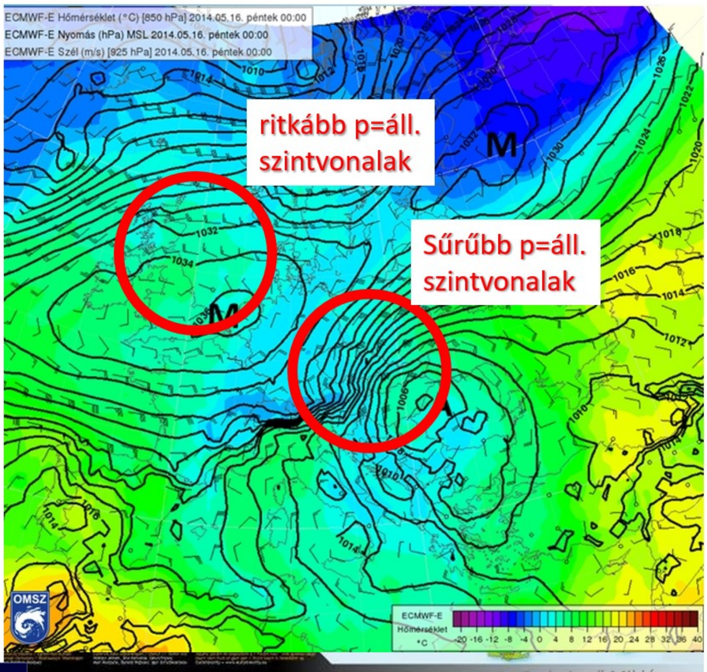
Nyomásváltozás, Δp [Pa] : $\Delta p = \mathrm{grad}p \cdot d\underline{r}$	ahol a nyomásgradiens vektor, [Pa/m]: $\mathrm{grad}p = \frac{\partial p}{\partial x}\underline{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\underline{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\underline{k}$
Sűrűség-változás, Δρ [kg/m³] : $\Delta \rho = \mathrm{grad}\rho \cdot d\underline{r}$	ahol a sűrűség-gradiens vektor, [kg·m⁻³ /m]: $\mathrm{grad}\rho = \frac{\partial \rho}{\partial x}\underline{i} + \frac{\partial \rho}{\partial y}\underline{j} + \frac{\partial \rho}{\partial z}\underline{k}$
Koncentráció-változás, Δc [kg/m³] : $\Delta c = \mathrm{grad}c \cdot d\underline{r}$	ahol a koncentráció-gradiens vektor, [kg·m⁻³ /m]: $\mathrm{grad}c = \frac{\partial c}{\partial x}\underline{i} + \frac{\partial c}{\partial y}\underline{j} + \frac{\partial c}{\partial z}\underline{k}$
Hőmérséklet-változás, ΔT [K] : $\Delta T = \mathrm{grad}T \cdot d\underline{r}$	ahol a hőmérséklet-gradiens vektor, [K/m]: $\mathrm{grad}T = \frac{\partial T}{\partial x}\underline{i} + \frac{\partial T}{\partial y}\underline{j} + \frac{\partial T}{\partial z}\underline{k}$

1-5. nyomásgradiens

$$\mathrm{grad}p = \frac{\partial p}{\partial x}\underline{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\underline{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\underline{k}$$

$$\mathrm{grad}p = \underline{\nabla}p$$

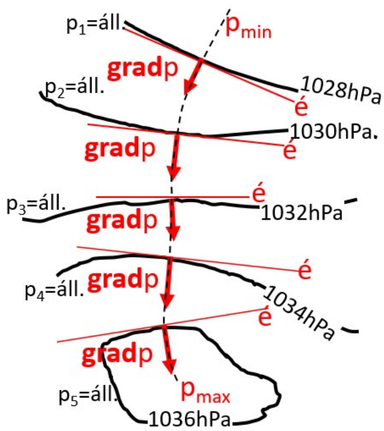
p_0 = 101325 Pa = 1013,25 hPa



1) p=állandó nyomás (izobár) szintvonalak
2) Háttér t[°C] hőmérséklet szerint színezve

gradp tulajdonságai:

- Iránya: szintvonalra (-felületre) merőleges.
- Legrohamosabb nyomás-növekedés irányába mutat.
-



FORRÁS: Ciklon Közép-Európa felett: http://www.met.hu/ismeret-tar/erdekessegek_tanulmanyok/index.php?id=1095&hir=Ciklon_Kozep-Europa_felett

