

1.fak.ZH



Név:..... NEPTUN kód:.....

Alapszak:..... **MEGOLDÁS**... **MEGOLDÁS**

Aláírás:..... ÜLŐHELY sorszám: KM34/.....

PONTSZÁM:

Toll és számológép kivételével semmilyen segédeszköz nem használható!

1.FELADAT (ELMÉLET, max.5pont = 5 × 1pont. Csak a tökéletesen jó válasz ér 1 pontot)

1.1) Jelölje egyértelműen (pl. karikázza be) az összes helyes válasz betűjelét!

A dinamikai viszkozitás mértékegysége:

- | | | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|--------------------|--------------------|
| A) $\frac{kg}{m \cdot s}$ | B) $\frac{kg}{m^2 \cdot s}$ | C) $\frac{kg}{m \cdot s^2}$ | D) $\frac{m}{s^2}$ | E) $\frac{m^2}{s}$ |
| A) $\frac{kg}{m \cdot s^2}$ | B) $\frac{kg}{m^2 \cdot s}$ | C) $\frac{kg}{m \cdot s}$ | D) $\frac{m}{s^2}$ | E) $\frac{m^2}{s}$ |

1.2) Jelölje egyértelműen (pl. karikázza be) az összes helyes válasz betűjelét!

A konvektív gyorsulást az alábbi kifejezéssel vagy kifejezésekkel írható le helyesen:

- | | | | | |
|---|--|---|--|---|
| A) $\underline{\underline{D}} \cdot \underline{v}$ | B) $\frac{\partial \underline{v}}{\partial \underline{r}} \cdot \underline{v}$ | C) $\frac{\partial \underline{v}}{\partial \underline{r}} \cdot d\underline{r}$ | D) $\underline{\underline{D}} \cdot d\underline{r}$ | E) $\frac{\partial \underline{v}}{\partial t}$ |
| A) $\underline{\underline{D}} \cdot d\underline{r}$ | B) $\frac{\partial \underline{v}}{\partial t}$ | C) $\underline{\underline{D}} \cdot \underline{v}$ | D) $\frac{\partial \underline{v}}{\partial \underline{r}} \cdot \underline{v}$ | E) $\frac{\partial \underline{v}}{\partial \underline{r}} \cdot d\underline{r}$ |

1.3) Jelölje egyértelműen (pl. karikázza be) az összes helyes válasz betűjelét!

Az Euler-egyenlet levezetésekor használt egyetlen érvényességi feltétel az alábbi:

- | | | | | |
|--|------------------------------------|--|----------------------------|---------------------------|
| A) $\frac{\partial \underline{v}}{\partial t} = 0$ | B) $\underline{g} = -\text{grad}U$ | C) $\underline{\mu} = 0$ | D) $\rho = \text{állandó}$ | E) $p_0 = \text{állandó}$ |
| A) $\underline{\mu} = 0$ | B) $\underline{g} = -\text{grad}U$ | C) $\frac{\partial \underline{v}}{\partial t} = 0$ | D) $\rho = \text{állandó}$ | E) $p_0 = \text{állandó}$ |

1.4) Jelölje egyértelműen (pl. karikázza be) az összes helyes válasz betűjelét!

A folytonosság tétel stacioner áramlásra vonatkozó helyes alakja:

- | | | | | |
|---|--|---|---|--|
| A) $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ | B) $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \underline{v}) = 0$ | C) $\text{div}(\rho \underline{v}) = 0$ | D) $\text{div} \underline{v} = 0$ | E) $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \underline{v} = 0$ |
| A) $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ | B) $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \underline{v}) = 0$ | C) $\text{div} \underline{v} = 0$ | D) $\text{div}(\rho \underline{v}) = 0$ | E) $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \underline{v} = 0$ |

1.5) Jelölje egyértelműen (pl. karikázza be) az összes helyes válasz betűjelét!