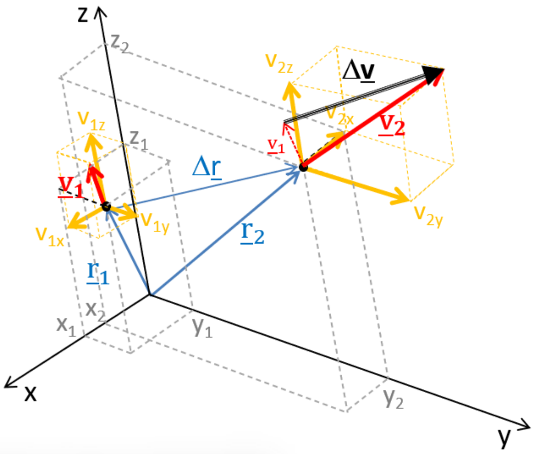
1-5.

Vektortér $\underline{v}(\underline{r},t)$

$$\underline{v} = v_x \cdot \underline{i} + v_y \cdot \underline{j} + v_z \cdot \underline{k}$$

Sebességvektor skalár komponensei:

$$v_x(\underline{r},t) \quad v_y(\underline{r},t) \quad v_z(\underline{r},t)$$



Vektor mennyiség **<u>hely szerinti</u>** megváltozása hogyan írható fel?

$$\Delta\underline{v} = ?$$

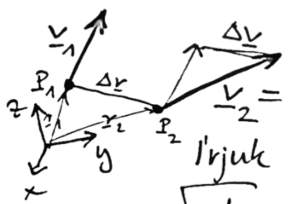
$$\Delta\underline{v} = \underline{v}_2 - \underline{v}_1$$

1.

1.4.2. <u>Vektorterek megváltozásának jellemzése</u>:

Sebességvektor $\underline{v}(\underline{r},t)$, Euler-féle leírásban

$\underline{v} = v_x \cdot \underline{i} + v_y \cdot \underline{j} + v_z \cdot \underline{k}$ — skalár komponensek!



$\underline{v}_2 = \underline{v}_1 + \Delta\underline{v}$

Sebességvektor hely szerinti megváltozása $\Delta\underline{v} = \underline{v}_2 - \underline{v}_1$

Írjuk fel a sebesség komponensek megváltozásait:

$$\boxed{dv_x} = dv_x|_x + dv_x|_y + dv_x|_z = \frac{\partial v_x}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial v_x}{\partial y} dy + \frac{\partial v_x}{\partial z} dz = \boxed{\mathrm{grad}\, v_x \cdot d\underline{r}}$$

$$\boxed{dv_y} = dv_y|_x + dv_y|_y + dv_y|_z = \frac{\partial v_y}{\partial x} dx + \frac{\partial v_y}{\partial y} dy + \frac{\partial v_y}{\partial z} dz = \boxed{\mathrm{grad}\, v_y \cdot d\underline{r}}$$

$$\boxed{dv_z} = dv_z|_x + dv_z|_y + dv_z|_z = \frac{\partial v_z}{\partial x} dx + \frac{\partial v_z}{\partial y} dy + \frac{\partial v_z}{\partial z} dz = \boxed{\mathrm{grad}\, v_z \cdot d\underline{r}}$$

1. A sebességvektor hely szerinti megváltozása

$$\Delta \underline{v} = \begin{bmatrix} \text{grad}\, v_x \cdot d\underline{r} \\ \text{grad}\, v_y \cdot d\underline{r} \\ \text{grad}\, v_z \cdot d\underline{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x}dx + \frac{\partial v_x}{\partial y}dy + \frac{\partial v_x}{\partial z}dz \\ \frac{\partial v_y}{\partial x}dx + \frac{\partial v_y}{\partial y}dy + \frac{\partial v_y}{\partial z}dz \\ \frac{\partial v_z}{\partial x}dx + \frac{\partial v_z}{\partial y}dy + \frac{\partial v_z}{\partial z}dz \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{\partial v_x}{\partial y} & \frac{\partial v_x}{\partial z} \\ \frac{\partial v_y}{\partial x} & \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_y}{\partial z} \\ \frac{\partial v_z}{\partial x} & \frac{\partial v_z}{\partial y} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix}}_{\text{deriválttenzor}} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\Delta \underline{v} = \underline{\underline{D}} \cdot d\underline{r}}$$

Deriválttenzor $\underline{\underline{D}} = \dfrac{\partial \underline{v}}{\partial \underline{r}}$

A sebességvektor mindhárom (v_x, v_y, v_z) sebességkomponensének minden (x, y, z) irányú hely szerinti megváltozását tartalmazza.