Az Euler-egyenletben szereplő ($-\underline{v} \times \text{rot} \underline{v}$) tag értéke a Bernoulli-egyenlet levezetésekor történő integrálása során akkor zérus értékű, ha:

- | | | | | |
|----------------------------|---|--|--|---|
| A) áramvonalon integrálunk | B) $\underline{v} \parallel d\underline{s}$ | C) örvényvonalon integrálunk | D) $\text{rot} \underline{v} \parallel d\underline{s}$ | E) $\underline{v} = 0$ |
| A) $\underline{v} = 0$ | B) örvényvonalon integrálunk | C) $\text{rot} \underline{v} \parallel d\underline{s}$ | D) áramvonalon integrálunk | E) $\underline{v} \parallel d\underline{s}$ |

2.FELADAT

(8pont)

Egy A0 (841mm × 1189mm) méretű, súlytalannak tekinthető, merev, W=1mm vastag sík lemezt húzunk $v_{x,A0}=1\text{m/s}$ állandó sebességgel vízszintesen x irányban a rögzített alaplapra kiöntött vékony (s=0,1mm), ismeretlen viszkozitású, 900kg/m^3 sűrűségű folyadékfilmen. Ehhez az állaphoz szükséges vontatási teljesítmény mért értéke ismert: $P_{vont}=100\text{W}$.

FELTÉTELEK:

résben lineáris sebességprofil, newtoni folyadék;

viszkózus veszteségen kívüli minden más veszteség elhanyagolható.

KÉRDÉSEK:

A) Számítsa ki, hogy mekkora F_x vontató erő szükséges ehhez az állapothoz!

B) Számítsa ki a lemez és álló alaplap közötti részben ébredő τ csúsztatófeszültség értékét!

C) Számítsa ki a folyadék dinamikai viszkozitását!

D) Mekkora sebességgel mozgathatnánk egy A4 méretű (297mm × 210mm) lemezt ugyanekkora vontatási teljesítménnyel? (Minden más paraméter azonos.) Válaszát indokolja! $v_{x,A4}=?$



MEGOLDÁS (A lap túoldalán is folytathatja a megoldást)

A) A vontatási erő: $F_x = \frac{P_{vont}}{v_x} = \frac{100\text{W}}{1\text{m/s}} = 100\text{N}$

B) A csúsztatófeszültség: $\tau = \frac{F_x}{A_{A0}} = 100,0051\text{Pa}$ (Ha $A_{A0}=1\text{m}^2$ értékkel számolunk, akkor 100Pa)

C) A dinamikai viszkozitás: $\mu = \frac{\tau}{\frac{\partial v}{\partial t}} \cong \frac{\tau}{\frac{\partial v_x}{\partial y}} = \frac{\tau}{\frac{v_x}{s}} = \frac{100}{0,0001} = 0,01 \text{ kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$

D) A vontatási teljesítmény azonos. A vontatási teljesítmény a sebesség négyzetével arányos!

$$P_{vont,A0} = P_{vont,A4}$$

$$P_{vont,A0} = F_{x,A0} \cdot v_{x,A0} = \tau_{A0} \cdot A_{A0} \cdot v_{x,A0} = \frac{\mu \cdot A_{A0}}{s} \cdot v_{x,A0}^2 \quad P_{vont,A4} = F_{x,A4} \cdot v_{x,A4} = \tau_{A4} \cdot A_{A4} \cdot v_{x,A4} = \frac{\mu \cdot A_{A4}}{s} \cdot v_{x,A4}^2$$

Mivel a viszkozitás és a résméret azonos, az A4 méretű lemez sebessége a keresztmetszetviszony gyökével arányos:

$$A_{A0} = 841\text{mm} \times 1189\text{mm} = 999\,949 \text{ mm}^2 \approx 1 \text{ m}^2$$

$$A_{A4} = 297\text{mm} \times 210\text{mm} = 62\,370 \text{ mm}^2 \approx 1/16 \text{ m}^2$$

$$\frac{A_{A0}}{A_{A4}} = 16,0325311665865 \dots$$

$$\sqrt{\frac{A_{A0}}{A_{A4}}} = 4,004064393321491 \dots$$

Tehát az A0-hoz képest a ~16-od akkora méretű A4 méretű lemezt négyszeres sebességgel tudjuk vontatni, ha azonos vontatási teljesítmény áll rendelkezésre:

$$v_{x,A4} = v_{x,A0} \sqrt{\frac{A_{A0}}{A_{A4}}} = 4,004064\text{m/s} \quad (\approx 4\text{m/s})$$

Az A0-hoz képest az A4 lemez esetén a csúsztatófeszültség négyszeres: $\tau_{A4} \cong \mu \frac{v_{x,A4}}{s} = 0,01 \frac{4}{0,0001} = 400\text{Pa}$

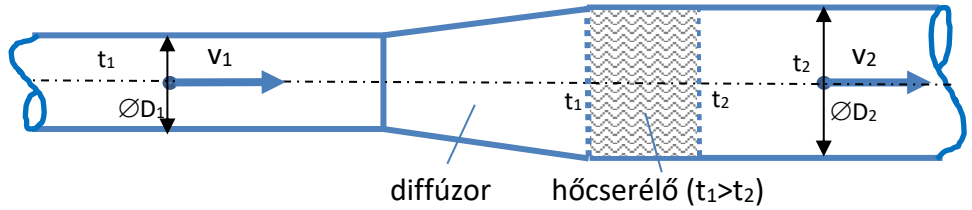
Az A0-hoz képest az A4 lemez esetén a vontatási erő negyedakkora: $F_{x,A4} = \tau_{A4} A_{A4} = 400 \frac{1}{16} = 25\text{N}$

vagy $F_{x,A4} = \frac{P_{vont}}{v_{x,A4}} = \frac{100\text{W}}{4\text{m/s}} = 25\text{N}$

3.FELADAT

(8pont)

A $\varnothing D_1=2000\text{mm}$ átmérőjű csőben $t_1=200^\circ\text{C}$ hőmérsékletű forró füstgáz ($R=287\text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$) áramlik $54000\text{ m}^3/\text{h}$ értékű állandó térfogatárammal. A diffúzor utáni hőcserélőn áthaladva a füstgáz $t_2=100^\circ\text{C}$ hőmérsékletre hűl le, majd a $\varnothing D_2=3000\text{mm}$ csőszakaszon áramlik tovább. A csőben a statikus nyomás a sűrűségszámítás szempontjából mindenhol $p=1,2\text{bar}$ állandó értékűnek vehető.



KÉRDÉSEK: Számítsa ki az „1” és a „2” keresztmetszetekben az átlagsebességeket, a „2” keresztmetszetek térfogatáramát, illetve az áramló közeg tömegáramát!

MEGOLDÁS (A lap túloldalán is folytathatja a megoldást)

A rendszer egy ún. „áramcső”-nek tekinthető, melyben stacioner áramlás esetén a $q_m=\text{állandó}$ az áramcső bármely keresztmetszetében.

A folytonosság tétele stacioner esetben az „1” és „2” keresztmetszetek között:

$$q_{m,1} = q_{m,2}$$

$$\rho_1 \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot A_2$$

$$\rho_1 \cdot q_{v,1} = \rho_2 \cdot q_{v,2}$$

$$q_{v,1} = v_1 \cdot A_1$$

$$q_{v,2} = v_2 \cdot A_2$$

Fentiben a térfogatáramok:

A levegő sűrűsége gáztörvénnyel a helyi $p=1,2\text{bar}=120000\text{Pa}=p_1=p_2$ nyomás és a helyi T_1 ill. T_2 hőmérséklet és R ismeretében számítható:

$$\rho_1 = p_1 / (R \cdot T_1) = 0,883971\text{ kg}/\text{m}^3$$

$$\rho_2 = p_2 / (R \cdot T_2) = 1,120961\text{ kg}/\text{m}^3$$

Az „1” és „2” keresztmetszeteken a keresett mennyiségek számíthatók.