Ha az áramlási térben a folyadékra $\underline{\underline{D}} = \emptyset$ jellemző, akkor a $\underline{v}$ sebességvektor semelyik komponense sem változik semelyik irányba. Az alábbiak szerint

- vagy $\underline{v} = \emptyset$ esetén (hidrosztatikai probléma)
- vagy $\underline{v} =$ állandó (v_x=áll; v_y=áll.; v_z=áll.) mindenhol

1-5.

Vektortér $\underline{v}(\underline{r},t)$

$$\underline{v} = v_x \cdot \underline{i} + v_y \cdot \underline{j} + v_z \cdot \underline{k}$$

Sebességvektor skalár komponensei:

$$v_x(\underline{r},t) \quad v_y(\underline{r},t) \quad v_z(\underline{r},t)$$

A $\underline{v}$ időegységre jutó teljes megváltozása = lokális megváltozás + konvektív megváltozás

$$\frac{d\underline{v}}{dt} = \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + \frac{\partial \underline{v}}{\partial \underline{r}} \frac{\partial \underline{r}}{\partial t} \qquad \underline{a}_{teljes} = \underline{a}_{lok} + \underline{a}_{konv}$$

1.4.2. Vektor mennyiség **hely szerinti** megváltozása

$$\Delta \underline{v} = ?$$

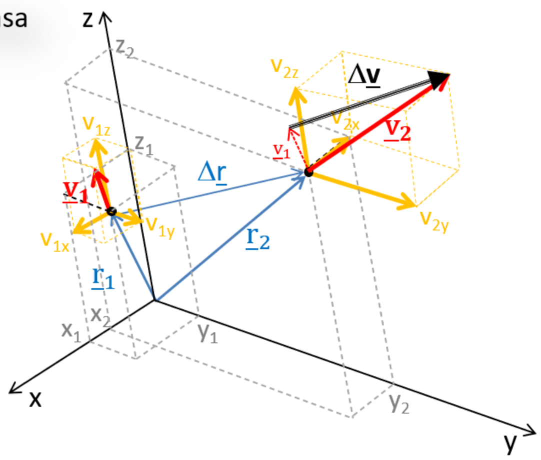
$$\underline{v}_2 = \underline{v}_1 + \Delta \underline{v}$$

$$\Delta \underline{v} = \underline{v}_2 - \underline{v}_1$$

$$\Delta \underline{v} = \underline{\underline{D}} \cdot \Delta \underline{r}$$

$$\underline{a}_{teljes} = \underline{a}_{lokális} + \underline{a}_{konvektív}$$

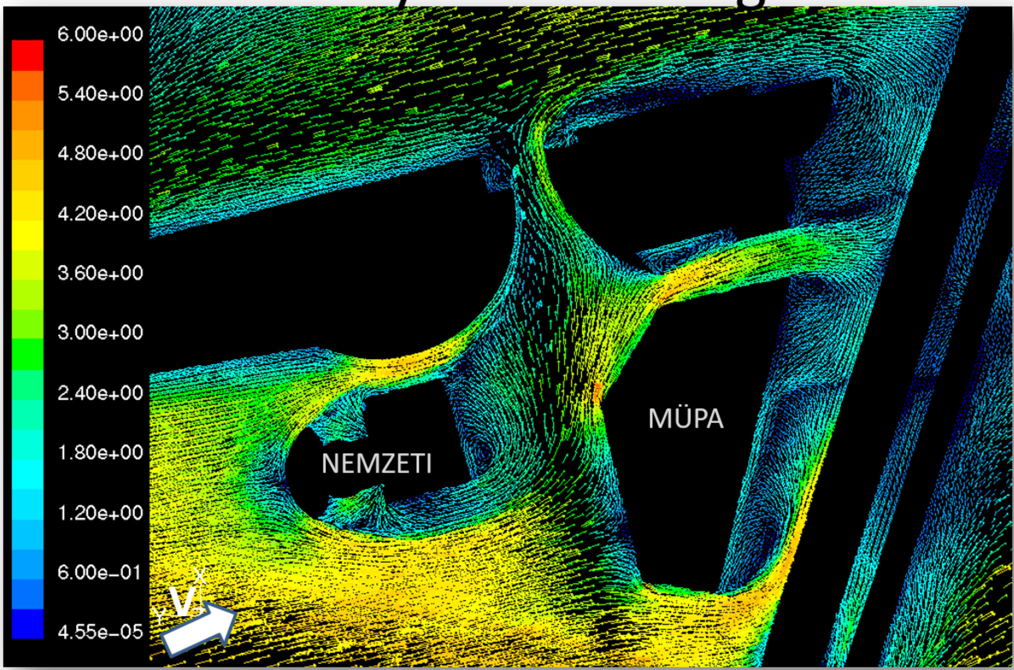
$$\frac{d\underline{v}}{dt} = \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + \underline{\underline{D}} \cdot \underline{v}$$