Az „1” átlagsebesség: $v_1 = q_{v,1} / A_1 = 4,77\text{ m}/\text{s}$

A tömegáram: $q_m = \rho_1 \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho_1 \cdot q_{v,1} = 13,26\text{ kg}/\text{s} = 47734,45\text{ kg}/\text{h}$

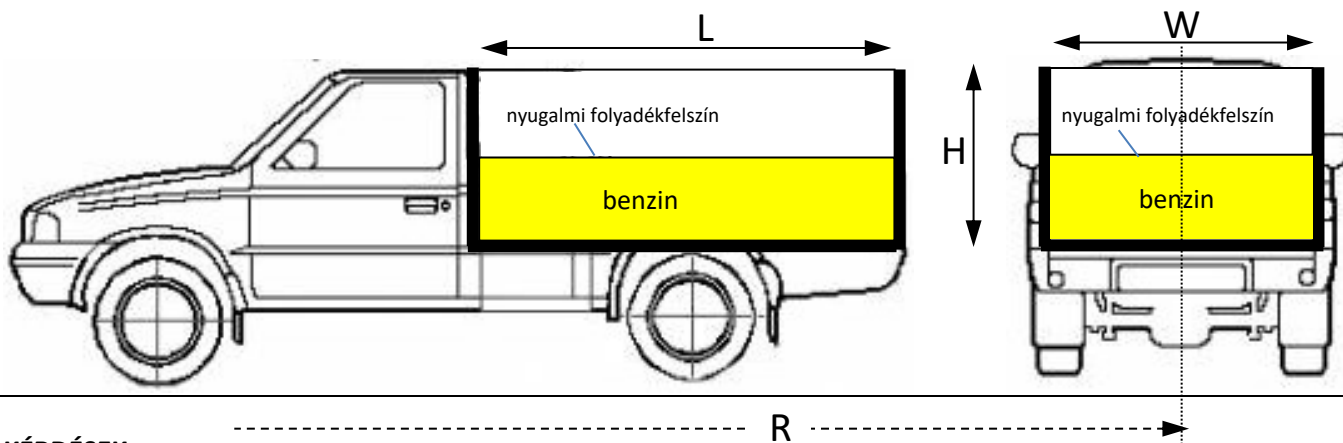
A térfogatáramok: $q_{v,2} = q_m / \rho_2 = 11,82875\text{ m}^3/\text{s} = 42583,51\text{ m}^3/\text{h}$

A „2” átlagsebesség: $v_2 = q_{v,2} / A_2 = q_m / (\rho_2 \cdot A_2) = 1,67\text{ m}/\text{s}$

4.FELADAT

(8pont)

A benzinkúton egy autós a hátsó rakterében egy felül teljesen nyitott, $L=2,5m$ hosszú, $H=1m$ magas, $W=1,8m$ széles téglatest alakú tartályt félig töltött benzinnel. Az autó álló helyzetében a benzin nyugalmi folyadékfelszíne vízszintes (lásd ábra). **FELTÉTELEK:** ideális közeg **ADATOK:** $g=10N/kg$; $\rho_{benzin}=750kg/m^3$; $p_0=10^5Pa$



KÉRDÉSEK:

- A) Legfeljebb mekkora gyorsulással indulhat el az autó menetirány szerint előre, vízszintes úton úgy, hogy a benzin hátrafelé még éppen ne folyjon ki a tartályból? $a_{max}=?$
 - B) Rajzolja be az ábrába az A) kérdésben kiszámolt a_{max} gyorsulással haladó autó esetén a gyorsuló folyadékfelszín alakját és a nyomásgradiens vektort!
 - C) Számolja ki a folyadékban ekkor érvényes legnagyobb túlnyomás értékét és jelölje be ezt a pontot az ábrába is!
 - D) Mekkora erő hat ekkor a tartály hátfalára?
- PLUSZ KÉRDÉS +5 pontért)** Legfeljebb mekkora állandó sebességgel haladhat ez az autó a saját $R=12m$ sugarú fordulókörén úgy, hogy a benzin még pont ne folyjon ki oldalra a tartályból? $v_{max}=?$

MEGOLDÁS (A lap túloldalán is folytathatja a megoldást)

A) A hidrosztatika alapegyenlete $p/\rho+U=$ állandó alapján a gyorsuló folyadék felszínének bármely két pontjában mivel azonos a p_0 nyomás, így a potenciál is azonos. Az eredő erőter potenciálfüggvénye $U_e = g \cdot z + a \cdot x$. Ha az x tengely balra (menetirányba) ill. a z tengely felfelé mutat, és az (x,z) koordinátarendszer $x_0=0m$ és $z_0=0m$ origóját a tartály $L/2$ félhosszánál a nyugalmi vízfelszín közepén vesszük fel, akkor az a_{max} gyorsulásra pl. oldalnézetben a gyorsuló folyadék felszín bal alsó sarokpontban („1”: $x_1=+1,25m$ és $z_1=-0,5m$) és a jobb felső sarokpontban („2”: $x_2=-1,25m$ és $z_2=+0,5m$) felvett pontok koordinátáinak behelyettesítésével kapjuk:

$$g \cdot z_1 + a_{max} \cdot x_1 = g \cdot z_2 + a_{max} \cdot x_2$$

$$a_{max} = g \frac{(z_2 - z_1)}{(x_1 - x_2)} = 10 \frac{(0,5 - (-0,5))}{(1,25 - (-1,25))} = 10 \frac{1}{2,5} = 4m/s^2$$

B) A legnagyobb túlnyomás a g_e eredő térerősségvektor irányába mutató $grad p$ nyomásgradiens vektor irányában a vízfelszíntől (arra merőlegesen) haladva a folyadékban lévő legtávolabbi pontban van. Ez az ábrán jobb alsó sarokpont („3”). Itt a túlnyomás a legegyszerűbben a „3” pont fölötti folyadékoszlop nyomása, tehát a vízfelszínen lévő („2”) pont és a „3” pont között felírt hidrosztatika alapegyenlete alapján kapható meg:

$$\frac{p_2}{\rho} + U_2 = \frac{p_3}{\rho} + U_3$$

Eszerint a $(p_3 - p_2)$ túlnyomás az 1m folyadékoszlop nyomásával $\Delta p_{túl,max} = (p_3 - p_2) = (p_3 - p_0) = \rho(U_2 - U_3) = \rho g(z_2 - z_3) = 750 \cdot 10 \cdot (0,5 - (-0,5)) = 7500Pa$ értékkel egyenlő.

C) A hátfalon „2”-ből (p_0) fentről lefelé „3” (azaz $p_0+7500Pa$) felé lineárisan nő a túlnyomás: 0Pa-ról 7500Pa értékre, tehát az átlagos túlnyomás a hátfalon ennek fele: $\overline{\Delta p}_{túl,átl} = 3750Pa$.

D) A hátfal mérete: $A_{hátfal}=W \times H=1,8 m^2$.

Itt az adott t időpillanatban a nyomáskülönbségből ható erő: $F_{hátfal} = \overline{\Delta p}_{túl,átl} A_{hátfal} = 3750Pa \cdot 1,8 m^2 = 6750 N$

PLUSZ KÉRDÉS +5 pontért):

Hagyom még gondolkodni Önöket! Addig is: https://youtu.be/wsWn_w9Ffpw?si=hikkcdQkpVD6kh9v

5.FELADAT (8pont)

Egy felül zárt, $p_t=4,5\text{bar}$ nyomású, $H=10\text{m}$ szintig vízzel töltött tartályhoz alul két különböző átmérőjű, azonos hosszúságú, vízszintes tengelyű szakaszból álló csővezeték csatlakozik. A csővégen lévő gömbcsap teljesen nyitott állapotban van, stacioner áramlási állapot.

FELTÉTELEK: ideális közeg; stacioner áramlási állapot; $A_{\text{tartály}} \gg A_{\text{cső}}$; az átmeneti idomok és a gömbcsap hosszúsága elhanyagolható; a gömbcsap be- és kiáramlási keresztmetszete azonos a csatlakozó csőével. (Az ábra nem méretarányos.)