1-5.

$\underline{v}(\underline{r},t)$

vektorterek hely szerinti megváltozása



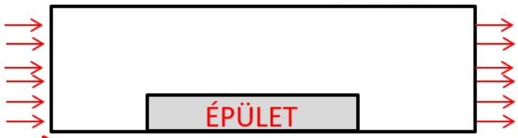
Sebességeloszlás épületek körül, egy vízszintes síkban (járókelő szinten)

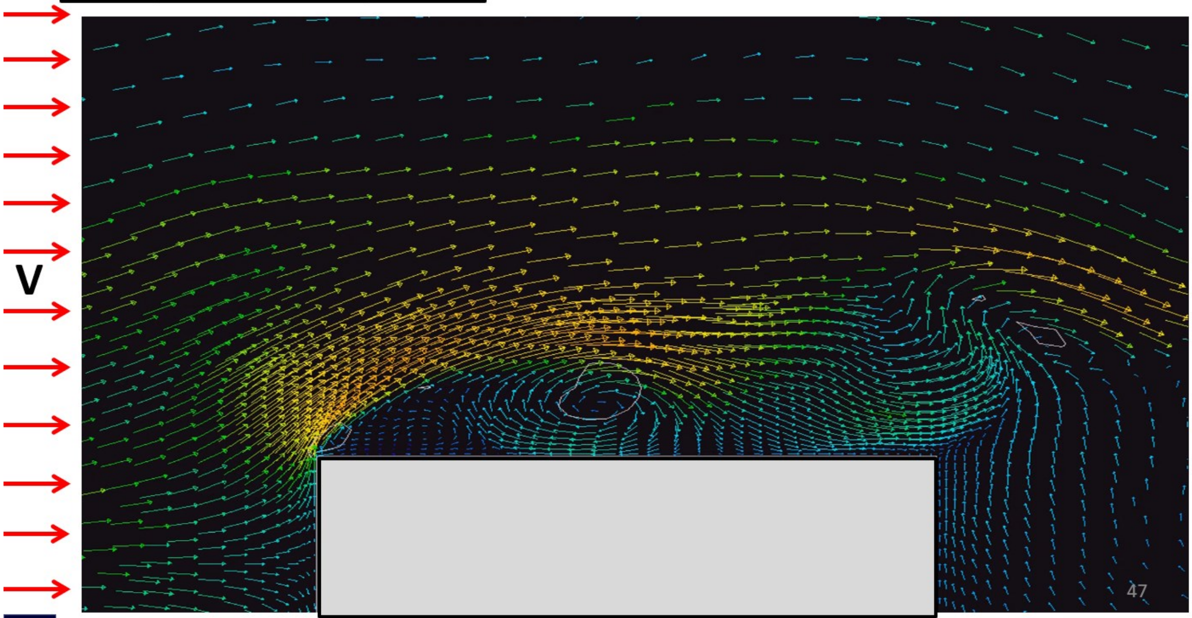
1-5.

Vektortér $\underline{v}(\underline{r},t)$

$$\underline{v} = v_x \cdot \underline{i} + v_y \cdot \underline{j} + v_z \cdot \underline{k}$$

$$v_x(\underline{r},t) \quad v_y(\underline{r},t) \quad v_z(\underline{r},t)$$





Matematikai bevezető

Kapcsolódó: div$\underline{v}$, Gauss-Osztrogradszkij-tétel, rot$\underline{v}$, Stokes-tétel