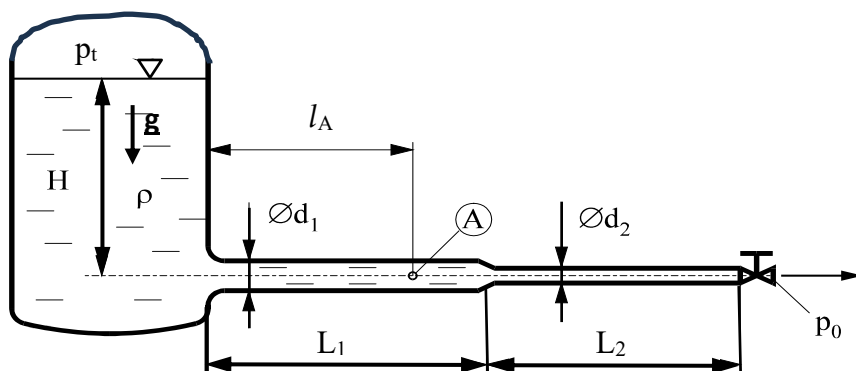
ADATOK: $p_0=10^5\text{Pa}$; $\rho=1000\text{kg/m}^3$; $d_1=50\text{mm}$; $d_2=25\text{mm}$; $g=10\text{N/kg}$; $L_1=20\text{m}$; $L_2=20\text{m}$; $l_A=15\text{m}$

KÉRDÉSEK:

A) Számítsa ki a víz csővégi kiáramlási sebességét!

B) Számítsa ki a víz „A” pontbeli statikus, dinamikus és össznyomását!

C) Számítsa ki, mekkora lenne a csővégi kiáramlási sebesség, ha az „A” pontnál egy 90° könyökidomot építenénk be a vezetékbe, tehát az „A” ponttól kezdődően a csővezeték a függőlegesbe fordulna!



MEGOLDÁS (A lap túloldalán is folytathatja a megoldást)

A) A tartály folyadékfelszín egy pontja („1”) és a kiáramlási keresztmetszetben felvett („2”) pont közötti áramvonalon felírva a Bernoulli-egyenlet megadott feltételeknek megfelelő alakját:

$$p_1 + \frac{\rho}{2}v_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{\rho}{2}v_2^2 + \rho g z_2$$

Kapjuk a kiáramlási sebességre

$$v_2 = \sqrt{\frac{2(p_t - p_0)}{\rho} + 2gH} = \sqrt{\frac{2(450000 - 100000)}{1000} + 2 \cdot 10 \cdot 10} = \sqrt{700 + 200} = 30\text{m/s}$$

B) A folytonosság tételét a kilépési „2” és az „A” pont között felírva kapjuk az „A” pontbeli áramlási sebességet:

$$v_A = v_2 \frac{A_2}{A_A} = v_2 \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 = 30 \cdot \frac{1}{4} = 7,5\text{m/s}$$

Az „A” pontban a dinamikus nyomás:

$$p_{A,din} = \frac{\rho}{2}v_A^2 = \frac{1000}{2}7,5^2 = 28125\text{Pa}$$

Az „A” pontbeli statikus nyomás pl. az „A” pont és a „2” pont közötti áramvonalra felírt Bernoulli-egyenletből kapható:

$$p_A + \frac{\rho}{2}v_A^2 + \rho g z_A = p_2 + \frac{\rho}{2}v_2^2 + \rho g z_2$$

Fentit $z_A=z_2$ felhasználásával az „A” pontbeli keresett $p_A=p_{A,st}$ statikus nyomásra rendezve kapjuk:

$$p_A = p_0 + \frac{\rho}{2}v_2^2 - \frac{\rho}{2}v_A^2 = 100000 + \frac{1000}{2}30^2 - \frac{1000}{2}7,5^2 = 521875\text{Pa}$$

Az „A” pontbeli statikus nyomást pl. a tartály folyadékfelszín és az „A” pont közötti áramvonalra felírt Bernoulli-egyenletből is megkaphatjuk:

$$p_t + \frac{\rho}{2}v_t^2 + \rho g z_t = p_A + \frac{\rho}{2}v_A^2 + \rho g z_A$$

Fentit $H=z_t-z_A$ és $v_t \approx 0$ felhasználásával az „A” pontbeli keresett $p_A=p_{A,st}$ statikus nyomásra rendezve kapjuk:

$$p_A = p_t + \rho g H - \frac{\rho}{2}v_A^2 = 450000 + 1000 \cdot 10 \cdot 10 - \frac{1000}{2}7,5^2 = 521875\text{Pa}$$

Az „A” pontban az össznyomás:

$$p_{A,\ddot{o}} = p_{A,st} + p_{A,din} = p_A + \frac{\rho}{2}v_A^2 = 550000\text{Pa} \quad (ami = p_t + \rho g H)$$

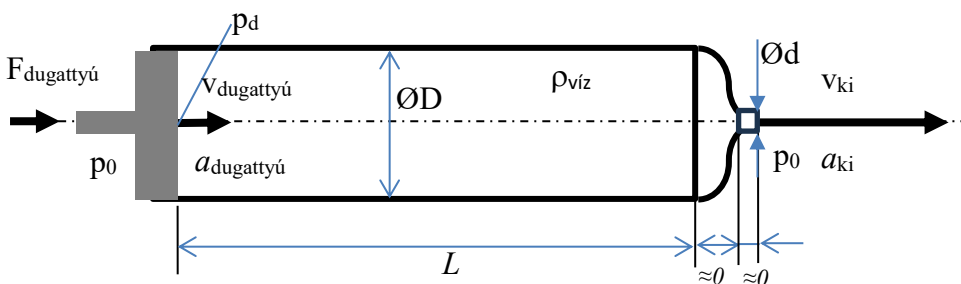
C) A tartály folyadékfelszín („1”) és az új (csőtengelyhez képest $z_{2*} = 25\text{m}$ magasságban lévő) kiáramlási keresztmetszetben felvett („2*”) pont közötti áramvonalon felírva a Bernoulli-egyenletből a kiáramlási sebesség:

$$v_{2*} = \sqrt{\frac{2(p_t - p_0)}{\rho} + 2g(z_1 - z_{2*})} = \sqrt{\frac{2(450000 - 100000)}{1000} + 2 \cdot 10 \cdot (10 - 25)} = \sqrt{700 - 300} = 20\text{m/s}$$

6.FELADAT

(8pont)

Az ábrán látható vízszintes tengelyű óriásfecskendőben víz van. A megfigyelt t időpillanatban $v_{dugattyú}=0,1\text{m/s}$ értékű a dugattyú sebessége, és $a_{dugattyú}=1\text{m/s}^2$ értékű a dugattyú gyorsulása. A külső tér nyomása a dugattyú külső (bal) oldalán és a fecskendő kiáramlási keresztmetszetében is $p_0=10^5\text{Pa}$ értékű. **FELTÉTELEK:** Ideális közeg. A $\varnothing D$ átmérőjű és L hosszúságú szakasz utáni átmeneti idom (konfúzor) hossza és a $\varnothing d$ átmérőjű csővég hossza az L hosszúsághoz képest elhanyagolhatóan kicsiny.



ADATOK: $L=1000\text{mm}$; $\varnothing D=50\text{mm}$; $\varnothing d=5\text{mm}$, $\rho_{\text{víz}}=10^3\text{kg/m}^3$; $p_0=10^5\text{Pa}$

- KÉRDÉSEK:** **A)** Mekkora ekkor a szabadba kiáramló vízszög sebessége és gyorsulása? $v_{ki}=?$ $a_{ki}=?$
B) Mekkora ekkor a dugattyú belső felületén a nyomás? $p_{dugattyú}=?$
C) Mekkora F_d erővel kell hatni ekkor a dugattyúra? $F_{dugattyú}=?$

MEGOLDÁS (A lap túloldalán is folytathatja a megoldást)

A) A folytonosság tétele a dugattyú és csővégi kiáramlási keresztmetszet között sebességekre, illetve gyorsulásokra:

$$v_{ki} = v_{dugattyú} \frac{A_{dugattyú}}{A_{ki}} = v_{dugattyú} \left(\frac{D}{d}\right)^2 = v_{dugattyú} \left(\frac{50}{5}\right)^2 = 0,1\text{m/s} \cdot 10^2 = 10\text{m/s}$$

$$a_{ki} = a_{dugattyú} \frac{A_{dugattyú}}{A_{ki}} = a_{dugattyú} \left(\frac{D}{d}\right)^2 = a_{dugattyú} \left(\frac{50}{5}\right)^2 = 1\text{m/s}^2 \cdot 10^2 = 100\text{m/s}^2$$

B) A t időpillanatban az instacioner áramlási állapotra felírt Bernoulli-egyenlet az „1” pont (dugattyú belső felszíne) és „2” pont (csővégi kiáramlási keresztmetszet) közötti áramvonalon az alábbi:

$$p_1 + \frac{\rho}{2} \cdot v_1^2 + \rho \cdot g \cdot z_1 = p_2 + \frac{\rho}{2} \cdot v_2^2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \rho \cdot \int_1^2 \frac{\partial v}{\partial t} d\underline{s}$$

Itt a $(\rho \cdot \int_1^2 \frac{\partial v}{\partial t} d\underline{s})$ tag, azaz az „1” és „2” pontok közötti folyadék gyorsításához szükséges többletnyomás kiszámításához a feltételek szerint adott, hogy az átmeneti idom (konfúzor) és a d átmérőjű rövid szakasz hossza az $L=1\text{m}$ hosszhoz képest elhanyagolhatóan kicsiny. Tehát az instacioner tag csak a D átmérőjű és L hosszú csőszakaszban lévő folyadéktömeg gyorsításához szükséges többletnyomásból $(\rho \cdot a_{dugattyú} \cdot L)$ származik:

$$\rho \cdot \int_1^2 \frac{\partial v}{\partial t} d\underline{s} = \rho \cdot \int_1^{1'} \frac{\partial v}{\partial t} d\underline{s} + \rho \cdot \int_{1'}^{1''} \frac{\partial v}{\partial t} d\underline{s} + \rho \cdot \int_{1''}^2 \frac{\partial v}{\partial t} d\underline{s} = \rho \cdot a_{dugattyú} \cdot L + 0 + 0 = \rho \cdot a_{dugattyú} \cdot L$$

A $z=0\text{m}$ referencia szintet bárhova felvehetjük, de a vízszintes csőtengely esetén $z=0\text{m}$ mindenhol, így nem befolyásolja eredményünket.

	„1”	„2”
p [Pa]	$p_d=?$ ($p_1=?$)	$p_0=100\ 000\text{Pa}$
v [m/s]	$v_1=0,1\text{m/s}$	$v_2=10\text{m/s}$
z [m]	0m	0m

A Bernoulli-egyenletet a keresett nyomásra rendezve, behelyettesítés után kapjuk:

$$p_1 = p_0 + \frac{\rho}{2} \cdot v_2^2 + \rho \cdot a_1 \cdot L - \frac{\rho}{2} \cdot v_1^2$$

$$p_1 = 100000 + 50000 + 1000 - 5 = 150995\text{Pa}$$

C) A dugattyú külső (p_0) és belső (p_1) oldalán a nyomáskülönbség ismert, azaz számítható:

$$\Delta p = p_1 - p_0 = 150995\text{Pa} - 100000\text{Pa} = 50995\text{Pa}$$

A dugattyú keresztmetszete: $A_{dugattyú} = D^2\pi/4 = 0,05 \cdot 0,05 \cdot \pi/4 = 0,001963\text{m}^2$

A szükséges erő: $F_{dugattyú} = \Delta p \cdot A_{dugattyú} = 50995 \cdot (0,05 \cdot 0,05 \cdot \pi/4) = 100,13\text{ N}$